

ОПД.Ф.02.02 СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ
ЧАСТЬ 2

Методические указания и задания для контрольных работ
для студентов заочного обучения

Содержатся программа весеннего семестра, рекомендуемая литература, задания по контрольным работам № 3 и 4 , которые выполняют студенты в весеннем семестре, общие методические указания по выполнению контрольных работ, примеры их решения, экзаменационные вопросы и типы экзаменационных задач по второй части курса.

Содержание

1	РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ВЕСЕННЕГО СЕМЕСТРА	5
1.1	Потенциальная энергия деформации и общие методы определения перемещений.	5
1.2	Статически неопределимые системы	5
1.3	Расчет толстостенных труб	5
1.4	Устойчивость равновесия деформируемых систем	5
1.5	Прочность при напряжениях, циклически изменяющихся во времени	5
1.6	Динамическая нагрузка	6
1.7	Упругие колебания	6
1.8	Экспериментальные методы исследования деформаций	6
1.9	Список рекомендуемой литературы.	6
2	КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИХ ВЫПОЛНЕНИЮ	7
2.1	Порядок выполнения контрольных работ.	7
2.2	Контрольная работа № 3 Сложное сопротивление	7
2.2.1	Задача 1.	8
2.2.1.1	Указания к выполнению задачи 1	8
2.2.1.2	Пример решения задачи 1	9
2.2.2	Задача 2	13
2.2.2.1	Указания к решению задачи 2	15
2.2.2.2	Пример решения задачи 2	15
2.2.3	Задача 3	19
2.2.3.1	Указания к решению задачи 3.	21
2.2.3.2	Пример решения задачи № 3	22
2.3	Контрольная работа № 4	
	Расчет статически неопределимых систем методом сил	24
2.3.1	Задача № 4	24
2.3.1.1	Указания к решению задачи 4.	26
2.3.1.2	Пример решения задачи № 4	27
2.3.2	Задача № 5	31
2.3.2.1	Указания к решению задачи 5 .	31
2.3.2.2	Пример решения задач №5	31
2.3.3	Задача № 6	36
2.3.3.1	Указания к решению задачи 6:	36
2.3.3.2	Пример решения задачи 6	39
3	ПОДГОТОВКА К ЭКЗАМЕНАМ	42
3.1	Экзаменационные вопросы	42
3.2	Типы экзаменационных задач	45

1 РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ВЕСЕННЕГО СЕМЕСТРА

1.1 Потенциальная энергия деформации и общие методы определения перемещений.

Потенциальная энергия деформации бруса при различных случаях нагружения. Выражение потенциальной энергии деформации бруса через внутренние силовые факторы. Теорема о взаимности работ и взаимности перемещений. Теорема Кастилиано. Интеграл Мора для определения перемещений произвольно нагруженных брусев. Способ Верещагина. Численные методы определения перемещений.

1.2 Статически неопределимые системы

Анализ структуры простейших стержневых систем. Понятие о степенях свободы и связях. Степень статической неопределимости системы. Метод сил. Канонические уравнения. Выбор основной системы, требования предъявляемые к ней. Расчет статически неопределимых балок и различных систем. Особенности их расчета. Определение перемещений статически неопределимых систем.

1.3 Расчет толстостенных труб

Задача Ламе. Определение напряжений и радиальных перемещений в толстостенных цилиндрах. Оценка прочности толстостенных цилиндров. Частные случаи нагружения труб давлением. Напряжения при посадке двух цилиндров с заданным натягом. Определение контактного давления.

1.4 Устойчивость равновесия деформируемых систем

Понятие об устойчивых и неустойчивых формах равновесия. Критическая нагрузка. Устойчивость сжатых стержней. Формула Эйлера при различных случаях опорных закреплений и пределы ее применимости. Понятие о потере устойчивости при напряжениях, превышающих предел пропорциональности. Формула Ф.С.Ясинского. Расчет по коэффициенту уменьшения допускаемых напряжений.

1.5 Прочность при напряжениях, циклически изменяющихся во времени

Современные представления о прочности материалов при напряжениях, циклически изменяющихся во времени. Механизм усталостного разрушения. Кривая усталости и предел выносливости. Влияние на выносливость качества поверхности, наклепа и окружающей среды. Концентрация напряжений и абсолютные размеры как факторы, влияющие на выносливость. Эффективные ко-

эфициенты концентрации при напряжениях, изменяющихся во времени. Характеристики циклов переменных напряжений. Диаграммы предельных напряжений при асимметричных циклах. Расчеты на прочность при одноосном напряженном состоянии и кручении для несимметричных циклов. Коэффициент запаса прочности при переменных напряжениях. Понятие о повышении выносливости конструктивными и технологическими мероприятиями.

1.6 Динамическая нагрузка

Использование принципа Даламбера. Силы инерции. Тонкостенное кольцо, вращающееся равномерно или неравномерно. Ударная нагрузка и вызываемые ею в системе перемещения и напряжения. Испытание на удар.

1.7 Упругие колебания

Степени свободы. Колебания систем с одной степенью свободы. Колебания свободные и вынужденные. Влияние сил сопротивления. Период и частота. Круговая частота. Амплитуда колебаний. Резонанс колебаний. Собственные колебания систем с двумя и более степенями свободы. Учет влияния массы несущей системы коэффициентом приведения. Понятия о крутильных колебаниях. Критическая скорость вала с одним или несколькими дисками.

1.8 Экспериментальные методы исследования деформаций

Классификация экспериментальных методов. Измерение деформаций механическими тензометрами. Понятие о базе измерения и увеличения показаний, даваемых прибором. Основы электротензометрии. Тензорезисторы (датчики омического сопротивления). Схема измерения и аппаратура. Понятие о тензочувствительности и тарировке. Поляризационно-оптический метод исследования напряжений. Физические основы метода. Схема прибора.

Краткие сведения о других экспериментальных методах (сеток, хрупких лаковых покрытий, муаровых полос, рентгеновский метод, применение лазерной техники).

1.9 Список рекомендуемой литературы.

1. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. -М.: Наука, 1986.- 612 с.
2. Писаренко Г.С. и др. Сопротивление материалов. - К.- Вища школа, 1988. - 775 с.
3. Дарков А.В. Сопротивление материалов. -М. - Высш. Школа, 1989. - 624 с.
4. Беляев Н.М. Сборник задач по сопротивлению материалов -М.: Наука, 1976. - 670 с.
5. Качурин В.К. и др. Сборник задач по сопротивлению материалов.- М.: Наука, 1970. - 432 с.

6. Писаренко Г.С. и др. Справочник по сопротивлению материалов - Киев. : Наукова думка. 1988.- 704 с.
7. Ободовский Б.А. Пособие по сопротивлению материалов в примерах и задачах. - Харьков: ХГУ, 1987. - 383 с.
8. Миролубов И.Н. и др. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов. - М.: Высшая школа. 1974. - 392 с.
9. Афанасьев А.М., Марьин В.А. Лабораторные работы по сопротивлению материалов. - М.: -Наука.1975. - 284 с.

Перед выполнением контрольных работ необходимо изучить программный материал курса по одному из вышерекондуемых учебников:

2 КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИХ ВЫПОЛНЕНИЮ

2.1 Порядок выполнения контрольных работ.

1. Студент заочной формы обучения в весеннем семестре выполняет две контрольные работы. Каждая контрольная работа содержит по три задачи.

2. Номер варианта задачи соответствует трем последним цифрам учебного шифра студента - номера зачетной книжки студента. Первая цифра указывает номер столбца первой таблицы, вторая - номер столбца второй таблицы, третья - номер схемы.

3. Контрольные работы должны выполняться студентом самостоятельно после изучения соответствующей темы.

4. Каждая контрольная работа выполняется в отдельной тетради или на скрепленных листах 11 формата. На первой странице указывается номер контрольной работы, название дисциплины, фамилия, имя, отчество студента, учебный шифр, соответствующий номеру зачетной книжки, дата сдачи работы в деканат.

5. Для каждой задачи должно быть написано её условие с данными, соответствующими варианту, выполнен в некотором масштабе рисунок схемы, на котором должны быть проставлены все заданные величины. Решение должно сопровождаться краткими последовательными объяснениями.

6. Исправление, отмеченных рецензентом ошибок, следует выполнять в той же тетради на страницах, следующих за решением последней задачи.

2.2 Контрольная работа № 3

Сложное сопротивление

2.2.1 Задача 1.

Для стальной балки (рис.1) подобрать размеры двутаврового, круглого и прямоугольного (соотношение сторон $h : b = 2$) сечений, выбрать оптимальный вариант и произвести полную проверку на прочность по четвертой теории прочности. Данные взять из табл. 1 и 2. Принять $[\tau] = 0,6[\sigma]$.

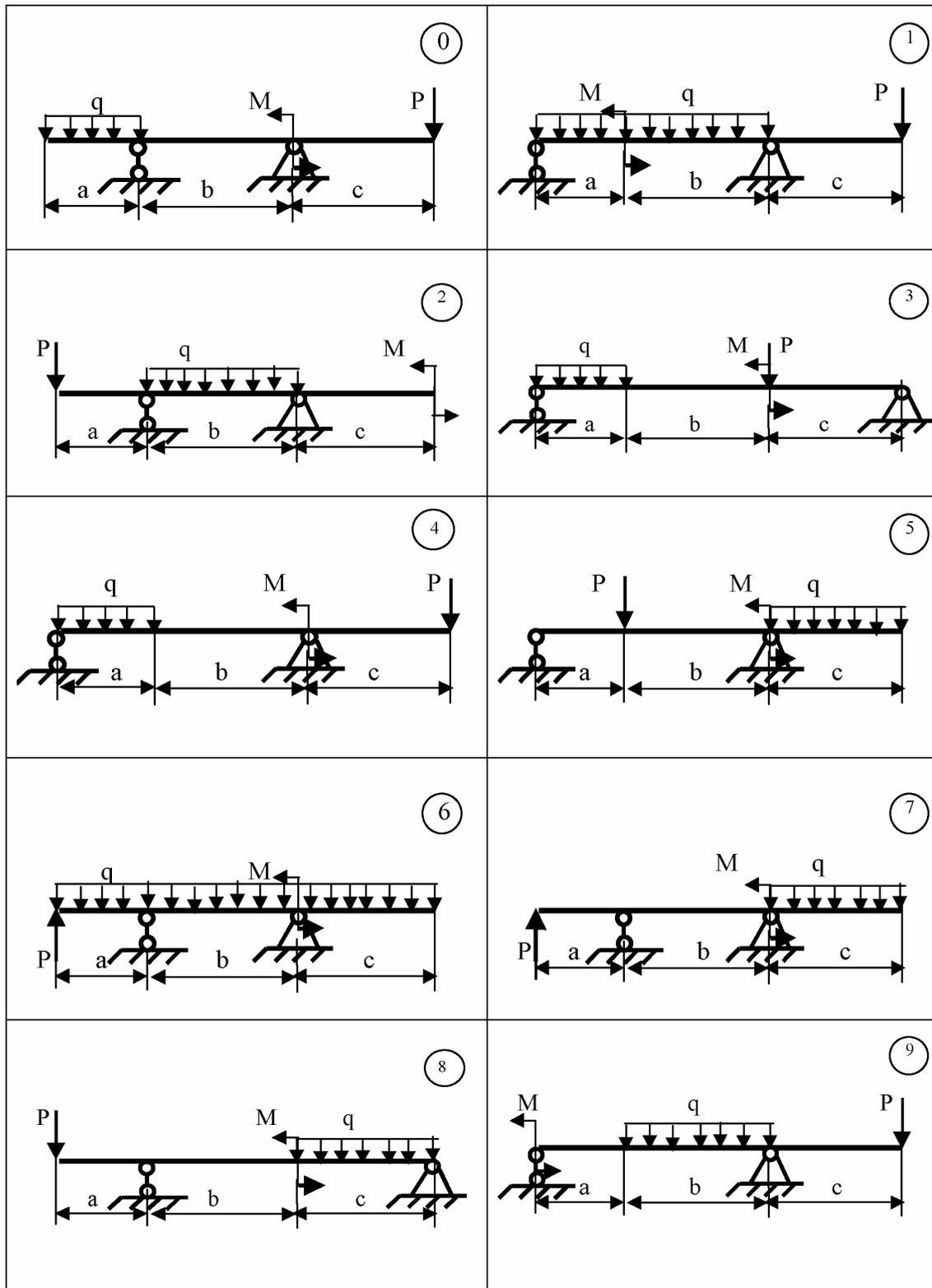


Рисунок 1
Схемы к задаче №1

Таблица 1

Первая цифра шифра	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a, м	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1
b, м	3,2	4,0	3,8	3,6	3,4	3,2	3,0	2,8	2,6	2,4
c, м	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	1,8	1,6	1,4	1,7	2,7

Таблица 2

Вторая цифра шифра	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
M, кНм	15	10	20	12	14	15	16	14	18	20
P, кН	5	6	4	6	5	8	10	8	7	5
q, кН/м	6	8	4	3	5	6	8	10	4	5
[σ], МПа	150	180	170	150	160	190	200	210	160	180

2.2.1.1 Указания к выполнению задачи 1

- 1 Из условий равновесия определить реакции опор.
- 2 Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.
- 3 По наибольшей величине изгибающего момента и поперечной силы выбрать опасное сечение.
4. Из условия прочности на изгиб

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

определить момент сопротивления W_x и подобрать размеры круглого, прямоугольного и двутаврового сечений.

- 5 Построить эпюры распределения нормальных и касательных напряжений по высоте выбранного сечения и произвести полную проверку прочности по четвертой теории прочности:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]$$

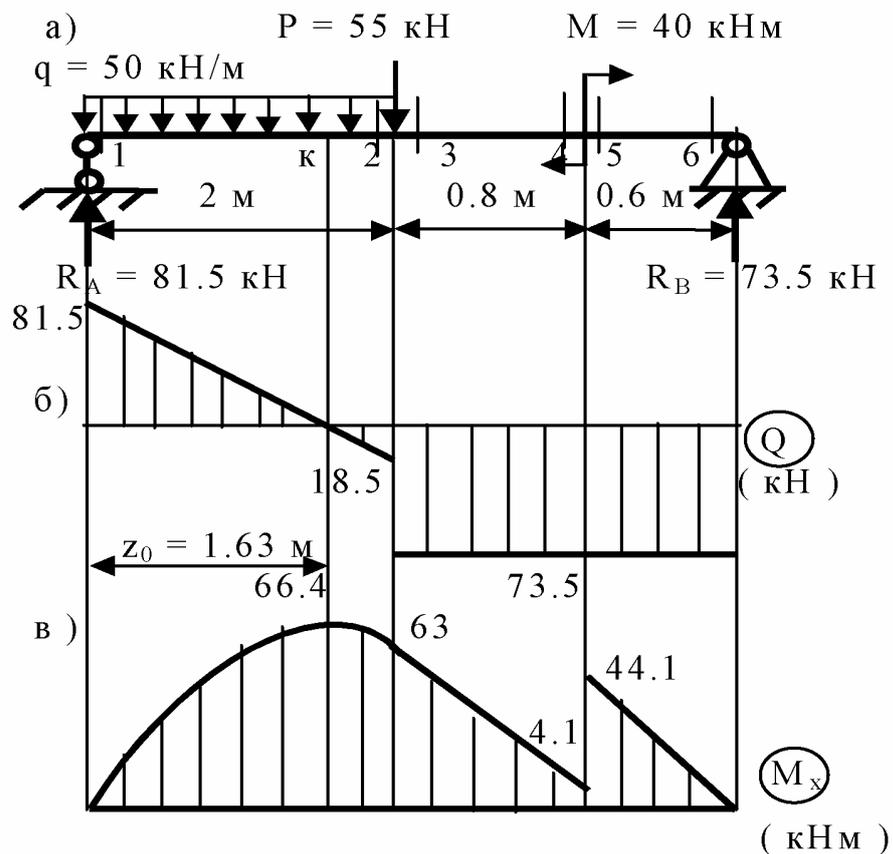
Если опасных сечений несколько, то по одному из них подобрать сечение, а по другому – сделать проверку.

2.2.1.2 Пример решения задачи 1

Для стальной балки (рис.2) подобрать размеры двутаврового, круглого и прямоугольного (соотношение сторон $h : b = 2$) сечений, выбрать оптимальный вариант и произвести полную проверку на прочность по четвертой теории прочности, приняв $[\sigma] = 150$ МПа, $[\tau] = 90$ МПа.

1. Из условий равновесия определяем реакции опор

$$\sum M_A = 0;$$



а – схема балки; б – эпюра поперечных сил;
 в – эпюра изгибающих моментов.

Рисунок 2

Схема балки с эпюрами внутренних усилий.

$$\sum M_B = 0; \quad q \cdot 2 \cdot 2,4 + P \cdot 1,4 - M - R_A \cdot 3,4 = 0;$$

$$-q \cdot 2 \cdot 1 - P \cdot 2 - M + R_B \cdot 3,4 = 0;$$

$$R_B = \frac{50 \cdot 2 \cdot 1 + 55 \cdot 2 + 40}{3,4} = 73,5 \text{ кН}$$

$$R_A = \frac{50 \cdot 2 \cdot 2,4 + 55 \cdot 1,4 - 40}{3,4} = 81,5 \text{ кН}$$

Проверка:

$$\sum P_y = 0; \quad R_A - q \cdot 2 - P + R_B = 0;$$

$$81,5 - 50 \cdot 2 - 55 + 73,5 = 0; \quad 155 - 155 = 0.$$

Следовательно, реакции определены верно.

2 Определяем значения поперечных сил и изгибающих моментов в характерных сечениях.

$$Q_1 = R_A = 81,5 \text{ кН}; \quad Q_2 = R_A - q \cdot 2 = 81,5 - 50 \cdot 2 = -185 \text{ кН}.$$

На участке 1-2 эпюра Q меняет знак, следовательно, на этом участке изгибающий момент экстремальный. Расстояние до этого сечения равно

$$Z_0 = \frac{Q_1}{q} = \frac{81,5}{50} = 1,63 \text{ м}.$$

$$Q_3 = R_A - q \cdot 2 - P = 81,5 - 50 \cdot 2 - 55 = -73,5 \text{ кН};$$

$$Q_4 = Q_3 = -73,5 \text{ кН}; \quad Q_5 = Q_4; \quad Q_6 = Q_5 = -73,5 \text{ кН}.$$

$$M_1 = 0; \quad M_2 = R_A \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot 1 = 81,5 \cdot 2 - 50 \cdot 2 \cdot 1 = 63 \text{ кНм};$$

$$M_K = R_A \cdot 1,63 - 50 \cdot 1,63 \cdot \frac{1,63}{2} = 66,4 \text{ кН м};$$

$$M_3 = M_2 = 63 \text{ кН м};$$

$$M_4 = R_B \cdot 0,6 - M = 73,5 \cdot 0,6 - 40 = 4,1 \text{ кНм};$$

$$M_5 = R_B \cdot 0,6 = 73,5 \cdot 0,6 = 44,1 \text{ кНм};$$

$$M_6 = 0.$$

3 Из эпюры изгибающих моментов находим максимальный по модулю изгибающий момент – $M_{\max} = 66,4 \text{ кНм}$.

Из условия прочности определяем необходимый осевой момент сопротивления сечения (считаем, что $[\sigma] = 150 \text{ МПа}$)

$$W_X = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{66,4 \cdot 10^{-3}}{150} \cdot 10^6 = 443 \text{ см}^3$$

4 Переходим к подбору сечений:

а) Двутавровое сечение.

По таблице сортамента (см. Г.С. Писаренко и др., Справочник по сопротивлению материалов, 1988г. стр. 98-100) подбираем необходимый номер двутавра (немного больший или равный полученному $W_X = 443 \text{ см}^3$).

Принимаем двутавр № 30, $W_X = 472 \text{ см}^3$, $H = 30 \text{ см}$; $B = 13,5 \text{ см}$; $d = 0,65 \text{ см}$, $t = 1,02 \text{ см}$, $F = 46,5 \text{ см}^2$, $J_X = 7080 \text{ см}^4$, $S_X = 268 \text{ см}^3$.

б) Круглое сечение $W_X = \frac{\pi d^3}{32} = 0,1d^3 = 443 \text{ см}^3$

откуда $d = \sqrt[3]{\frac{443}{0,1}} = \sqrt[3]{4430} = 17,7 \text{ см}$

Принимаем $d = 180 \text{ мм}$

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4} \cdot 18^2 = 252,7 \text{ см}^2$$

в) Прямоугольное сечение

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{2}{3}b^3 = 443 \text{ см}^3.$$

(здесь принято $h = 2b$).

$$b = \sqrt[3]{\frac{443 \cdot 3}{2}} = \sqrt[3]{669} = 8,7 \text{ см.}$$

$$h = 2b = 2 \cdot 8,7 = 17,4 \text{ см}$$

$$F = bh = 8,7 \cdot 17,4 = 151,4 \text{ см}^2$$

Сопоставляя три типа сечений – двутавровое, круглое и прямоугольное, видим, что наиболее рациональным есть двутавровое, т.к. его площадь наименьшая.

5 Теперь переходим к полной проверке прочности балки.

Из эпюр поперечных сил и изгибающих моментов (рис.2) определяем сечения, где $Q_{\max} = 81,5 \text{ кН}$, $M_{\max} = 66,4 \text{ кНм}$ и где Q и M хотя и не максимальны, но значительные. В нашем случае таким является сечение 3, где $Q = 73,5 \text{ кН}$, $M = 63 \text{ кНм}$.

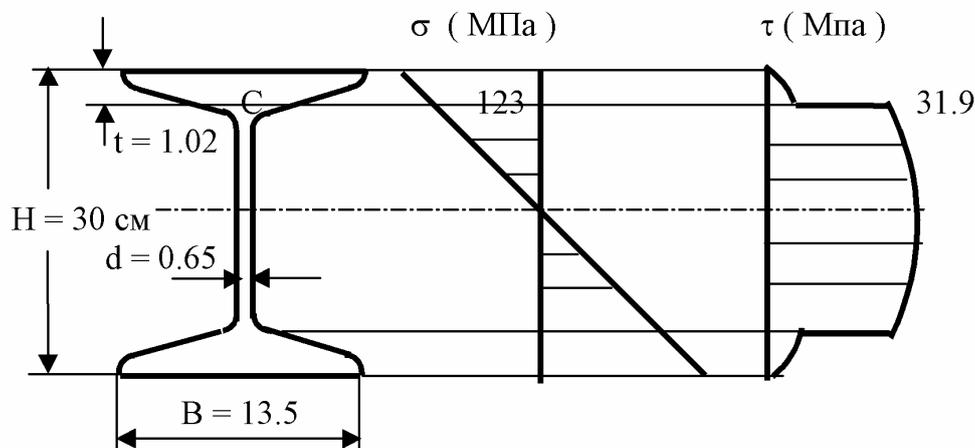


Рисунок 3

Поперечное сечение и эпюры нормальных и касательных напряжений

Определяем максимальные, нормальные напряжения

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{66,4 \cdot 10^{-3}}{472 \cdot 10^{-6}} = 141 \text{ МПа} \quad [\sigma] = 150 \text{ МПа}$$

Максимальные касательные напряжения

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} \cdot S_X^*}{b \cdot I_X} = \frac{81,5 \cdot 10^{-3} \cdot 268 \cdot 10^{-6}}{0,65 \cdot 10^{-2} \cdot 7080 \cdot 10^{-8}} = 41,5 [\tau] = 90 \text{ МПа}$$

Определяем эквивалентные напряжения в опасном сечении в точке С по формуле

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_c^2 + 3\tau_c^2};$$

$$\sigma_c = \frac{M_x \cdot y_c}{I_X} = \frac{63 \cdot 10^{-3} \cdot 13,98 \cdot 10^{-2}}{7080 \cdot 10^{-8}} = 123 \text{ МПа}$$

$$y_c = \frac{H}{2} - t = \frac{30}{2} - 1,02 = 13,98 \text{ см},$$

$$\tau_c = \frac{Q \cdot S_X^{\text{отс}}}{b \cdot I_X} = \frac{73,5 \cdot 10^{-3} \cdot 200 \cdot 10^{-6}}{0,65 \cdot 10^{-2} \cdot 7080 \cdot 10^{-8}} = 31,9 \text{ МПа}$$

$$S_X^{\text{отс}} = B \cdot t \cdot \left(\frac{H}{2} - \frac{t}{2} \right) = 13,5 \cdot 1,02 \left(\frac{15}{2} - \frac{1,02}{2} \right) = 200 \text{ см}^3$$

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{123^2 + 3 \cdot 31,9^2} = 135 \langle [\sigma] = 150 \text{ МПа}$$

Таким образом, все условия прочности удовлетворены.

2.2.2 Задача 2

Для заданной балки, испытывающей сложный изгиб, (табл.3 и 4, рис.4)

определить наибольшие, нормальные напряжения σ_{\max} и построить эпюру напряжений в опасном сечении.

Таблица 3

Первая цифра шифра	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a, м	1.2	1.4	1.5	1.7	1.4	1.8	2.0	1.7	2.2	2.4
b, м	2.5	2.4	2.2	2.6	2.5	2.0	1.8	1.8	1.6	1.5
P, кН	5.0	4.0	3.0	2.5	2.8	3.3	2.8	2.6	3.0	3.2
M, кНм	6.0	5.5	4.0	6.5	4.8	6.0	5.8	7.0	8.0	4.0

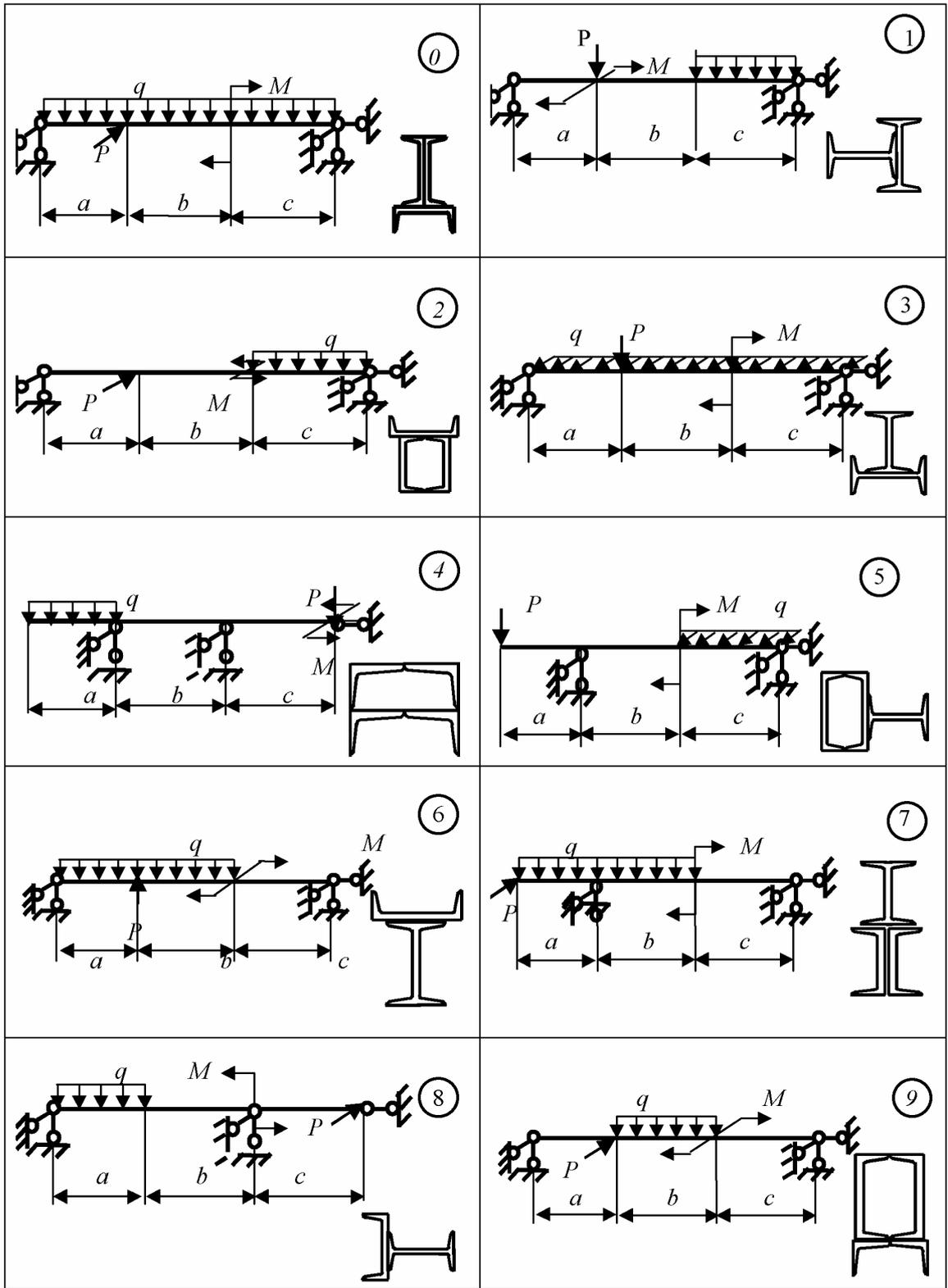


Рисунок 4
Схемы к задаче № 2

Таблица 4

Вторая цифра шифра	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
q, кН/м	5	4	3	6	2	3.5	2.5	4.6	5.4	4.5
Двутавр	16	18	20	22	24	27	30	33	36	30
Швеллер	24	27	20	22	22	18	27	30	33	36
Полоса В*h см ²	150X12	170X14	180X16	200X18	220X20	240X24	260X20	230X20	240X40	180X24
Уголок	40X25X4	50X32X4	63X40X6	75X50X8	100X63X8	125X80X10	160X100X12	180X110X10	200X125X14	250X160X18

2.2.2.1 Указания к решению задачи 2

- 1 Силы разложить по плоскостям.
- 2 Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов в двух плоскостях.
- 3 По наибольшим величинам изгибающих моментов найти опасное сечение (их может быть несколько).
- 4 Записать условие прочности

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{I_x} \cdot y_A + \frac{M_y}{I_y} \cdot x_A \leq [\sigma],$$

где M_x и M_y - изгибающие моменты в опасном сечении в вертикальной и горизонтальной плоскостях; J_x и J_y - моменты инерции сечений относительно главных центральных осей; X_c и Y_c - координаты наиболее нагруженной точки опасного сечения.

- 5 Для построения эпюры напряжений необходимо найти положение нейтральной оси сечения. Оно определяется углом между горизонтальной и нейтральной осями:

$$\operatorname{tg} \alpha = \left| \frac{M_y}{M_x} \right| \cdot \frac{I_x}{I_y}.$$

- 6 Построить эпюру распределения напряжений по сечению, используя условие прочности.

2.2.2.2 Пример решения задачи 2

- 1 Прикладываем силы, действующие в вертикальной плоскости (рис 5.в). От них определяем реакции опор.

$$\sum M_A = 0 ;$$

$$R_B^B \cdot 3 - q \cdot 1,6 \cdot 2,2 = 0, \quad R_B^B = \frac{30 \cdot 1,6 \cdot 2,2}{3} = 35,2 \text{ кН.}$$

$$\sum M_B = 0;$$

$$-R_A^B \cdot 3 + q \cdot 1,6 \cdot 0,8 = 0, \quad R_A^B = \frac{30 \cdot 1,6 \cdot 0,8}{3} = 12,8 \text{ кН.}$$

Значения моментов в характерных сечениях равны:

$$M_1 = 0; \quad M_2 = R_A^B \cdot 1,4 = 12,8 \cdot 1,4 = 17,9 \text{ кНм}$$

$$M_3 = M_2 = 17,9 \text{ кНм}; \quad M_4 = 0;$$

$$M_{\max} = R_B^B \cdot 1,17 - q \cdot 1,17 \cdot \frac{1,17}{2} = 35,5 \cdot 1,17 - 30 \cdot 1,17 \cdot \frac{1,17}{2} = 20,6 \text{ кНм}$$

По этим значениям строим эпюру изгибающих моментов M_x (рис.5д).
 0. □. □ Прикладываем силы, действующие в горизонтальной плоскости (рис. 5е). Снова определяем реакции опор и строим эпюры Q_x и M_y (рис. 5ж, 5з).

$$\sum M_A = 0; \quad P \cdot 1,4 + M - R_B^G \cdot 3 = 0 \quad R_B^G = \frac{25 \cdot 1,4 + 20}{3} = 18,3 \text{ кН}$$

$$\sum M_B = 0; \quad R_A^G \cdot 3 - P \cdot 1,6 + M = 0;$$

$$R_A^G = \frac{25 \cdot 1,6 - 20}{3} = 6,7 \text{ кН}$$

$$M_1 = 0; \quad M_2 = M_3 = -R_A^G \cdot 1,4 = 6,7 \cdot 1,4 = -9,4 \text{ кНм};$$

$$M_4 = M = 20 \text{ кНм}.$$

3. Анализируем эпюры M_x и M_y (рис.5д и 5з), выбираем опасное сечение.

Таких сечений три: а) $M_x = 17,9 \text{ кНм}$, $M_y = 9,4 \text{ кНм}$; б) $M_x = 20,6 \text{ кНм}$, $M_y = 1,4 \text{ кНм}$; с) $M_x = 0$, $M_y = 20 \text{ кНм}$.

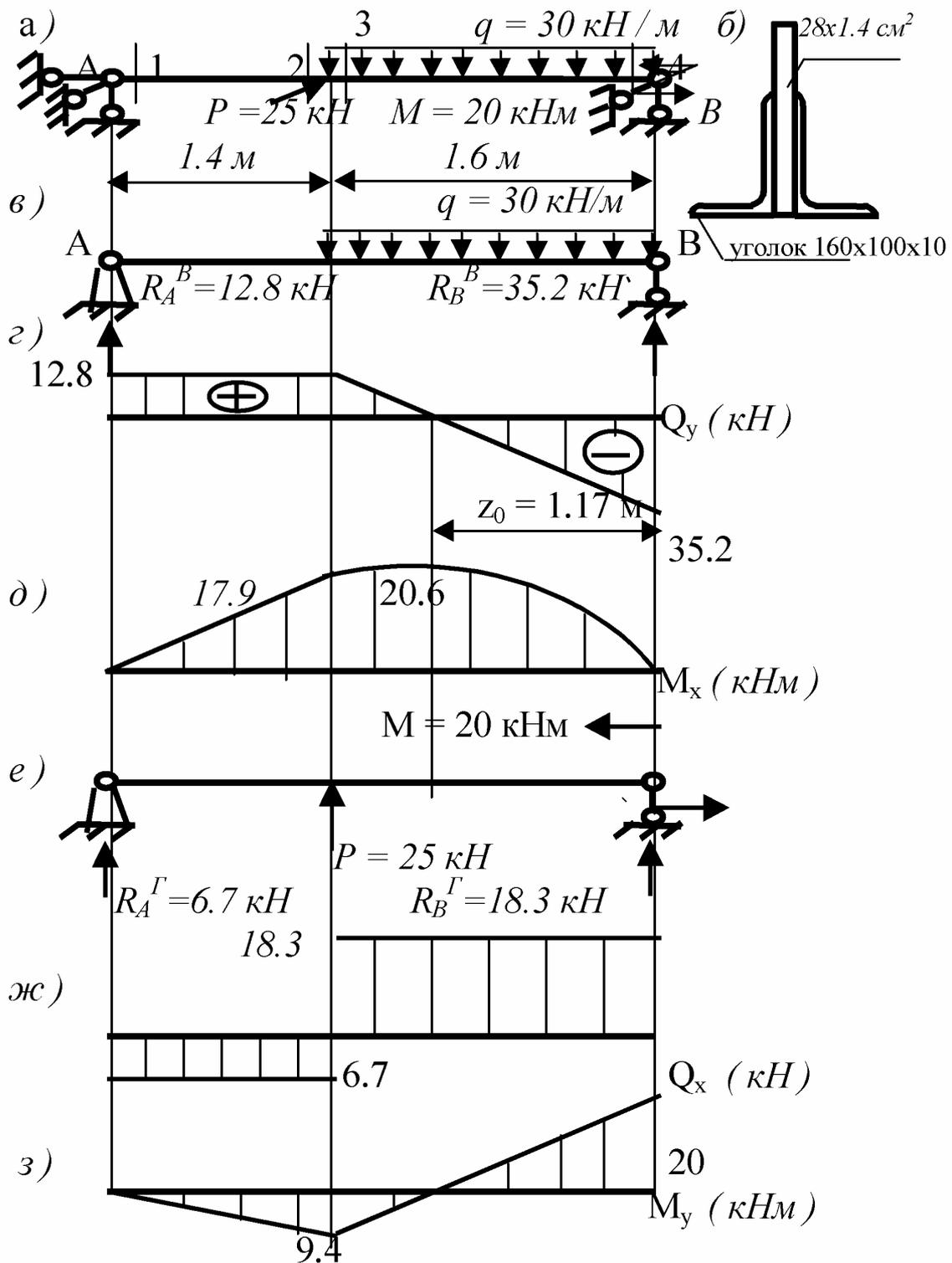
Анализируя усилия, видим, что опасным является вариант «а».

Чтобы выяснить, какое сечение опасное, определяем геометрические характеристики сечения: положение центра тяжести сечения и моменты инерции относительно главных центральных осей. Для этого вычерчиваем сечение в масштабе (рис.6). Из сортамента выписываем необходимые : геометрические характеристики для уголка 160x100x10 : $F=25,28 \text{ см}^2$, $x_0=2,28 \text{ см}$, $y_0=5,23 \text{ см}$, $I_x=666,6 \text{ см}^4$, $I_y = 204,09 \text{ см}^4$.

Положение центра тяжести сечения

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n y_{ci} \cdot F_i}{F} = \frac{y_{c1} F_1 + y_{c2} F_2 + y_{c3} F_3}{F_1 + F_2 + F_3}, \text{ где } y_{ci} - \text{координата центра}$$

тяжести i -той фигуры, F_i – ее площадь ($F_1=F_2=25,28 \text{ см}^2$ – площади уголков, $F_3=28 \cdot 1,4=39,2 \text{ см}^2$ – площадь полосы).



а- схема балки; б –поперечное сечение балки; в - схема сил, действующих на балку в вертикальной плоскости; г –эпюра поперечных сил Q_y ; д-эпюра M_x ; е –схема сил, действующих на балку в горизонтальной плоскости; ж -эпюра Q_x ; з- эпюра M_y .

Рисунок 5

Начало отсчета принимаем в центрах тяжести уголков, т.е. ось X проводим через C_1 и C_2 , тогда:

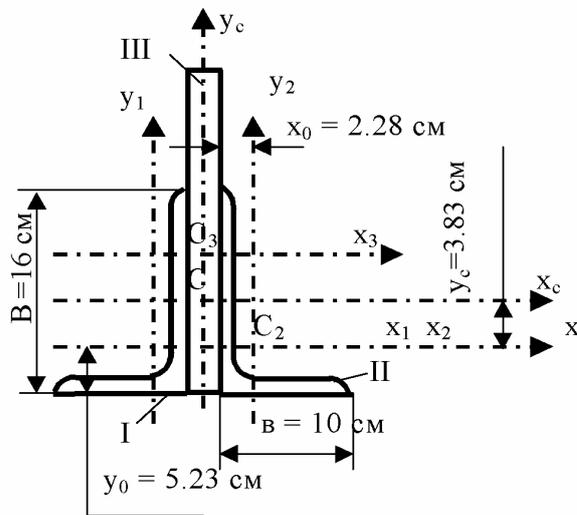


Рисунок 6

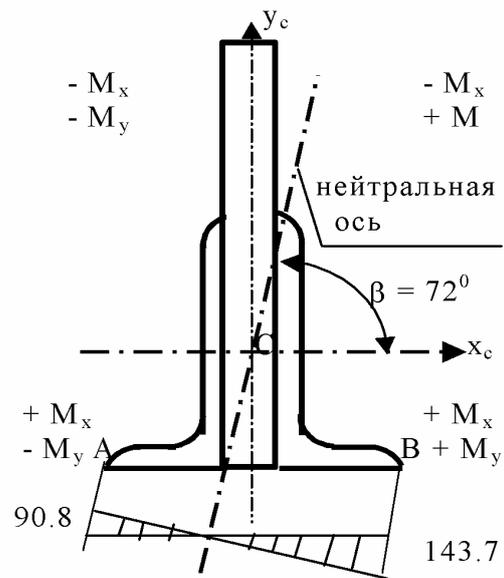


Рисунок 7
Эпюра напряжений в опасном сечении (в МПа).

$$y_{c3} = \frac{28}{2} - y_0 = \frac{28}{2} - 5,23 = 8,77 \text{ см},$$

$$y_c = \frac{8,77 \cdot 28 \cdot 1,4}{25,28 + 25,28 + 39,2} = \frac{8,77 \cdot 39,2}{89,76} = 3,83 \text{ см}.$$

Находим моменты инерции сечения по формуле

$$J_{X_c} = \sum_{i=1}^n [J_{X_{c_i}} + a_i^2 F_i].$$

Здесь $J_{X_{c_i}}$ - моменты инерции каждой из фигур относительно собственных осей X_{c_i} ;

a_i - расстояние между осью X_c и X_{c_i}

$$J_{xc} = 2[666,6 + 3,83^2 \cdot 25,28] + \frac{1,4 \cdot 28^3}{12} + (8,77 - 3,83)^2 \cdot 39,2 = 5093 \text{ см}^4$$

$$J_{yc} = \sum_{i=1}^n (J_{yc_i} + b_i^2 F_i) = 2[204 + (2,28 + 0,7)^2 \cdot 25,28] + \frac{28 \cdot 1,4^3}{12} = 860 \text{ см}^4$$

Определяем положение нейтральной оси

$$\operatorname{tg} \beta = \left| \frac{M_y}{M_x} \right| \cdot \frac{I_x}{I_y} = \left| \frac{9,4}{17,9} \right| \cdot \frac{5093}{860} = 3,11$$

$$\text{Откуда: } \beta = 72^\circ$$

Для того, чтобы выяснить через какой квадрант проходит нейтральная ось (рис.6), выясним знаки составляющих напряжений от M_x и M_y . Так как момент M_x (см.рис.5д), сжимает верхние волокна, то от него напряжения выше оси X_c отрицательные, а ниже – положительные.

Момент $M_y = 9,4 \text{ кНм}$ (см.рис.5з), сжимает волокна слева от оси Y_c , поэтому слева напряжения от него отрицательные, а справа – положительные.

Теперь из рис.7 видно, что нейтральная ось пройдет через первый и третий квадранты, где напряжения от моментов M_x и M_y с разными знаками.

Находим напряжения в наиболее удаленных точках А и В.

$$\sigma_A = \frac{M_x \cdot y_A}{J_x} + \frac{M_y \cdot X_A}{J_y} = \frac{17,9 \cdot 10^{-3} \cdot 8,06 \cdot 10^{-2}}{5093 \cdot 10^{-8}} + \frac{9,4 \cdot 10^{-3} \cdot 10,7 \cdot 10^{-2}}{860 \cdot 10^{-8}} = 26,7 + 117 = 143,7 \text{ МПа}$$

$$y_A = y_0 + y_c = 5,23 + 3,83 = 8,06 \text{ см}$$

$$X_A = b + \frac{\delta}{2} = 10 + \frac{1,4}{2} = 10,7 \text{ см}$$

$$\sigma_b = \frac{M_x \cdot y_b}{J_x} - \frac{M_y \cdot X_B}{J_y} = \frac{17,9 \cdot 10^{-3} \cdot 8,06 \cdot 10^{-2}}{5093 \cdot 10^{-8}} - \frac{9,4 \cdot 10^{-3} \cdot 10,7 \cdot 10^{-2}}{860 \cdot 10^{-8}} = -90,3 \text{ МПа}$$

$$y_b = y_A = y_0 + y_c = 5,23 + 3,83 = 8,06 \text{ см}; \quad |X_b| = |X_A| = 10,7 \text{ см}$$

2.2.3 Задача 3

Подобрать диаметр вала промежуточной ступени редуктора (табл.5,6 и рис.8). Мощность, передаваемая валом К – угловая скорость - n (об/мин) .

Соотношения между усилиями в зацеплении $T = 0,324P$; $S = 0,4P$.

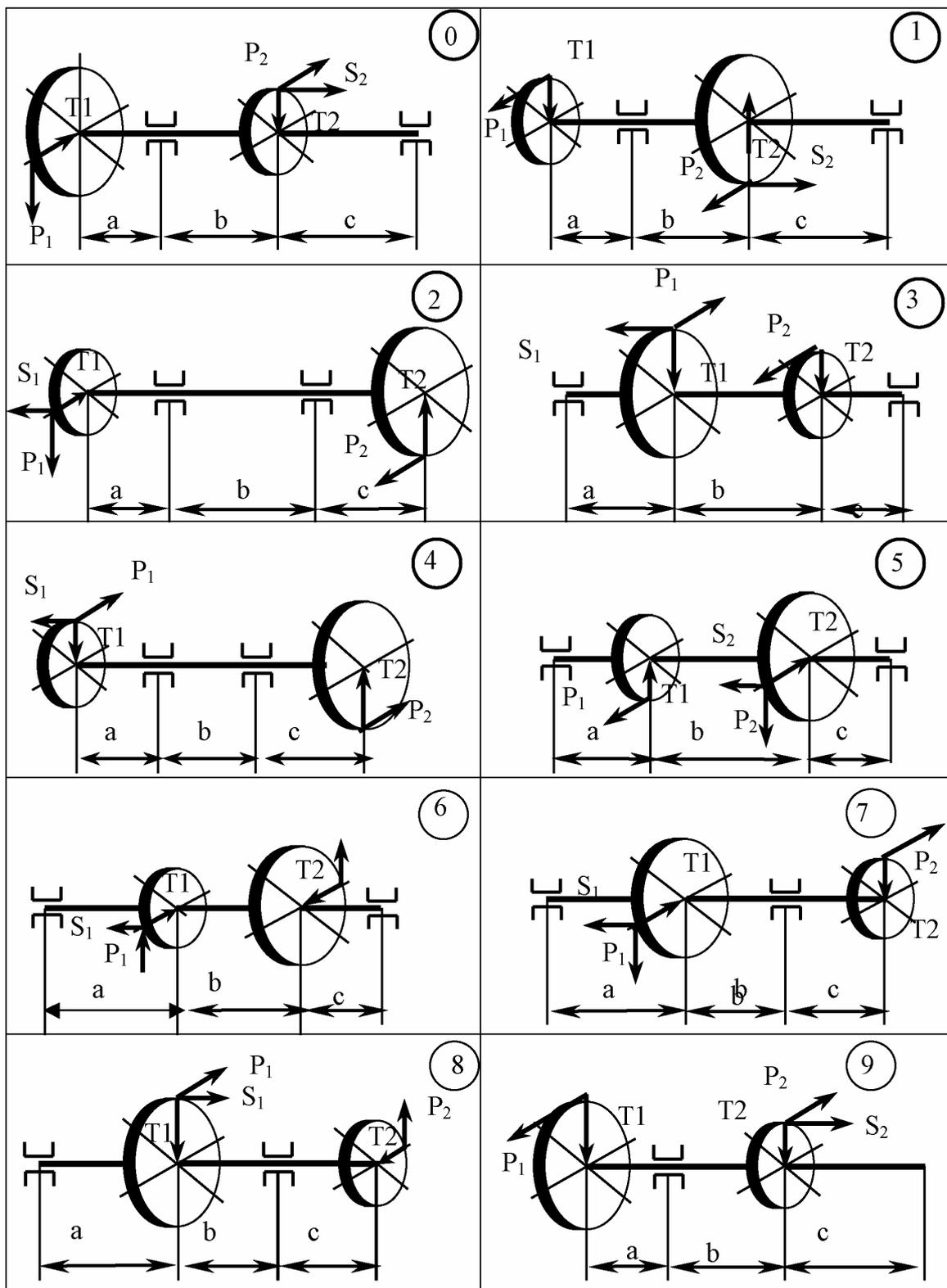


Рисунок 8
Схемы к задаче № 3

Допускаемое напряжение $[\sigma] = 80 \text{ МПа}$.

Таблица 5

Первая цифра шифра	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
К кВт	10	35	20	45	15	25	50	30	55	40
d_1 м	0,5	0,9	0,6	0,8	0,5	0,9	0,6	0,8	0,7	0,8
d_2 м	0,4	0,6	0,5	0,4	0,3	0,5	0,4	0,3	0,4	0,6

Таблица 6

Вторая цифра шифра	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
n об/мин	100	350	200	450	300	150	500	250	400	350
a м	0,7	0,5	0,4	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	0,6	0,5
b м	0,5	0,6	0,4	0,5	0,3	0,5	0,4	0,5	0,7	0,6
c м	0,3	0,5	0,7	0,5	0,6	0,4	0,6	0,7	0,5	0,7

2.2.3.1 Указания к решению задачи 3.

1 Определяем моменты и силы, действующие на вал (рис.9,б)

$$M_k = \frac{30K}{\pi n}, \text{ где } K\text{-мощность, передаваемая валом, } n\text{-его число оборотов в}$$

минуту.

$$P_i = \frac{2M_k}{d_i}, \quad T_i = 0,324 P_i, \quad S_i = 0,4 P_i$$

2 Все силы приводим к оси вала (рис.9б,)

3 Прикладываем к оси вала силы, действующие в вертикальной плоскости (рис.9в), от них определяем реакции опор и строим эпюру изгибающих моментов (рис.9г).

4 Прикладываем к оси вала силы, действующие в горизонтальной плоскости (рис.9д), от них определяем реакции опор и строим эпюру изгибающих моментов (рис.9е).

5 Прикладываем к оси вала моменты, скручивающие вал, от них строим эпюру крутящих моментов (рис.9ж и рис. 9з).

6 По формуле $M_{изг} = \sqrt{M_{верт}^2 + M_{гор}^2}$ находим в характерных сечениях суммарный изгибающий момент и строим эпюру (рис.9з).

7 Анализируя эпюры крутящих моментов (рис.9ж) и суммарных изгибающих моментов (рис.9и), находим опасное сечение.

$$8 \text{ Из условия прочности } \sigma_{экв}^{III} = \frac{M_{np}^{III}}{W_0} \leq [\sigma] \quad \text{определяем необходи-}$$

мый момент сопротивления

$$W_0 \geq \frac{M_{np}^{III}}{[\sigma]}, \text{ где } M_{np}^{III} = \sqrt{M_{изг}^2 + M_{кр}^2}$$

Здесь $M_{изг}$, $M_{кр}$ – суммарный изгибающий момент и крутящий момент в опасном сечении.

9 Находим необходимый диаметр вала

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{np}^{III} \cdot 32}{\pi \cdot [\sigma]}}, \text{ и округляем до рекомендуемого}$$

2.2.3.2 Пример решения задачи № 3

Определить диаметр вала промежуточной ступени редуктора, схема которого показана на рис.9а. Мощность, передаваемая валом, $K = 75$ кВт, угловая скорость вала $n = 450$ об/мин. Радиальное усилие $T = 0,324 P$, осевое усилие $S = 0,4P$. Допускаемое напряжение $[\sigma] = 80$ МПа.

1. Определим усилия в зацеплении колеса и шестерен. Крутящий момент, передаваемый валом,

$$M_{кр} = \frac{30K}{\pi n} = \frac{30 \cdot 75}{\pi \cdot 450} = 1,59 \text{ кНм.}$$

$$M_{кр} = P_1 \frac{d_1}{2} = P_2 \frac{d_2}{2}; \quad P_1 = \frac{2M_{кр}}{d_1} = \frac{2 \cdot 1,59}{0,9} = 3,54 \text{ кН}; \quad P_2 = \frac{2M_{кр}}{d_2} = \frac{2 \cdot 1,59}{0,3} = 10,6 \text{ кН.}$$

$$T_1 = 0,324 P_1 = 0,324 \cdot 3,54 = 1,14 \text{ кН}; \quad T_2 = 0,324 P_2 = 0,324 \cdot 10,6 = 3,45 \text{ кН};$$

$$S_2 = 0,4 P_2 = 0,4 \cdot 10,6 = 4,24 \text{ кН.}$$

Далее изображаем вал с действующими на него нагрузками в вертикальной плоскости (рис. 9в) и в горизонтальной плоскости (рис. 9д), определяем вертикальные и горизонтальные реакции и строим эпюры изгибающих моментов в двух плоскостях.

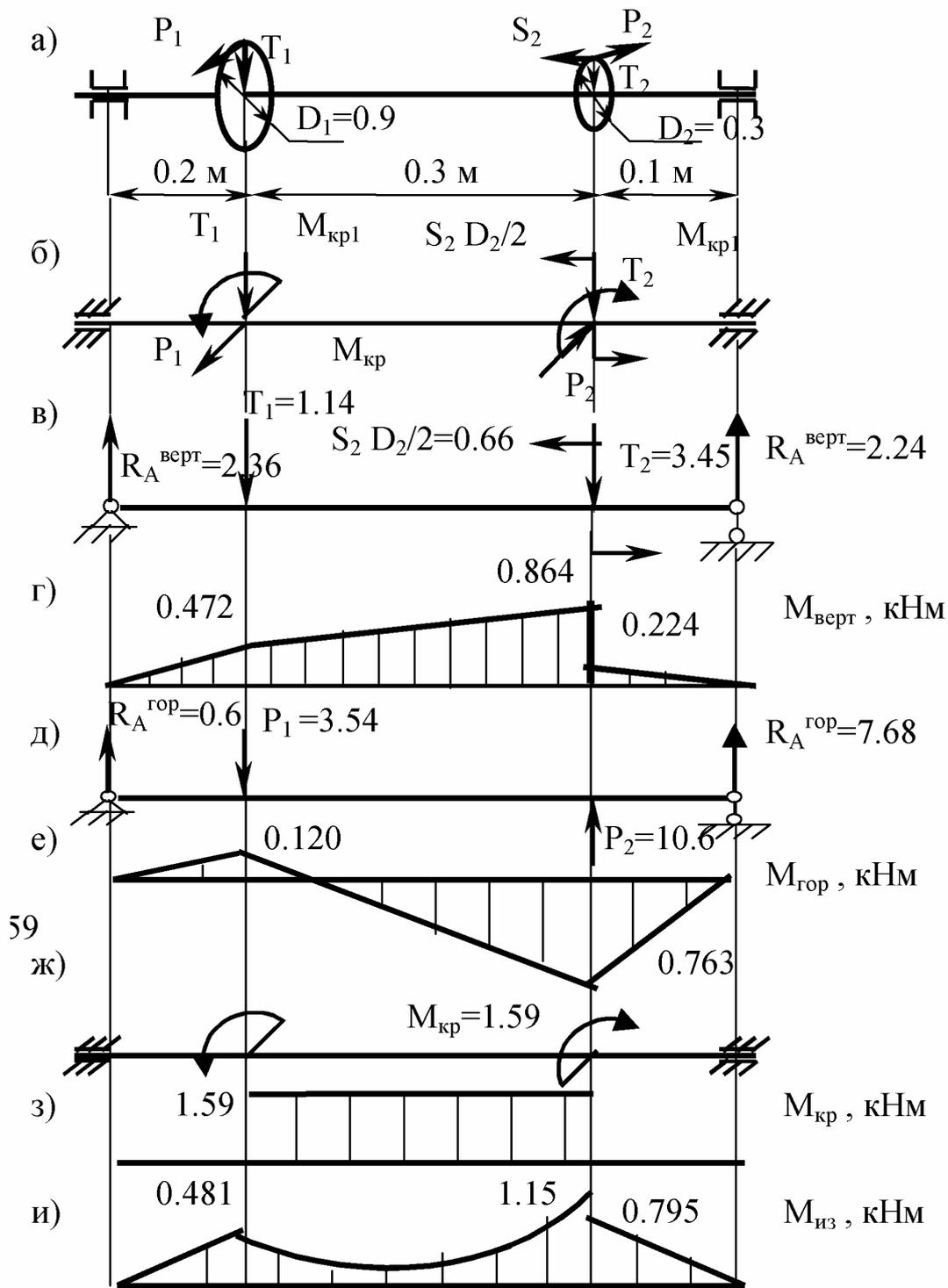
Реакции в вертикальной плоскости:

$$\sum M_A^B = 0; \quad R_B^{верт} \cdot 0,6 - T_2 \cdot 0,5 - S_2 \cdot 0,15 - T_1 \cdot 0,2 = 0;$$

$$R_B^{верт} = \frac{3,45 \cdot 0,5 + 4,24 \cdot 0,15 + 1,14 \cdot 0,2}{0,6} = 2,24 \text{ кН};$$

$$\sum M_B^B = 0; \quad -R_A^{верт} \cdot 0,6 + T_1 \cdot 0,4 - S_2 \cdot 0,15 + T_2 \cdot 0,1 = 0;$$

$$R_A^{верт} = \frac{1,14 \cdot 0,4 + 3,45 \cdot 0,1 - 4,24 \cdot 0,15}{0,6} = 2,36 \text{ кН.}$$



а – схема вала; б -приведение всех сил к оси вала; в – си лы, действующи е на вал, в вертикальной плоскости; г – эпюра изгибающих моментов $M_{\text{верт}}$, д - си лы, действующи е на вал, в горизонтальной плоскости; е - эпюра изгибающих моментов $M_{\text{гор}}$, ж - моменты, скручивающ ие вал; з - эпюра крутящих моментов $M_{кр}$; и – суммарная эпюра изгибающих моментов.

Рисунок 9

Проверка:

$$\sum P_{iY} = 0; -T_1 - T_2 + R_A^{верт} + R_B^{верт} = 0;$$

$$-1,14 - 3,45 + 2,24 + 2,36 = -4,59 + 4,60 \approx 0.$$

Реакции в горизонтальной плоскости:

$$\sum M_A^r = 0; -R_B^{зоп} \cdot 0,6 + P_2 \cdot 0,5 - P_1 \cdot 0,2 = 0;$$

$$R_B^{зоп} = \frac{10,5 \cdot 0,5 - 3,54 \cdot 0,2}{0,6} = 7,63 \text{ кН};$$

$$\sum M_B^r = 0; -R_A^{зоп} \cdot 0,6 + P_1 \cdot 0,4 - P_2 \cdot 0,1 = 0;$$

$$R_A^{зоп} = \frac{3,54 \cdot 0,4 - 10,5 \cdot 0,1}{0,6} = 0,6 \text{ кН}.$$

Проверка: $\sum P_{iX} = 0; P_2 - P_1 + R_A^{зоп} + R_B^{зоп} = 0;$

$$0,6 + 10,6 - 3,54 - 7,63 = 11,2 - 11,17 \approx 0.$$

Опасным является сечение, где приведенный момент наибольший, - слева от малого колеса

$$M_{np}^{III} = \sqrt{M_{верт}^2 + M_{зоп}^2 + M_{кр}^2} = \sqrt{0,864^2 + 0,763^2 + 1,59^2} = 1,96 \text{ кНм}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{1,96 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 80}} = 0,063 \text{ м}; \text{ принимаем } d = 65 \text{ мм}.$$

2.3 Контрольная работа № 4

Расчет статически неопределимых систем методом сил

2.3.1 Задача № 4

Для неразрезной балки (рис.9) построить эпюры внутренних усилий, подобрать двутавровое сечение и определить прогиб сечения К и угол поворота сечения А. Данные взять из табл.7 и 8, $[\sigma] = 160 \text{ Мпа}$

Таблица 7

Первая цифра шифра	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
а м	2,6	2,4	2,5	2,2	3,0	2,6	2,4	1,8	2,6	2,0
б м	4,2	3,4	4,0	3,6	4,5	3,0	3,5	2,5	3,2	4,4
с м	1,2	1,0	0,8	0,9	1,3	1,1	0,9	0,8	1,0	1,4

Таблица 8

Вторая цифра шифра	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
q кН/м	20	30	22	32	24	34	26	36	28	40
р кН	35	42	38	58	40	56	45	54	50	52
М кНм	60	25	65	35	48	30	56	32	40	62

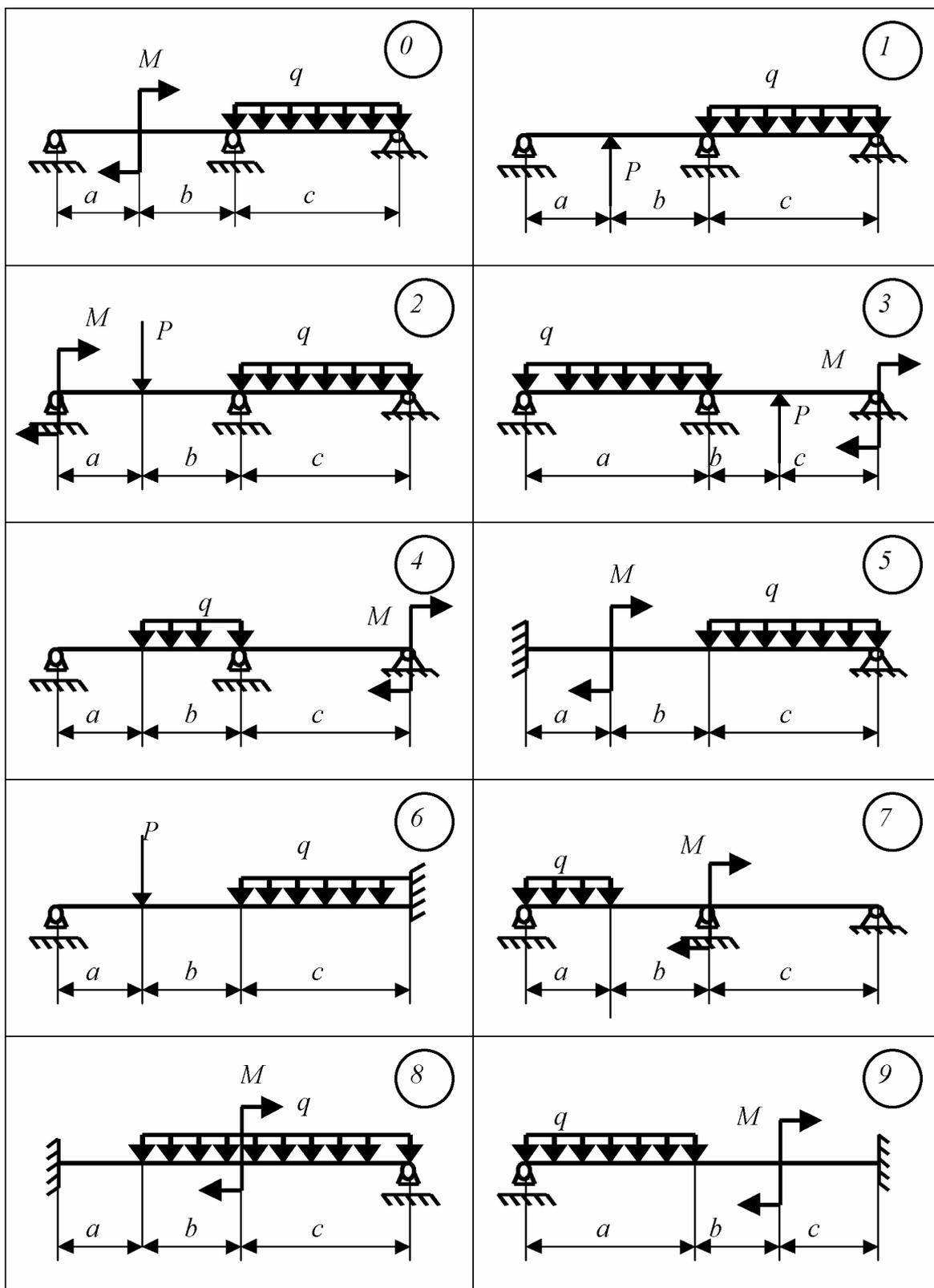


Рисунок 10
Схемы к задаче № 4

2.3.1.1 Указания к решению задачи 4.

Для расчета неразрезных балок применить метод сил в следующем порядке:

1 Выбрать основную систему путем врезания шарниров в местах промежуточных опор или замены заделки шарнирно-неподвижной опорой.

2 Построить эквивалентную систему, для чего к основной системе приложить внешние нагрузки и неизвестные усилия (моменты в местах установки шарниров).

3 Составить систему канонических уравнений.

4 Построить эпюры изгибающих моментов отдельно от внешних нагрузок и от единичных моментов в местах постановки шарниров.

5 Путем перемножения эпюр определить коэффициенты канонических уравнений и свободные члены.

При этом удобно пользоваться общей формулой, полученной при перемножении параболической и прямолинейной трапеций (рис.11):

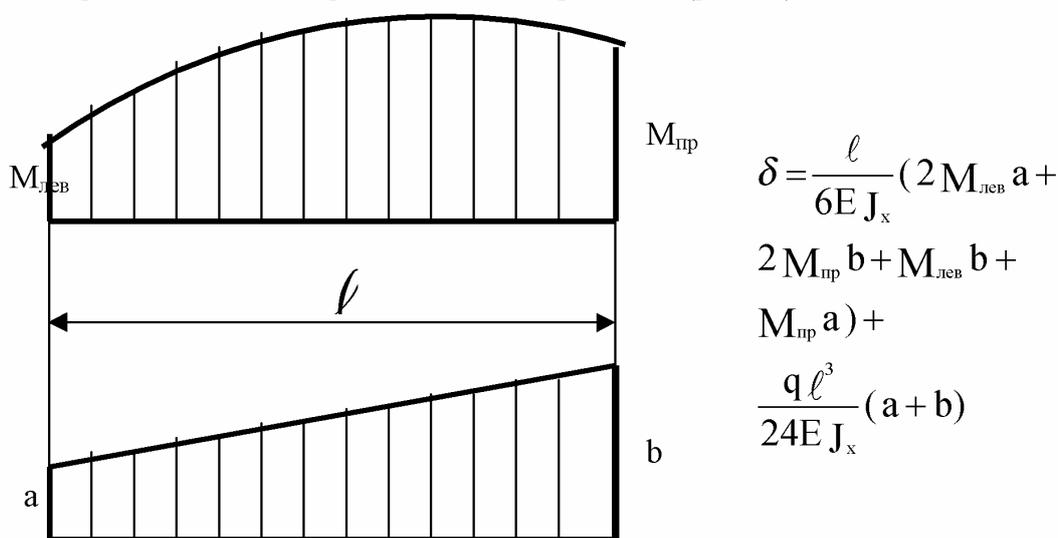


Рисунок 11

6 Решить систему уравнений и определить неизвестные моменты. К каждой отдельной балке приложить заданную нагрузку, вычисленные опорные моменты и построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

7 По наибольшему изгибающему моменту из условия прочности на изгиб определить момент сопротивления, диаметр сечения и из таблиц сортамента подобрать двутавр.

8 Используя один из способов перемножения эпюр, определить прогиб и угол поворота в указанных сечениях.

2.3.1.2 Пример решения задачи № 4

1 Расчет начинаем с определения степени статической неопределимости, т.к. неизвестных реакций четыре, а уравнений статики можно составить только три, то данная задача один раз статически неопределимая.

2 Для неразрезной балки в качестве основной системы легче выбирать такую же балку, но с врезанным шарниром на промежуточной опоре (рис.10б). К основной системе прикладываем заданную нагрузку и момент X_1 – получаем эквивалентную систему (рис.10в)

3 Врезав шарнир на промежуточной опоре, получили две независимые балки. К ним прикладываем внешнюю нагрузку (рис.10г), определяем реакции опор и строим эпюры изгибающих моментов от заданной нагрузки (рис.10д).

4 После чего снимаем заданную нагрузку, прикладываем $X_1=1$, и от них строим эпюру изгибающих моментов (рис.10е).

5 Составляем каноническое уравнение

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1p} = 0$$

6 «Перемножая» эпюры M_p и M_1 , определяем коэффициенты канонического уравнения.

$$\delta_{11} = \frac{4}{6 EJ_x} (2 \cdot 1 \cdot 1) + \frac{5}{6 EJ_x} (2 \cdot 1 \cdot 1) = \frac{3}{EJ_x}.$$

$$\begin{aligned} \Delta_{1p} = & + \frac{2}{6 EJ_x} (2 \cdot 35 \cdot 0,5 + 30 \cdot 0,5) + \frac{2}{6 EJ_x} (2 \cdot 35 \cdot 0,5 + 1 \cdot 35) + \\ & + \frac{20 \cdot 2^3}{24 EJ_x} (0,5 + 1) + \frac{2}{6 EJ_x} (2 \cdot 18 \cdot 0,6 + 18 \cdot 1) + \\ & + \frac{20 \cdot 2^3}{24 EJ_x} (1 + 0,6) + \frac{3}{6 EJ_x} (2 \cdot 18 \cdot 0,6) + \frac{20 \cdot 3^3}{24 EJ_x} (0,6 + 0) = \frac{98,2}{EJ_x}; \end{aligned}$$

7 Подставляем коэффициенты в каноническое уравнение, решая которое находим X_1 .

$$\frac{3}{EJ_x} \cdot X_1 + \frac{98,2}{EJ_x} = 0; \quad \text{откуда} \quad X_1 = -\frac{98,2}{3} = -32,7 \text{ кНм}$$

8 К каждой из балок прикладываем заданную нагрузку и найденный момент (рис.12ж,13а,14а). От них определяем реакции опор и строим эпюры поперечных сил (рис.13б и 14б) и изгибающих моментов (рис.13в, 14в). Состыковав по участкам соответственно эпюры Q и M , получим окончательные эпюры (рис. 12з, 12и).

9 Выполняем деформационную проверку. Она состоит в том, что при «перемножении» эпюры M_s на M_1 должен получиться ноль.

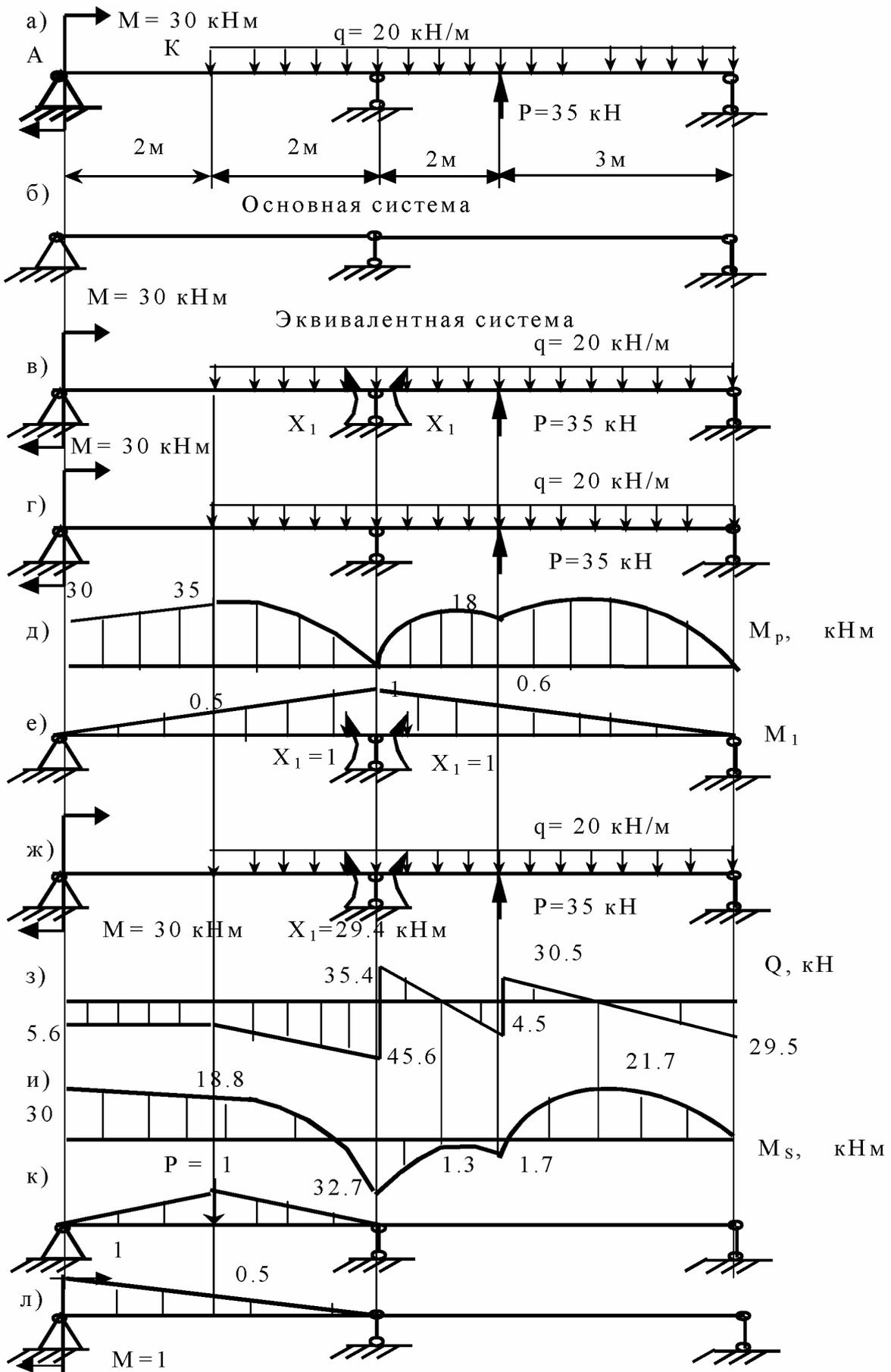


Рисунок 12

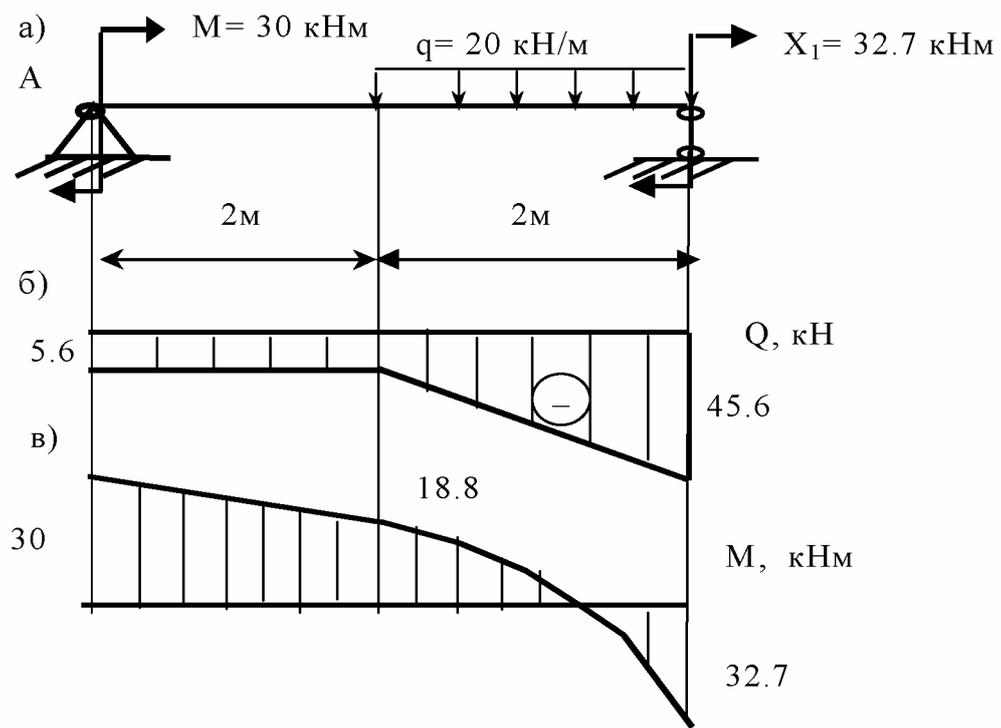


Рисунок 13

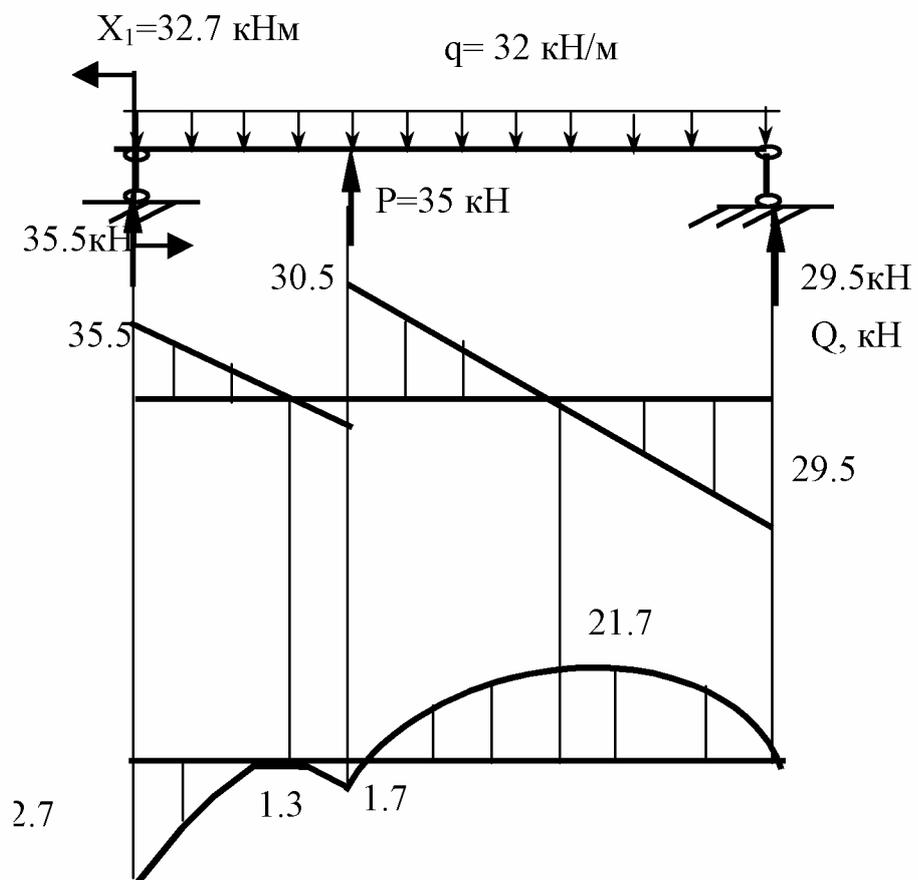


Рисунок 14

$$\Delta_{1p} = \frac{2}{6EJ_x}(2 \cdot 0,5 \cdot 18,8 + 30 \cdot 0,5) + \frac{2}{6EJ_x}(2 \cdot 18,8 \cdot 0,5 - 2 \cdot 1 \cdot 32,7 - 0,5 \cdot 32,7 + 18,8 \cdot 1) + \frac{20 \cdot 2^3}{24EJ_x}(0,5 + 1) + \frac{2}{6EJ_x}(-2 \cdot 1 \cdot 32,7 - 2 \cdot 0,6 \cdot 1,7 - 32,7 \cdot 0,6 - 1 \cdot 1,7) + \frac{20 \cdot 2^3}{24EJ_x}(1 + 0,6) + \frac{3}{6EJ_x}(-2 \cdot 0,6 \cdot 1,7) + \frac{20 \cdot 2^3}{24EJ_x}(0,6 + 0) = \frac{(-57,8 + 58)}{EJ_x}$$

Погрешность составляет

$$\frac{(-57,8 + 58)}{EJ_x} \cdot 100\% = 0,35\%$$

10 Из эпюры изгибающих моментов (рис.10и) находим опасное сечение, $M_{\max} = 32,7$ кНм.

Из условия прочности:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_o} \leq [\sigma]$$

находим необходимый момент сопротивления сечения

$$W_o \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{32,7 \cdot 10^{-3}}{160} \cdot 10^6 = 204,4 \text{ см}^3$$

По таблице сортамента подбираем двутавр №22, $W_x = 232 \text{ см}^3$, $J_x = 2550 \text{ см}^4$

11 К основной системе в точке К прикладываем единичную силу, от нее определяем реакции опор и строим эпюру изгибающих моментов (рис.12к), которую «перемножаем» на эпюру M_s (рис.12и).

$$y_A = \frac{2}{6EJ_x}[2 \cdot 1 \cdot 18,8 + 1 \cdot 30] + \frac{2}{6EJ_x}[2 \cdot 18,8 \cdot 1 - 32,7 \cdot 1] + \frac{20 \cdot 2^3}{24EJ_x}(0,5 + 1) = \frac{34,2}{EJ_x} = \frac{34,2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^5 \cdot 2550 \cdot 10^{-8}} = 6,71 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 6,71 \text{ мм}$$

Знак «плюс» указывает на то, что точка К перемещается по направлению единичной силы, т.е. вниз

12 В сечении А прикладываем единичный момент, от него строим эпюру изгибающих моментов (рис.12л), которую «перемножаем» на эпюру M_s (рис. 12и).

$$\theta_A = \frac{2}{6EJ_x} [2 \cdot 30 + 18,8 \cdot 0,5 + 30 \cdot 0,5 + 18,8 \cdot 1] + \frac{2}{6EJ_x} [2 \cdot 18,8 \cdot 0,5 - 32,7 \cdot 1] + \frac{20 \cdot 2^3}{24EJ_x} (0,5 + 0) = \frac{32,8}{EJ_x} = \frac{32,8 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^5 \cdot 2550 \cdot 10^{-8}} = 6,35 \cdot 10^{-3} \text{ рад}$$

Знак «плюс» указывает на то, что сечение в А поворачивается в направлении единичного момента, т.е. по часовой стрелке.

2.3.2 Задача № 5

Для стальной рамы, представленной на рис.15, необходимо раскрыть статическую неопределимость, построить эпюры продольных, поперечных сил и изгибающих моментов, подобрать номер двутавра и определить угол поворота сечения К. Данные взять из табл. 7 и 8, $[\sigma]=180\text{МПа}$

2.3.2.1 Указания к решению задачи 5 .

План решения задачи 5 такой же, как и для задачи 4. Выбор основной системы осуществляется путем отбрасывания лишних связей, остальные этапы решения аналогичны таковым задачи 4.

2.3.2.2 Пример решения задач №5

1 Анализируем заданную систему (рис.16а). В ней неизвестных реакций четыре, а уравнений равновесия можно составить только три. Значит данная система один раз статически неопределимая. Отбросив одну связь, получаем основную систему (рис.16б). К основной системе прикладываем заданную нагрузку и усилие в направлении лишней связи, получаем эквивалентную систему (рис.16в).

2 Составляем каноническое уравнение

$$\delta_{11} X_{11} + \Delta_{1p} = 0$$

3 Для определения коэффициентов, которого строим эпюры изгибающих моментов от заданной нагрузки и единичных «лишних» неизвестных (рис.16д 16е).

4 Находим коэффициенты канонического уравнения

$$\delta_{11} = \frac{1,5}{6EJ_x} [2 \cdot 1,5 \cdot 1,5] + \frac{5}{6EJ_x} [2 \cdot 1,5 \cdot 1,5 + 2 \cdot 2,5 \cdot 2,5 - 1,5 \cdot 2,5 - 2,5 \cdot 1,5] + \frac{2,5}{6EJ_x} (2 \cdot 2,5 \cdot 2,5) = \frac{14,3}{EJ_x}$$

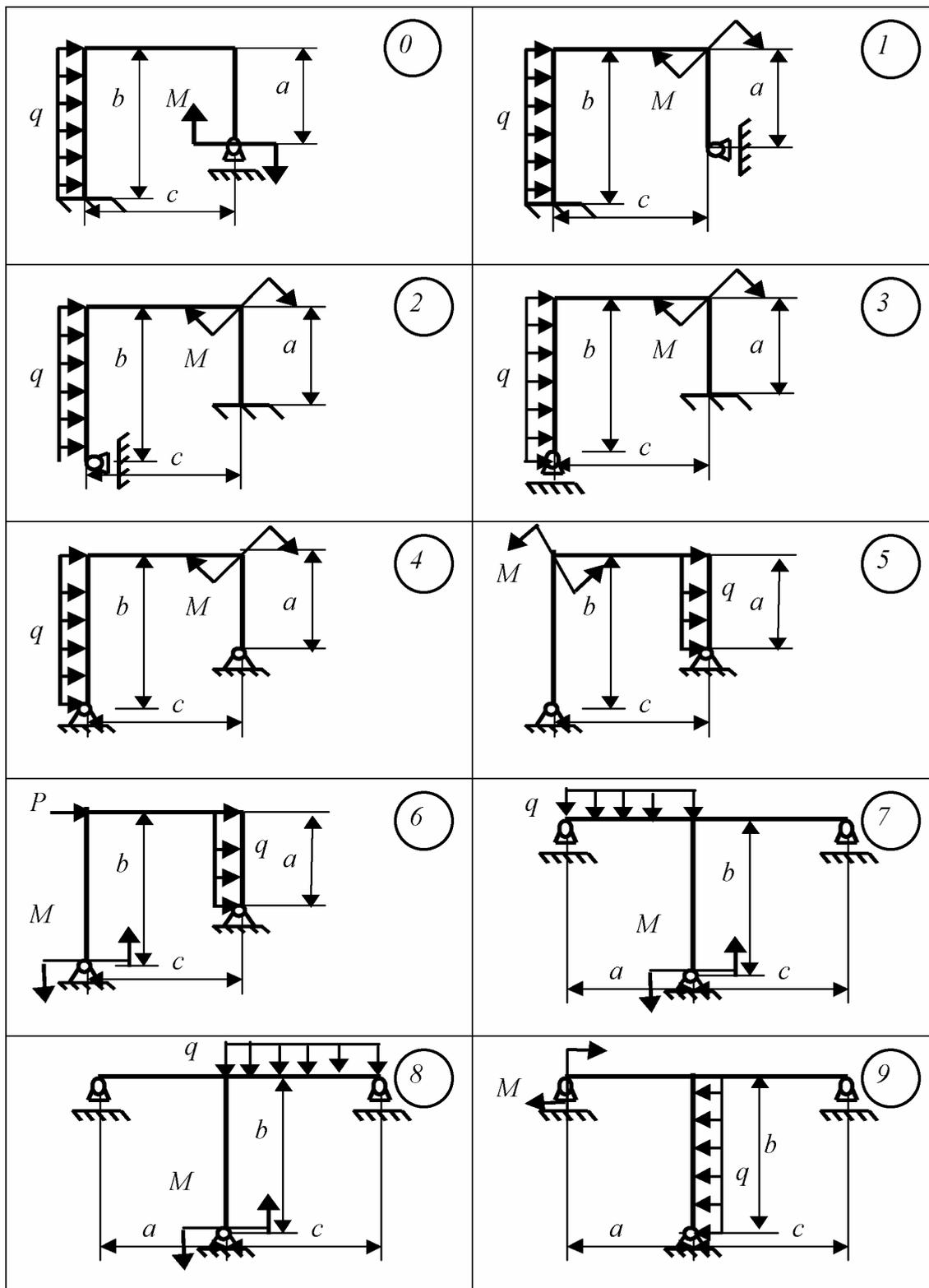
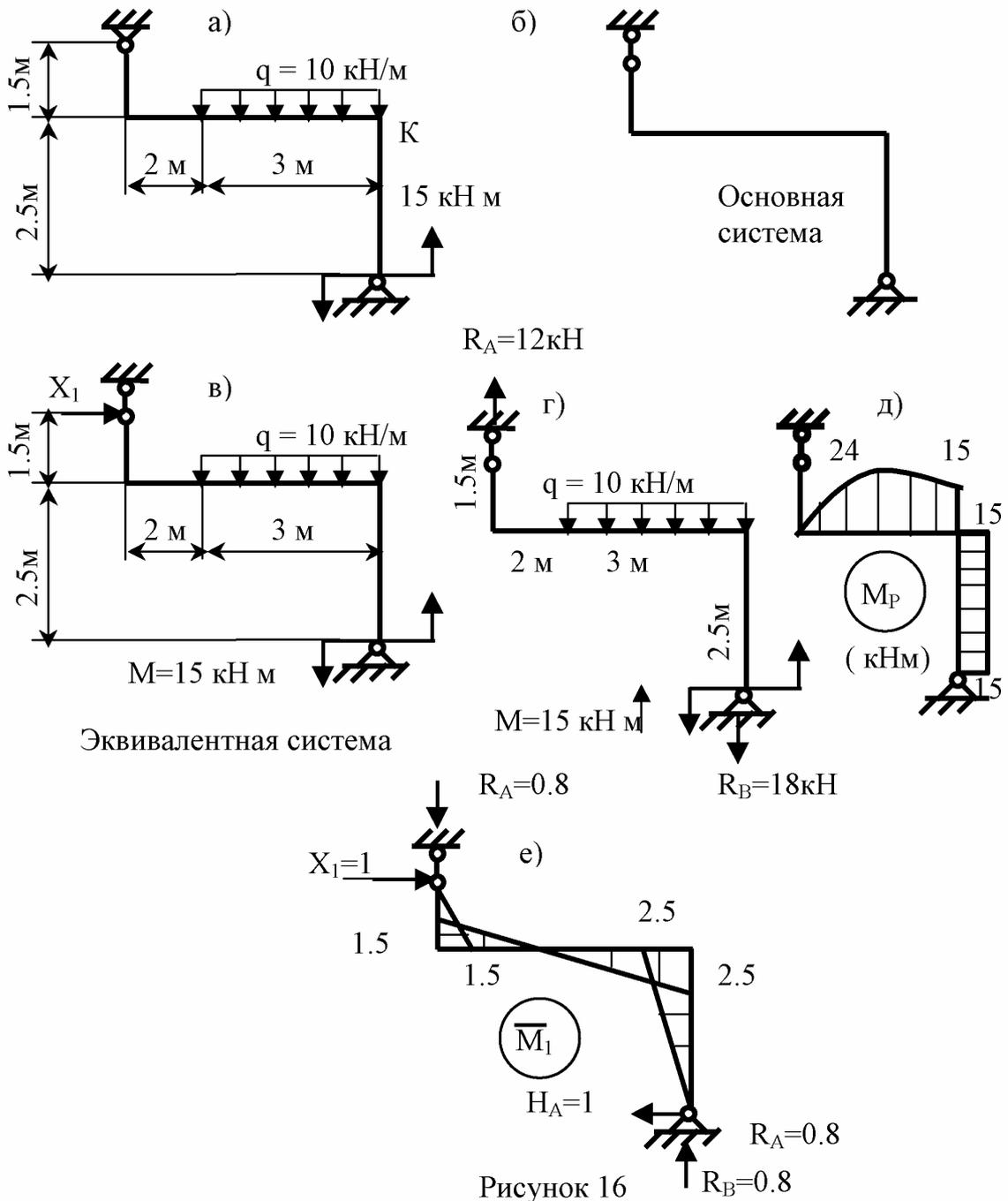


Рисунок 15
Схемы к задаче № 5



$$\Delta_{1p} = \frac{2}{6EJ_x} [-2 \cdot 0,1 \cdot 24 + 24 \cdot 1,5] + \frac{3}{6EJ_x} [-2 \cdot 24 \cdot 0,1 - 2 \cdot 15 \cdot 2,5 - 24 \cdot 2,5 - 15 \cdot 0,1] + \frac{10 \cdot 3^3}{24EJ_x} (-0,1 - 2,5) + \frac{2,5}{6EJ_x} [-2 \cdot 15 \cdot 2,5 - 15 \cdot 2,5] = \frac{136,4}{EJ_x}$$

4 Подставляем коэффициенты в каноническое уравнение и определяем X_1 .

$$\frac{14,3}{EJ_X} X_1 - \frac{136,4}{EJ_X} = 0, X_1 = \frac{136,4}{14,3} = 9,56 \text{ кН}$$

6 К основной системе прикладываем заданную нагрузку и найденную неизвестную X_1 (рис.17а). От них определяем реакции опор и строим эпюры N, Q, M_s (рис.17б,в,г).

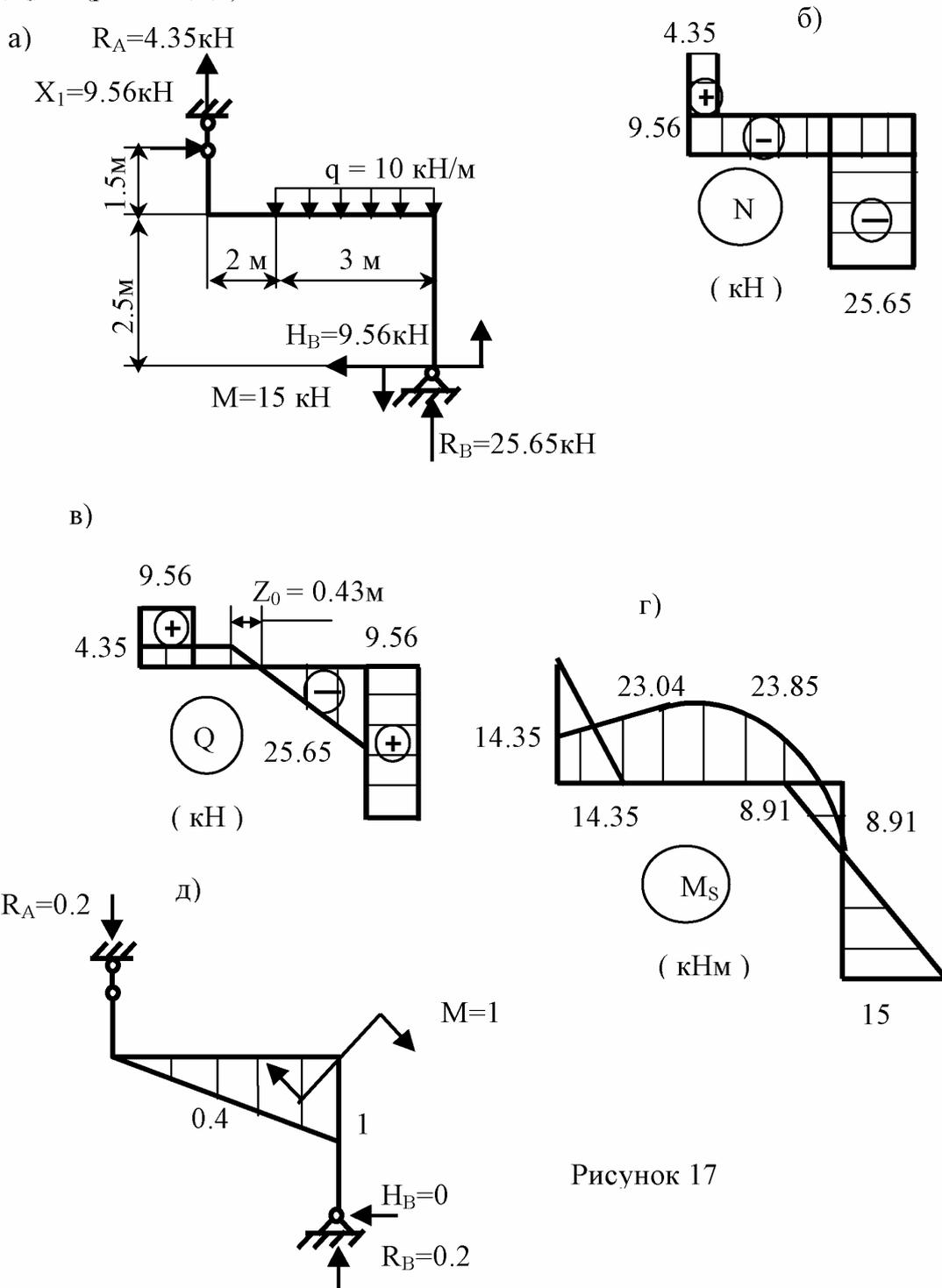


Рисунок 17

7 Выполняем деформационную проверку. Для этого «перемножаем» эпюры M_s (рис.17г) и M_1 (рис.16е). Этим самым определяем перемещения в заданной системе (рис.16а) в точке В в горизонтальном направлении. Оно должно быть равно нулю.

При определении погрешности необходимо вычислить все положительные и отрицательные величины отдельно, а затем разность разделить на меньшую из величин по модулю и умножить на 100%.

$$\Delta_{1p} = \frac{1,5}{6EJ_x}(2 \cdot 14,35 \cdot 1,5) + \frac{2}{6EJ_x}(2 \cdot 1,5 \cdot 14,35 - 2 \cdot 23,04 \cdot 0,1 - 14,35 \cdot 0,1 + 23,04 \cdot 1,5) + \frac{3}{6EJ_x}(-2 \cdot 23,04 \cdot 0,1 + 2 \cdot 8,91 \cdot 2,5 - 23,04 \cdot 2,5 + 0,1 \cdot 8,91) + \frac{10 \cdot 3^3}{24EJ_x}(-0,1 - 2,5) + \frac{2,5}{6EJ_x}(2 \cdot 8,91 \cdot 2,5 - 15 \cdot 2,5) = \frac{1}{EJ_x}(77,2 - 77,84) = -\frac{0,64}{EJ_x}$$

$$\text{Погрешность} \quad \frac{0,64}{77,2} \cdot 100\% \approx 0,8\%$$

8 По эпюре $M_{\text{изг}}$ (рис.17г) находим наибольший изгибающий момент, $M_{\text{изг.макс}} = 23,85$ кНм.

9 Из условия прочности

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{W_x} \leq [\sigma]$$

Находим необходимый момент сопротивления двутавра

$$W_x \geq \frac{M_{\text{max}}}{[\sigma]} = \frac{23,85 \cdot 10^{-3}}{180} \cdot 10^6 = 131,4 \text{ см}^3$$

Из таблицы сортамента (см. “Справочник по сопротивлению материалов” Г.С.Писаренко и др.. К.:Вища школа,1988.-С.99) выбираем двутавр №18, $W_x = 143 \text{ см}^3$, $J_x = 1290 \text{ см}^4$.

10 К основной системе в узле К прикладываем единичный момент. От него определяем реакции опор, строим эпюру изгибающих моментов (рис.17д), которую «перемножаем» на эпюру M_s (рис.17г). Этим самым определяем угол поворота сечения К.

$$\theta_A = \frac{2}{6EJ_x}(-2 \cdot 23,04 \cdot 0,4 - 14,35 \cdot 0,4) + \frac{3}{6EJ_x}(-2 \cdot 0,4 \cdot 23,04 +$$

$$2 \cdot 1 \cdot 8,91 - 23,04 \cdot 1 + 0,4 \cdot 8,91) + + \frac{10 \cdot 3^3}{24EJ_x} (-0,4 - 1) = -\frac{35}{EJ_x} =$$

$$-\frac{35 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^5 \cdot 1290 \cdot 10^{-8}} = -0,0136 \text{ рад}$$

Угол получили с «минусом», значит сечение К поворачивается в сторону, противоположную единичному моменту, т.е. против часовой стрелки.

2.3.3 Задача № 6

Для заданной стойки (табл.9,10 и рис.18), расчетная схема которой показана в аксонометрии, из условия устойчивости подобрать и рационально расположить ее сечение. Основное допускаемое напряжение на сжатие $[\sigma]=160\text{МПа}$, материал стойки Ст.3.

Таблица 9

Первая цифра шифра	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
P, кН	500	550	600	650	700	450	400	350	600	500

Таблица 10

Вторая цифра шифра	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
ℓ , м	4,0	3,5	3,0	5,0	2,5	5,5	4,0	4,5	5,0	3,5

2.3.3.1 Указания к решению задачи 6:

- 1 Показываем проекции расчетной схемы стойки по плоскостям XZ и YZ
- 2 Принимаем коэффициент уменьшения допускаемого напряжения $\varphi_1=0,5$

$$\sigma = \frac{P}{\varphi_1 F} \leq [\sigma],$$

- 3 Из условия устойчивости

здесь P – сжимающая сила;

$[\sigma]$ – основное допускаемое напряжение сжатие материала.

Определяем необходимую площадь сечения стойки по формуле

$$F \geq \frac{P}{\varphi_1 [\sigma]}$$

- 4 Определяем площадь сечения прокатного профиля

$F_{np} = \frac{F}{K}$ где K – число прокатных профилей, входящих в сечение.

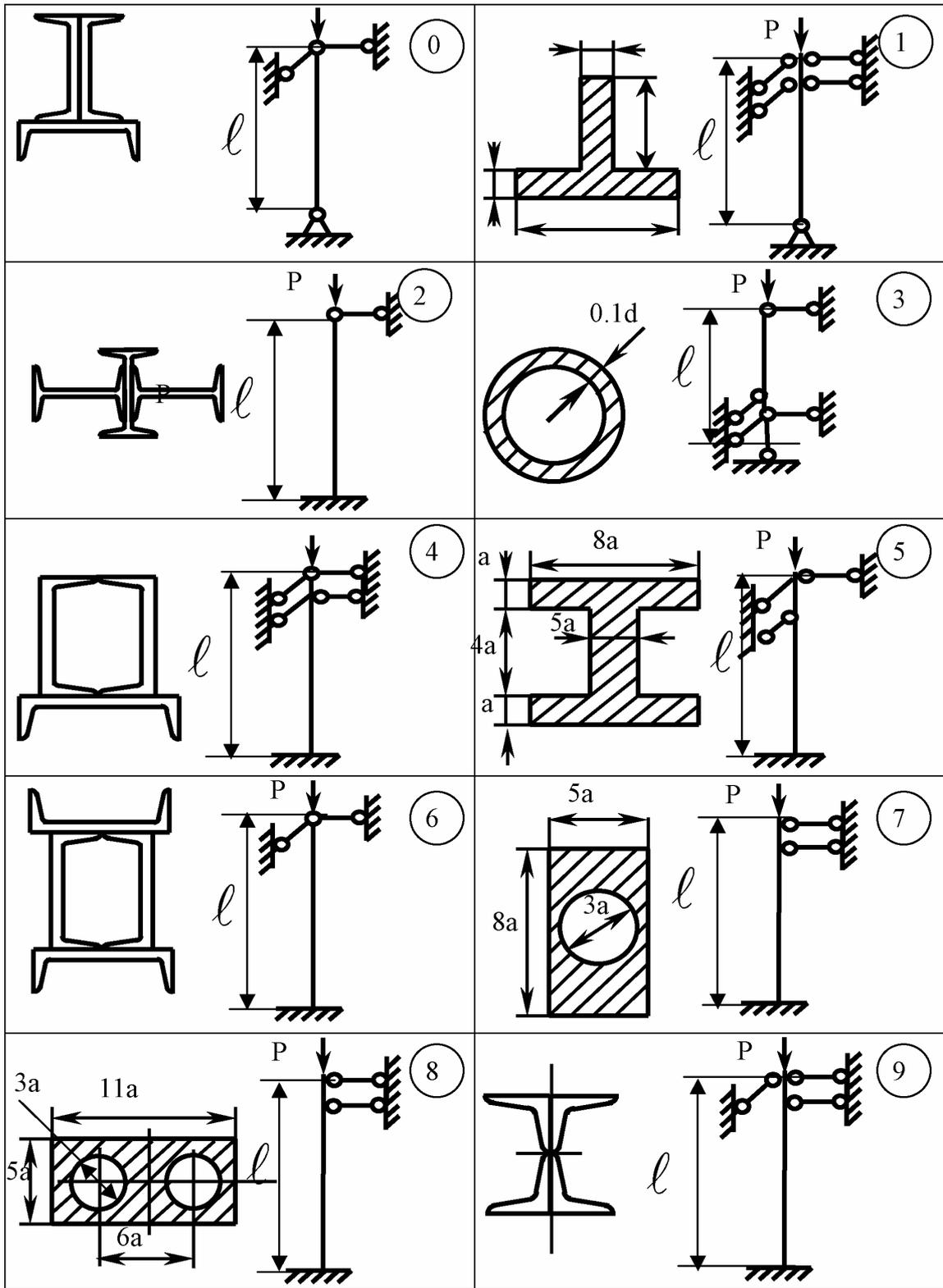


Рисунок 18
Схемы к задаче № 6

5 Из таблицы сортамента (см. “Справочник по сопротивлению материалов” Г.С.Писаренко и др., К.:Вища школа, 1988.- С.84-101) выбираем необходимый прокатный профиль, и выписываем его геометрические характеристики.

6 Определяем положение центра тяжести сечения, его моменты инерции и радиусы инерции

$$i_X = \sqrt{\frac{J_X}{F}}; \quad i_Y = \sqrt{\frac{J_Y}{F}}$$

7 По формуле $\lambda = \frac{\mu l}{i}$ определяем гибкости λ относительно осей X и Y.

Здесь μ - коэффициент приведения длины. Он зависит от условий закрепления.

Перед этим рационально располагаем сечения. Для этого необходимо, чтобы большему μ соответствовал больший момент инерции.

8 По большей гибкости, по таблице в зависимости от λ определяем φ_2 (см.стр.502 “Справочника по сопротивлению материалов”.. Г.С.Писаренко и др.). Если гибкость не кратна 10, то выполняем интерполяцию (рис.19).

$$\varphi_2 = \varphi_B + \frac{\varphi_A - \varphi_B}{10} (\lambda_1 + 10 - \lambda)$$

9 Определив φ_2 , находим напряжения в стойке и сравниваем с допустимыми

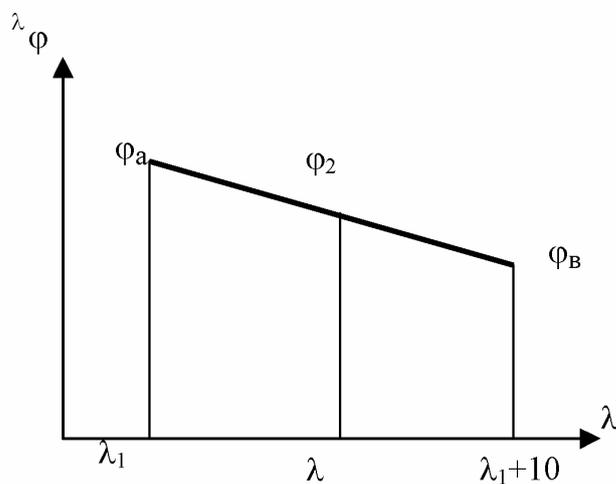


Рисунок 19

$$\sigma = \frac{P}{\varphi_2 F} \leq [\sigma]$$

Сечение считается рационально подобранным, если действующие напряжения меньше от допускаемых не более, чем на 10% и больше от допускаемых не больше, чем на 5%. Если это условие удовлетворяется, то расчет на этом заканчивается, если нет – то задаемся новым значением φ_1 , средним между прежним φ_1 и φ_2 и расчет повторяем.

2.3.3.2 Пример решения задачи 6

Для заданной стойки, расчетная схема которой дана в аксонометрии (рис.20а), из условия устойчивости подобрать и расположить наиболее выгодным образом сечение, состоящее из трех швеллеров (рис.20б), если $[\sigma] = 160$ МПа, действующая нагрузка $P = 250$ кН, длина $l = 2,6$ м, материал Ст.3.

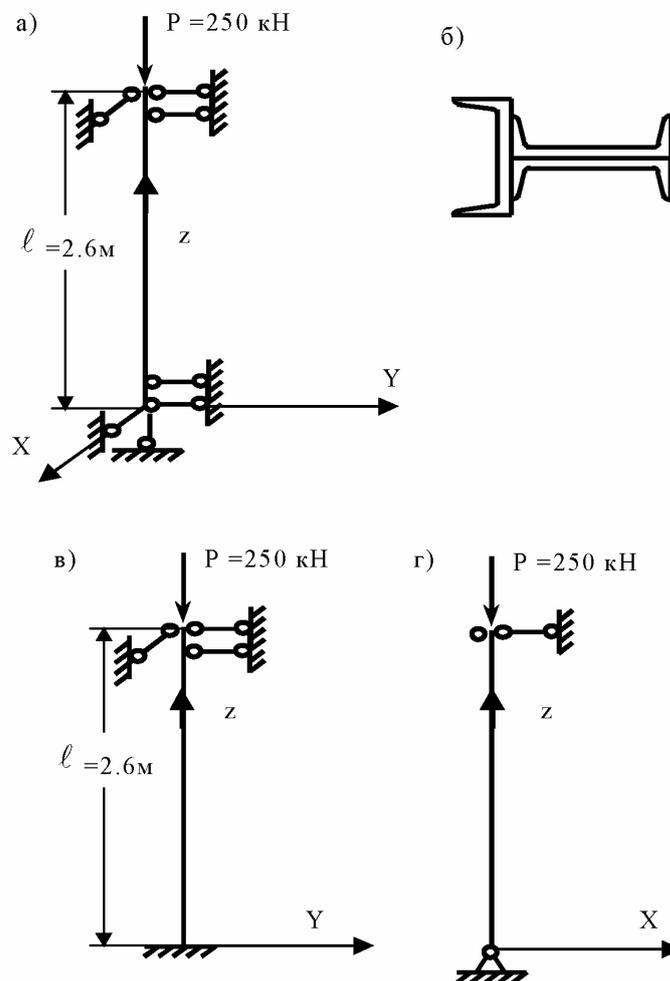


Рисунок 20

Из рис.20 видно, что условия закрепления стойки в главных плоскостях инерции различны. Покажем проекции расчетной схемы стойки (рис.20в и рис. 20г).

Подбор сечений производим из условия устойчивости:

$$\sigma = \frac{P}{\varphi F} \leq [\sigma]$$

где P – сила, сжимающая стойку;

F – площадь поперечного сечения стойки;

φ – коэффициент уменьшения основного допускаемого напряжения при сжатии. Он зависит от гибкости стержня, которая, в свою очередь, зависит от площади поперечного сечения стойки. Следовательно, в формулу входят две взаимосвязанные неизвестные величины F и φ . Одной из них, обычно φ , задаемся. Так как φ изменяется от 0 до 1, то принимаем: $\varphi_1 = 0,5$. Тогда

$$F = \frac{P}{\varphi_1 [\sigma]} = \frac{250 \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot 160} = 0,00311 \text{ м}^2 = 31,1 \text{ см}^2$$

Площадь одного швеллера

$$F_{ш} = \frac{P}{3} = \frac{31,1}{3} = 10,4 \text{ см}^2$$

По сортаменту выбираем швеллер №10.

Его геометрические характеристики: $F = 10,9 \text{ см}^2$; $J_x = 174 \text{ см}^4$.

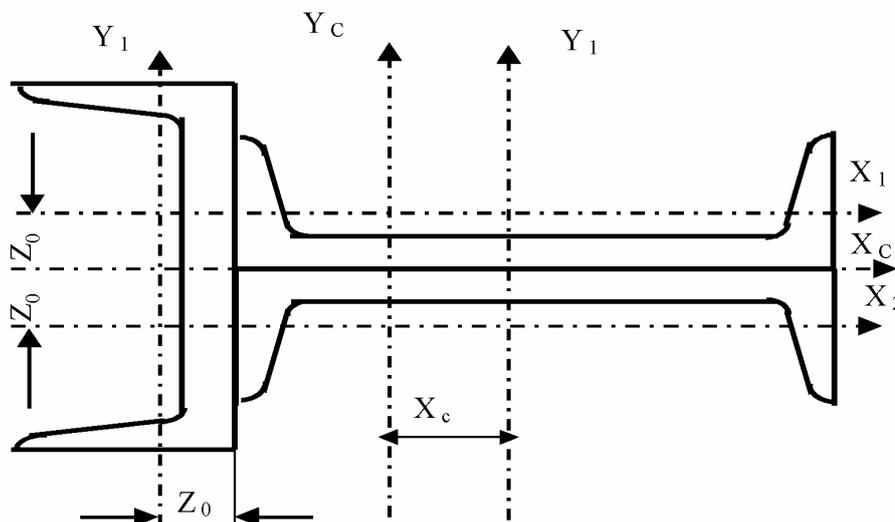


Рисунок 21

Определяем положение центра тяжести поперечного сечения стойки(см. рис. 21). В качестве вспомогательных принимаем оси X_1 и Y_c .

$$X_c = \frac{\sum X_i F_i}{\sum F_i} = \frac{-(z_0 + \frac{h}{2})F_1}{3F_1} = \frac{-(1,44 + \frac{0}{2})}{3} = -2,15 \text{ см}$$

Определяем моменты инерции относительно главных центральных осей X, Y:

$$J_x = 2(20,4 + 1,44^2 \cdot 10,9) + 174 = 260 \text{ см}^4$$

$$J_y = 2(174 + 2,15^2 \cdot 10,9) + 20,4 + (1,44 + \frac{10}{2} - 2,15)^2 \cdot 10,9 = 669 \text{ см}^4$$

С целью рационального распределения материала сечение необходимо располагать так, чтобы гибкости λ_x (в плоскости YZ) и λ_y (в плоскости XZ) отличались между собой как можно меньше.

Это выполняется в том случае, когда большему коэффициенту приведения длины μ соответствует больший момент инерции. В нашем случае это условие выполняется: $\mu_y > \mu_x$ и $J_y > J_x$. В противном случае сечение следовало бы развернуть на 90° .

Найдем радиусы инерции и гибкости:

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{F}} = \sqrt{\frac{260}{3 \cdot 10,9}} = 2,82 \text{ см}; \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}} = \sqrt{\frac{669}{3 \cdot 10,9}} = 4,53 \text{ см};$$

$$\lambda_x = \frac{\mu_x \ell}{i_x} = \frac{0,5 \cdot 260}{2,82} = 46; \quad \lambda_y = \frac{\mu_y \ell}{i_y} = \frac{1 \cdot 260}{4,53} = 57,3.$$

Так как $\lambda_y > \lambda_x$, то стойка быстрее потеряет устойчивость в плоскости ZX. Следовательно, дальнейший подбор сечения ведем по λ_y .

При помощи таблицы по гибкости λ_y определяем значение коэффициента уменьшения допускаемого напряжения φ .

При $\lambda_y = 57,3$ $\varphi_2 = 0,87$ (значение находим путем интегрирования).

Коэффициент φ_2 значительно отличается от φ_1 , поэтому задаемся новым значением φ_1 :

$$\varphi_1 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \frac{0,5 + 0,87}{2} = 0,68$$

и расчет повторяем.

$$F = \frac{250 \cdot 10^{-3}}{0,68 \cdot 160} = 23 \text{ см}^2; \quad F_{ш} = \frac{23}{3} = 7,67 \text{ см}^2$$

Принимаем швеллер №8:

$$J_{Y_1} = 89,4 \text{ см}^4; \quad J_{X_1} = 12,8 \text{ см}^4; \quad F_1 = 8,98 \text{ см}^2;$$

$$z_0 = 1,31 \text{ см}; X_c = \frac{-(1,31 + \frac{8}{2})}{3} = -1,77 \text{ см};$$

$$J_{yc} = 2(89,4 + 1,77^2 \cdot 8,98) + 12,8 + (1,31 + \frac{8}{2} - 1,77)^2 \cdot 8,98 = 361 \text{ см}^4;$$

$$i_y = \sqrt{\frac{361}{3 \cdot 8,98}} = 3,65 \text{ см}; \quad \lambda_y = \frac{1 \cdot 260}{3,65} = 71,2.$$

При $\lambda_y = 71,2$ $\Phi_2 = 0,80$.

В третьем приближении задаваться новым Φ нет необходимости. Достаточно взять соседний, меньший профиль и проверить его устойчивость.

Принимаем швеллер № 6,5:

$$J_{y1} = 48,6 \text{ см}^4; J_{x1} = 8,7 \text{ см}^4; z_0 = 1,24 \text{ см}; F_1 = 7,51 \text{ см}^2;$$

$$X_c = \frac{1,24 + \frac{6,5}{2}}{3} = -1,5 \text{ см}$$

$$J_{yc} = 2(48,6 + 1,5^2 \cdot 7,51) + 8,7 + (1,24 + \frac{6,5}{2} - 1,5)^2 \cdot 7,51 = 207 \text{ см}^4$$

$$i_y = \frac{207}{3 \cdot 7,51} = 3,02 \text{ см}; \quad \lambda_y = \frac{1 \cdot 260}{3,02} = 86;$$

при $\lambda_y = 86$ $\Phi = 0,71$

Действующее напряжение

$$\sigma = \frac{250 \cdot 10^{-3}}{0,71 \cdot 3 \cdot 7,51 \cdot 10^{-4}} = 156,6 \text{ МПа}$$

Что на 2,2% меньше допускаемого $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

Таким образом, окончательно принимаем швеллер № 6.5.

3 ПОДГОТОВКА К ЭКЗАМЕНАМ

3.1 Экзаменационные вопросы

1. Потенциальная энергия деформации бруса при различных случаях нагружения. Выражение потенциальной энергии деформации бруса через внутренние силовые факторы.
2. Теорема Кастилиано. Применение теоремы Кастилиано для определения перемещений сечений стержней упругой системы.
3. Теоремы о взаимности работ и взаимности перемещений.

4. Интеграл Мора для вычисления перемещений произвольно нагруженных брусьев.
5. Способ Верещагина. Формулы для определения перемещений.
6. Стержневые системы. Понятие о степенях свободы и связях. Статически неопределимые системы. Степень статической неопределимости.
7. Метод сил при расчете статически неопределимых систем. Канонические уравнения. Выбор основной системы. Эквивалентная система.
8. Расчет статически неопределимых рам.
9. Использование свойств симметрии при расчете статически неопределимых систем.
10. Статически неопределимые балки. Особенности расчета.
11. Расчет толстостенных цилиндров. Задача Ламе. Определение напряжений и радиальных перемещений.
12. Расчет толстостенных цилиндров, нагруженных только внутренним давлением. Оценка прочности.
13. Расчет толстостенных цилиндров, нагруженных только внешним давлением.
14. Напряжения при посадке двух цилиндров с заданным натягом. Определение контактного давления.
15. Устойчивость сжатых стержней. Понятие об устойчивых и неустойчивых формах равновесия. Критическая нагрузка. Задача Эйлера.
16. Формула Эйлера при различных случаях опорных закреплений стержней и пределы ее применимости.
17. Понятие о потере устойчивости при напряжениях, превышающих предел пропорциональности. Формула Ф.С.Ясинского.
18. Расчет на устойчивость по коэффициенту уменьшения допускаемого напряжения.
19. Продольно-поперечный изгиб прямого бруса. Особенности задачи в связи с ее нелинейностью. Интегрирование дифференциального уравнения изогнутой оси.
20. Приближенный метод расчетов при продольно-поперечном изгибе прямого бруса. Определение напряжений и коэффициента запаса.
21. Прочность материала при напряжениях, циклически меняющихся во времени. Современная трактовка вопроса. Механизм усталостного разрушения.
22. Кривые усталости и предел выносливости, вероятность разрушения в зависимости от перехода к предельным состояниям по уровню или числу циклов.
23. Влияние на предел выносливости качества поверхности, наклепа и окружающей среды.
24. Концентрация напряжений и абсолютные размеры деталей, как факторы, влияющие на выносливость. Эффективные коэффициенты концентрации при напряжениях, изменяющихся во времени.
25. Циклы переменных напряжений, их характеристика. Диаграммы предельных напряжений при асимметричных циклах.
26. Расчеты на прочность при одноосном напряженном состоянии и при кручении для несимметричных циклов. Коэффициент запаса прочности при переменных напряжениях.

27. Накопление усталостного напряжения и влияние нестационарного нагружения на сопротивление усталости. Закон линейного суммирования поврежденных. Понятие об определении долговечности конструкции при стационарных и нестационарных переменных напряжениях.
28. Пластические деформации при циклическом деформировании и условия малоциклового разрушения. О повышении в результате проведения конструктивных и технологических мероприятий.
29. Динамическая нагрузка. Использование принципа Даламбера. Силы инерции. Определение напряжений в стержне, движущемся поступательно с ускорением.
30. Расчет тонкостенного кольца, вращающегося равномерно или неравномерно.
31. Ударная нагрузка. Напряжения и перемещения в системе при соударении одного груза с ударяемой системой. Расчет по балансу энергии.
32. Влияние собственной массы ударяемой системы на величину напряжений при ударе.
33. Испытание на удар. Установка и методика проведения испытания. Пластическое и хрупкое состояние материала при разрушении.
34. Упругие колебания. Степени свободы. Собственные колебания системы с одной степенью свободы. Период и частота, круговая частота, амплитуда колебания.

3.2 Типы экзаменационных задач

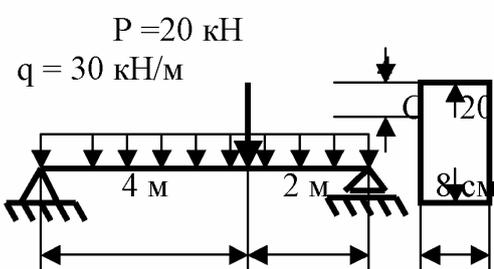
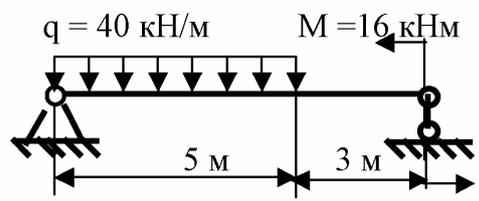
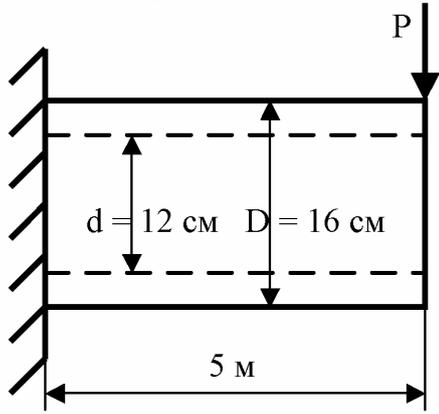
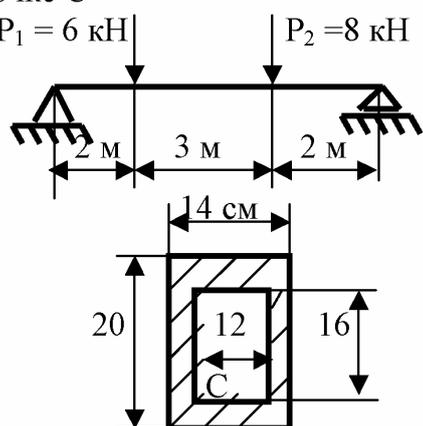
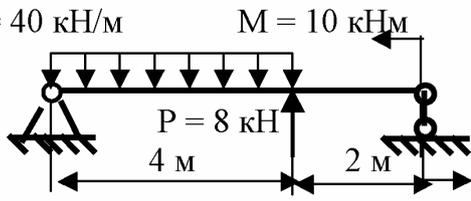
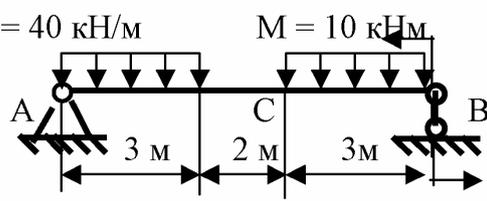
<p style="text-align: center;">Задача № 1</p> <p>Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов и определить максимальные нормальные напряжения в точке С</p> 	<p style="text-align: center;">Задача № 2</p> <p>Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов и подобрать номер двутавра, если $[\sigma] = 180 \text{ МПа}$</p> 
<p style="text-align: center;">Задача № 3</p> <p>Определить допустимую силу Р, если $[\sigma] = 150 \text{ МПа}$.</p> 	<p style="text-align: center;">Задача № 4</p> <p>Определить эквивалентные напряжения по четвертой теории прочности в точке С</p> <p>$P_1 = 6 \text{ кН}$ $P_2 = 8 \text{ кН}$</p> 
<p style="text-align: center;">Задача № 5</p> <p>Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов и подобрать балку круглого поперечного сечения, если $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.</p> 	<p style="text-align: center;">Задача № 6</p> <p>Определить прогиб в точке С и угол поворота в сечении А, если балка прямая с размерами: $h = 15 \text{ см}$, $b = 8 \text{ см}$.</p> 

Рисунок 22 – страница 1

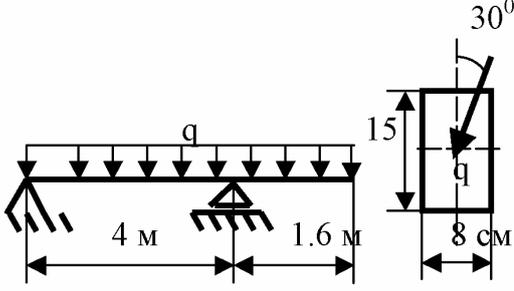
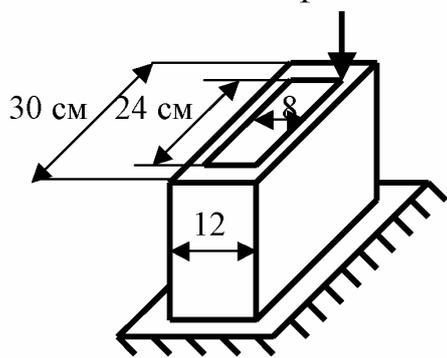
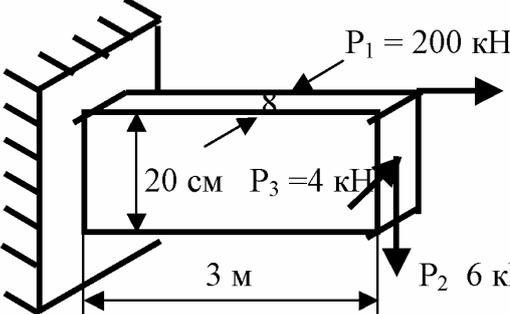
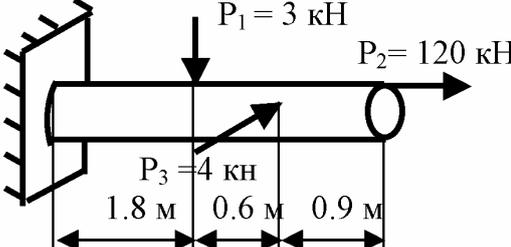
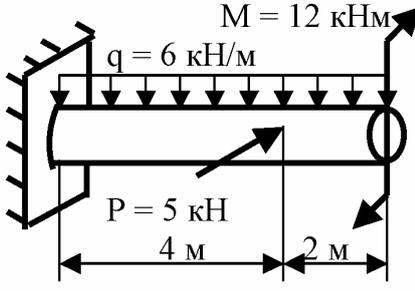
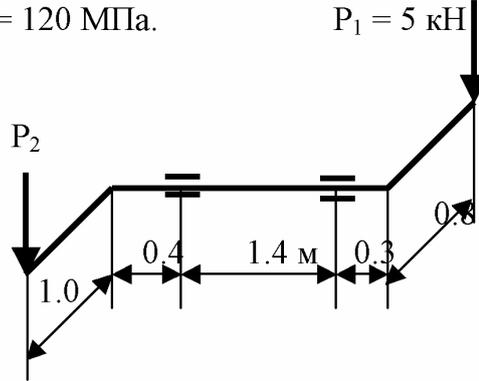
<p style="text-align: center;">Задача № 7</p> <p>Определить величину допустимого интенсивного нагружения q, если $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$</p> 	<p style="text-align: center;">Задача № 8</p> <p>Определить величину допустимой силы P, если $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$</p> 
<p style="text-align: center;">Задача № 9</p> <p>Определить нормальные напряжения в опасной точке.</p> 	<p style="text-align: center;">Задача № 10</p> <p>Определить наибольшие и наименьшие нормальные напряжения в опасном сечении круглого стержня диаметром 16 см.</p> 
<p style="text-align: center;">Задача № 11</p> <p>Определить напряжения по третьей теории прочности, если диаметр стержня равен 25 см.</p> 	<p style="text-align: center;">Задача № 12</p> <p>Определить диаметр стержня по третьей теории прочности, если $[\sigma] = 120 \text{ МПа}$.</p> 

Рисунок 22 – страница 2

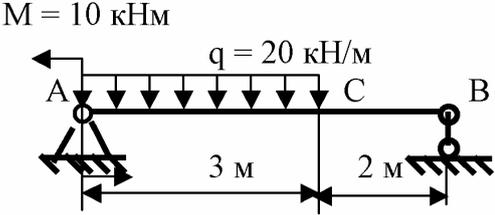
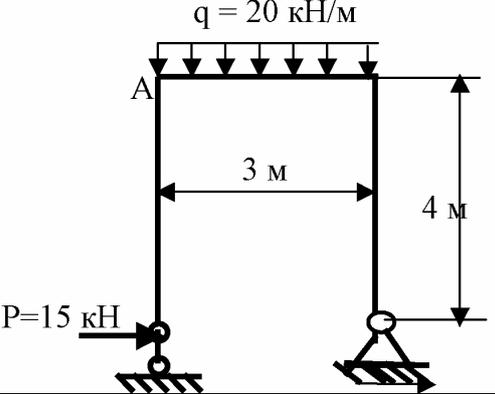
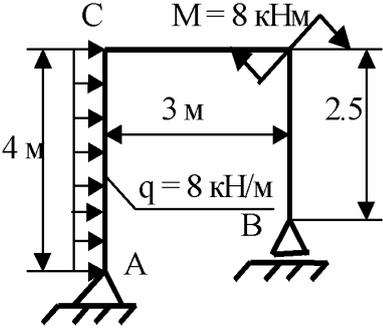
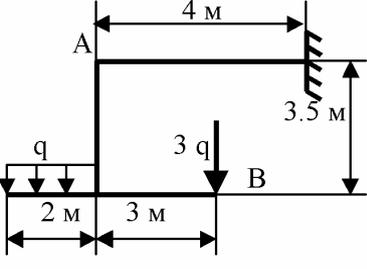
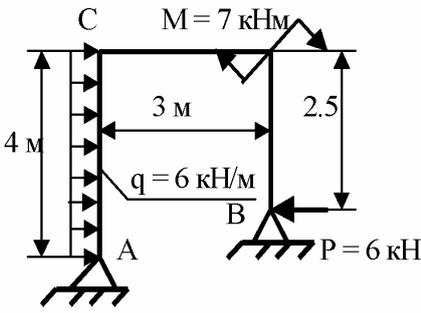
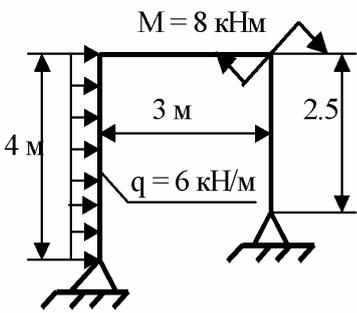
<p style="text-align: center;">Задача № 13</p> <p>С помощью интеграла Мора определить прогиб в точке С и угол поворота сечения А, если $J_x = 5000 \text{ см}^4$</p> 	<p style="text-align: center;">Задача № 14</p> <p>Определить горизонтальное перемещение точки А, если $J_x = 2000 \text{ см}^4$</p> 
<p style="text-align: center;">Задача № 15</p> <p>Определить угол поворота в узле С, если $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $J_x = 2000 \text{ см}^4$</p> 	<p style="text-align: center;">Задача № 16</p> <p>Угол поворота узла А $\theta_A = 0.01 \text{ рад}$, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $J_x = 2000 \text{ см}^4$. Определить величину q и вертикальное перемещение точки В</p> 
<p style="text-align: center;">Задача № 17</p> <p>Раскрыть статическую неопределимость и построить эпюры продольных, поперечных сил и изгибающих моментов.</p> 	<p style="text-align: center;">Задача № 18</p> <p>Раскрыть статическую неопределимость и построить эпюры N, Q и M. Попробовать номер двутавра, если $[\sigma] = 180 \text{ МПа}$</p> 

Рисунок 22 – страница 3

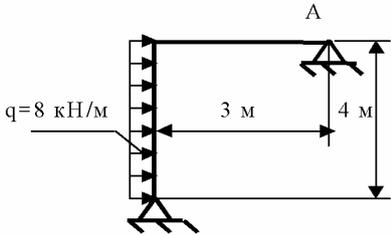
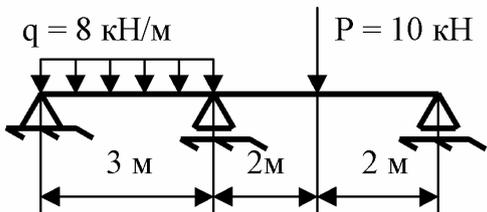
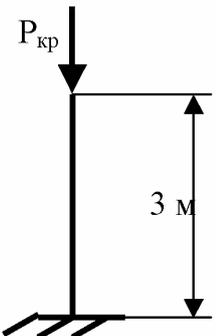
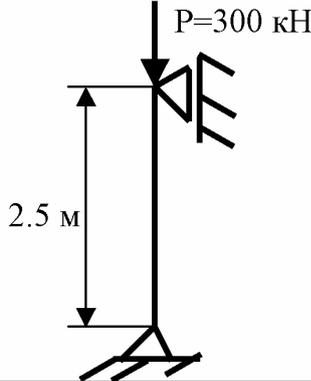
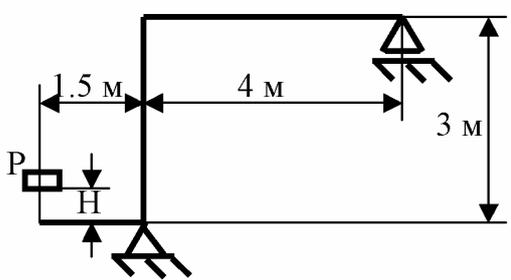
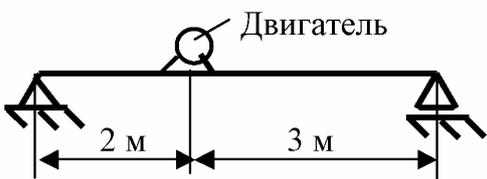
<p align="center">Задача № 19</p> <p>Раскрыть статическую неопределенность и построить эпюры N, Q и M. Подобрать раму круглого поперечного сечения, если $[\sigma] = 160$ МПа, определить угол поворота сечения на опоре А</p> 	<p align="center">Задача № 20</p> <p>Построить эпюры Q и M. Подобрать номер двутавра, если $[\sigma] = 160$ МПа, разделить прогиб в точке под силой P.</p> 
<p align="center">Задача № 21</p> <p>Для круглой стойки диаметром 20 см необходимо определить критическую силу, если $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\sigma_{\text{пл}} = 200$ МПа.</p> 	<p align="center">Задача № 22</p> <p>Подобрать размеры поперечного сечения стойки прямоугольного сечения, $h = 2b$, $[\sigma] = 160$ МПа</p> 
<p align="center">Задача № 23</p> <p>На стальную балку круглого поперечного сечения диаметром 30 см падает груз $P = 5$ кН с высоты $H = 3$ см. Определить максимальные нормальные напряжения.</p> 	<p align="center">Задача № 24</p> <p>На балке, изготовленной из двутавра № 24, установлен двигатель массой $m_{\text{дв}} = 2000$ кг, который вращается со скоростью $n = 600$ об/мин, максимальная возмущающая сила $P_0 = 0.4 m_{\text{дв}} g$. Определить максимальные нормальные напряжения в балке</p> 

Рисунок 22 – страница 4