

**ОПД.Ф.02.02 СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ
РАСЧЕТ ДЕТАЛЕЙ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН
НА УСТАЛОСТНУЮ ПРОЧНОСТЬ**

Методические указания

Кратко излагается и демонстрируется на примерах расчета вала при изгибе с кручением и клапанной пружины на растяжение-сжатие детерминистский и вероятностный подходы в расчете деталей механизмов и машин на усталостную прочность.

Методические указания должны помочь студентам при изучении теории и выполнении расчетно-графических работ соответствующего раздела курса “Соппротивление материалов”

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

1. Основы расчета на прочность в условиях стационарного нагружения

1.1. Характеристики цикла

1.2. Кривая усталости и предел выносливости

1.3. Диаграммы предельных амплитуд

1.4. Факторы, влияющие на сопротивление усталостному разрушению

1.4.1. Абсолютные размеры

1.4.2. Концентрация напряжений

1.4.3. Качество обработки поверхности

1.4.4. Технологические методы поверхностного упрочнения

1.5. Расчет на выносливость по коэффициентам запаса прочности при регулярном нагружении

2. Вероятностные методы расчета деталей машин на усталостную прочность

2.1. Вероятностная трактовка характеристик сопротивления усталости.

Построение полных вероятностных диаграмм усталости

2.2. Критерий подобия усталостного разрушения

2.3. Статистическая оценка нагруженности деталей машин

2.4. Корректированная линейная гипотеза суммирования усталостных повреждений при нерегулярном нагружении

3. Примеры расчета

3.1. Коленчатый вал

3.1.1. Расчет по коэффициентам запаса при регулярном нагружении

3.1.2. Определение ресурса детали

3.2. Клапанная пружина

Приложение

Список литературы

ВВЕДЕНИЕ

Большинство деталей работает при напряжениях, изменяющихся во времени, под действием которых в материале могут накапливаться необратимые механические изменения.

Разрушение деталей при переменных напряжениях возможно при значительно меньших уровнях напряжений, чем при статическом нагружении.

Если уровень переменных напряжений превосходит определенный предел, то при достаточно большом количестве циклов в результате накопления необратимых механических изменений в наиболее напряженном месте детали образуются субмикроскопические трещины. Длина этих трещин увеличивается, затем они объединяются, образуя первую макроскопическую трещину, под которой понимается трещина шириной 0.1- 0.5 мм. У корня этой трещины возникает местное увеличение напряжений (*концентрация напряжений*), что облегчает ее дальнейшее развитие. Трещина, постепенно развиваясь в ослабленном сечении, вызывает внезапное разрушение.

Накопление в материале необратимых механических изменений при действии изменяющихся во времени нагрузок называют *усталостью*, а разрушение в результате постепенного развития трещины - *усталостным разрушением*. Способность материала противостоять разрушению при напряжениях переменных во времени называется *выносливостью*.

Усталостные трещины, как правило, зарождаются в зоне изменения формы или нарушений поверхности (зона *концентрации напряжений*). Однако, при наличии внутренних дефектов или при поверхностном упрочнении они могут образовываться и под поверхностью детали.

Экспериментами установлено, что на сопротивление усталости, помимо концентрации напряжений, влияют также абсолютные размеры сечения, способ обработки, состояние поверхности детали и многие другие факторы.

При статических расчетах многие из этих факторов не учитываются, так как не влияют на статическую прочность.

В последнее время успешно развиваются и широко применяются вероятностные методы расчета усталостной прочности и долговечности. В реальных условиях эксплуатационные нагрузки на детали носят случайный характер. Характеристики прочности материала и деталей являются также случайными величинами. И действующим нагрузкам и характеристикам прочности свойственно значительное рассеяние. Часто процесс нагружения считают стационарным случайным процессом, т.е. таким, при котором математическое ожидание и дисперсия с течением времени не изменяются.

Для расчета усталостной прочности случайный процесс нагружения заменяется эквивалентным ему упорядоченным процессом. Такая замена возможна благодаря тому, что для современных методов расчета на усталость характер чередования амплитуд во времени является малосущественным.

1. Основы расчета на прочность в условиях стационарного нагружения

1.1. Характеристики цикла

Совокупность напряжений за период их изменения T называется циклом. Основными характеристиками цикла являются *максимальное напряжение* цикла σ_{max} или τ_a (в алгебраическом смысле), *минимальное напряжение* σ_{min} или τ_{min} , *среднее напряжение* σ_m или τ_m и *амплитуда цикла* $\overline{\sigma}$ или τ_a (рис. 1.1), которые вычисляются по формулам:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad \text{или} \quad \tau_m = \frac{\tau_{max} + \tau_{min}}{2}, \quad (1.1)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad \text{или} \quad \tau_a = \frac{\tau_{max} - \tau_{min}}{2}. \quad (1.2)$$

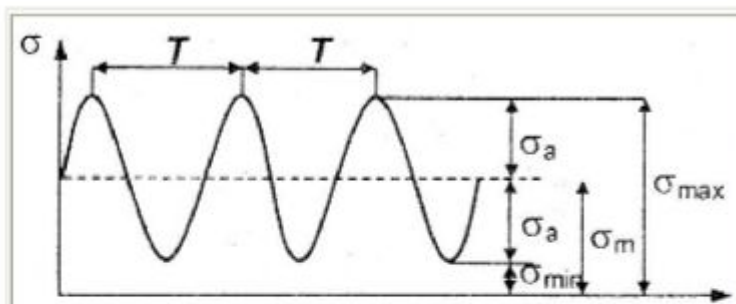


Рис. 1.1. Характеристики цикла

Отношение минимального напряжения к максимальному называется *коэффициентом асимметрии*:

$$r = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad \text{или} \quad r = \frac{\tau_{min}}{\tau_{max}}, \quad (1.3)$$

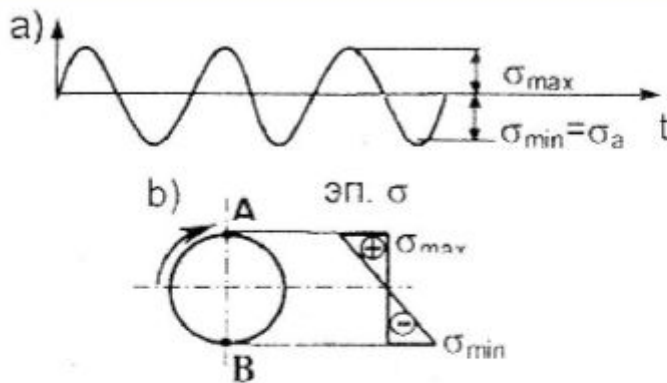


Рис. 1.2. Симметричный цикл: а - график изменения напряжений; б - эпюра нормальных напряжений при изгибе вращающегося вала постоянным моментом

Если $\sigma_{\max} = -\sigma_{\min}$, то $r = -1$ и цикл называется *симметричным*. Симметричный цикл встречается при изгибе вращающегося вала постоянным моментом. Из-за вращения вала в волокнах A и B (рис. 1.2) через каждые пол-оборота действуют максимальные напряжения то растяжения то сжатия.

Цикл называется *пульсационным* ("отнулевым"), если минимальное напряжение цикла равно нулю. При этом $r = 0$. Пульсационный цикл имеет место в зубе шестерни при передаче постоянного момента и вращении в одну сторону, в трубопроводах при периодической подаче и снятии давления.

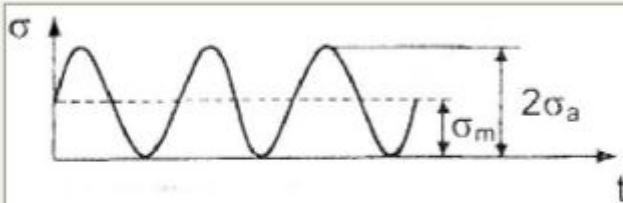


Рис. 1.3. Пульсационный цикл

При пульсационном цикле среднее напряжение и амплитуда цикла равны (рис. 1.3):

$$\sigma_m = \sigma_a = \frac{\sigma_{\max}}{2} \quad \text{или} \quad \tau_m = \tau_a = \frac{\tau_{\max}}{2}, \quad (1.4)$$

Цикл с коэффициентом асимметрии $r \neq -1$ и $r \neq 0$ называется *асимметричным* (рис. 1.1), при этом $\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a$, $\sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a$. Циклы с одинаковыми коэффициентами асимметрии r называются *подобными*.

1.2. Кривая усталости и предел выносливости

Между максимальным напряжением цикла и числом циклов до разрушения существует зависимость, определяемая *кривой усталости*. Для построения кривой усталости проводят испытания образцов при нагрузках, периодически изменяющихся во времени (растяжение, кручение или изгиб) [8]. На каждом уровне нагружения испытывают 10-30 образцов. Наиболее распространенными являются испытания при симметричном цикле напряжений ($r = -1$).

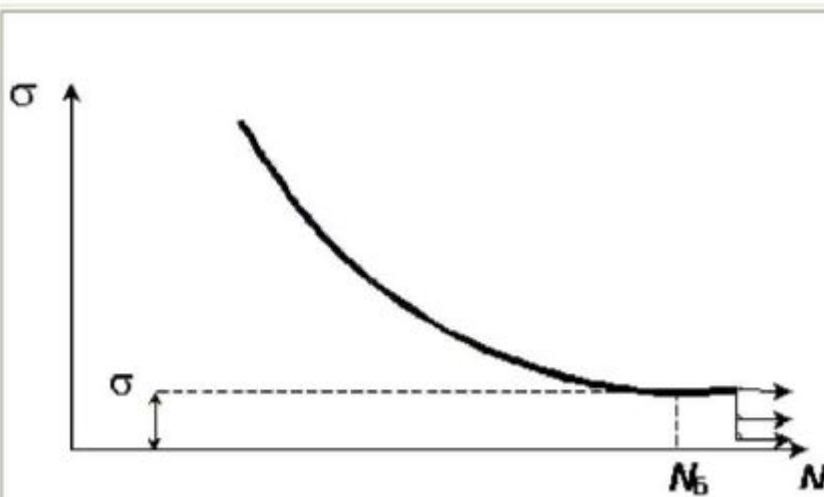
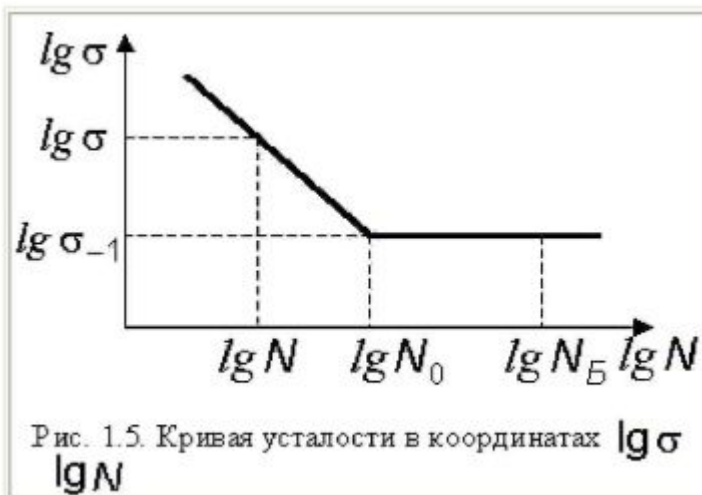


Рис. 1.4. Кривая усталости в координатах $\sigma - N$

Испытания начинают при амплитудных напряжениях, составляющих 0,7 от предела прочности при статической нагрузке (σ_B). Далее напряжения постепенно уменьшают до тех пор, пока не будет достигнут тот уровень, при котором деталь не разрушится после достаточно большого числа циклов нагружения. Это число циклов называют *базой испытаний* $N_{Бн}$ принимают равным 10^7 для стали и $5 \cdot 10^7 \div 10^8$ для легких сплавов.

Результаты испытаний представляют графически в координатной системе $\sigma - N$, $\sigma - \lg N$, или $\lg \sigma - \lg N$ (рис. 1.4, 1.5). Кривая, проведенная по осредненным опытным точкам, называется *кривой усталости*, или *кривой Вёлера* (A. Völler). Для стали, чугуна и ряда других металлов и титановых сплавов кривая усталости имеет горизонтальную асимптоту, не совпадающую с осью абсцисс, причем наблюдается такое значение σ_r что при $|\sigma_{\max}| < \sigma_r$ разрушающее число циклов $N \rightarrow \infty$. Испытание ведут до базы $N_{Б}$, а *пределом выносливости* называется наибольшее значение максимального напряжения цикла при котором стандартный образец выдерживает базовое число циклов с малой степенью вероятности разрушения.

Предел выносливости обозначают через σ_r (r - коэффициент асимметрии). Поэтому σ_{-1} - предел выносливости при симметричном цикле, σ_0 - предел выносливости при пульсационном цикле.



В логарифмических координатах левые ветви кривых усталости являются прямыми линиями (рис. 1.5). Уравнение наклонной ветви кривой усталости имеет вид:

$$N \cdot \sigma_a^m = N_0 \cdot \sigma_{-1}^m = \text{const} \quad \text{при} \quad N \leq N_0; \quad N = \infty \quad \text{при} \quad N > N_0.$$

где m - показатель наклонной ветви кривой усталости, который изменяется в пределах от 3 ÷ 25.

Показатель m приближенно можно определить по корреляционной формуле:

$$m = \frac{c}{K}, \tag{1.5}$$

где $c = 5 + \frac{\sigma_B}{80}$; σ_B - предел прочности (временное сопротивление) в МПа; K - суммарный коэффициент, учитывающий влияние всех факторов на сопротивление усталости (для гладких лабораторных образцов $K = 1$).

1.3. Диаграммы предельных амплитуд

В реальных условиях в деталях машин могут действовать переменные напряжения с различной асимметрией цикла. Поэтому необходимо иметь данные о сопротивляемости материала действию переменных напряжений при различных коэффициентах асимметрии. С этой целью строят диаграммы предельных напряжений в осях $\sigma_{\max} - \sigma_m$ и диаграммы предельных амплитуд в осях $\sigma_a - \sigma_m$.

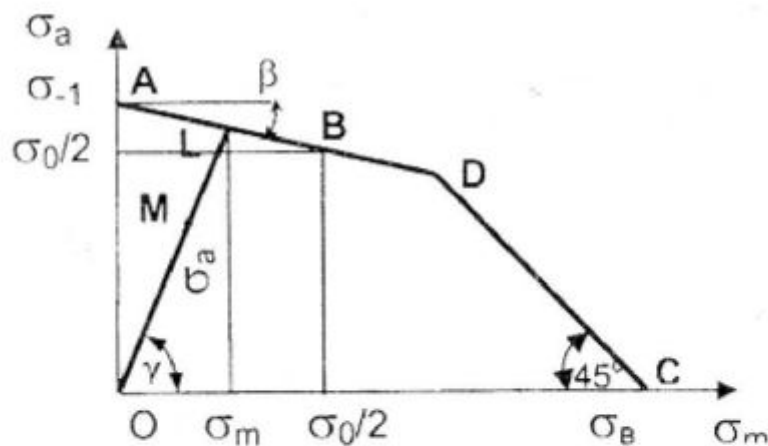


Рис. 1.6. Схематизированная диаграмма предельных амплитуд

Схематизированные диаграммы предельных амплитуд (рис. 1.6) строят по точкам $A(0; \sigma_{-1})$ симметричный цикл, $B(\sigma_0/2; \sigma_0/2)$ пульсационный цикл, через которые проводят прямую, представляющую левую часть диаграммы. Правую часть диаграммы получают проводя прямую через точку $C(\sigma_B; 0)$ (постоянный цикл), под углом 45° к координатным осям, с тем, чтобы максимальное напряжение цикла не превышало предела прочности, т.е. $\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a \leq \sigma_B$

Точки на линии ADC (рис.1.6) представляют собой предельные по разрушению циклы при различных коэффициентах асимметрии. Точкам, лежащим внутри области $OADC$ соответствуют "циклы не вызывающие разрушения до базы испытаний N_B ". Точки, расположенные выше области $OADC$, соответствуют циклам, при которых разрушение происходит при числе циклов $N < N_B$. Циклы с одинаковым коэффициентом асимметрии изображаются точками, лежащими на луче, проходящем через начало координат (точки M и L).

$$\left| \operatorname{tg} \gamma = \frac{1-r}{1+r} \right| \quad (1.6)$$

Значение тангенса угла β на диаграмме $\frac{\sigma_a - \sigma_m}{\sigma_a + \sigma_m}$ или $\frac{\tau_a - \tau_m}{\tau_a + \tau_m}$ дают соответственно коэффициенты Ψ_σ или Ψ_τ , $\operatorname{tg} \beta = \Psi_\sigma$, характеризующие чувствительность материала к асимметрии цикла.

Величина коэффициента Ψ_σ обычно находится в пределах 0.1...0.2 для углеродистых сталей и 0.2...0.3 для легированных, а величина Ψ_τ соответственно равна 0.0...0.1 и 0.1...0.15 (табл. П.2).

1.4. Факторы, влияющие на сопротивление усталостному разрушению

В результате испытаний стандартных лабораторных образцов и деталей, выполненных из одного и того же материала, было установлено, что пределы выносливости деталей значительно ниже пределов выносливости образцов. Это различие характеризуется коэффициентом снижения предела выносливости K , отражающим влияние всех факторов на сопротивление усталости:

$$K = \sigma_{-1} / \sigma_{-1Д} \quad (1.7)$$

где σ_{-1} - предел выносливости стандартных лабораторных образцов; $\sigma_{-1Д}$ - предел выносливости детали.

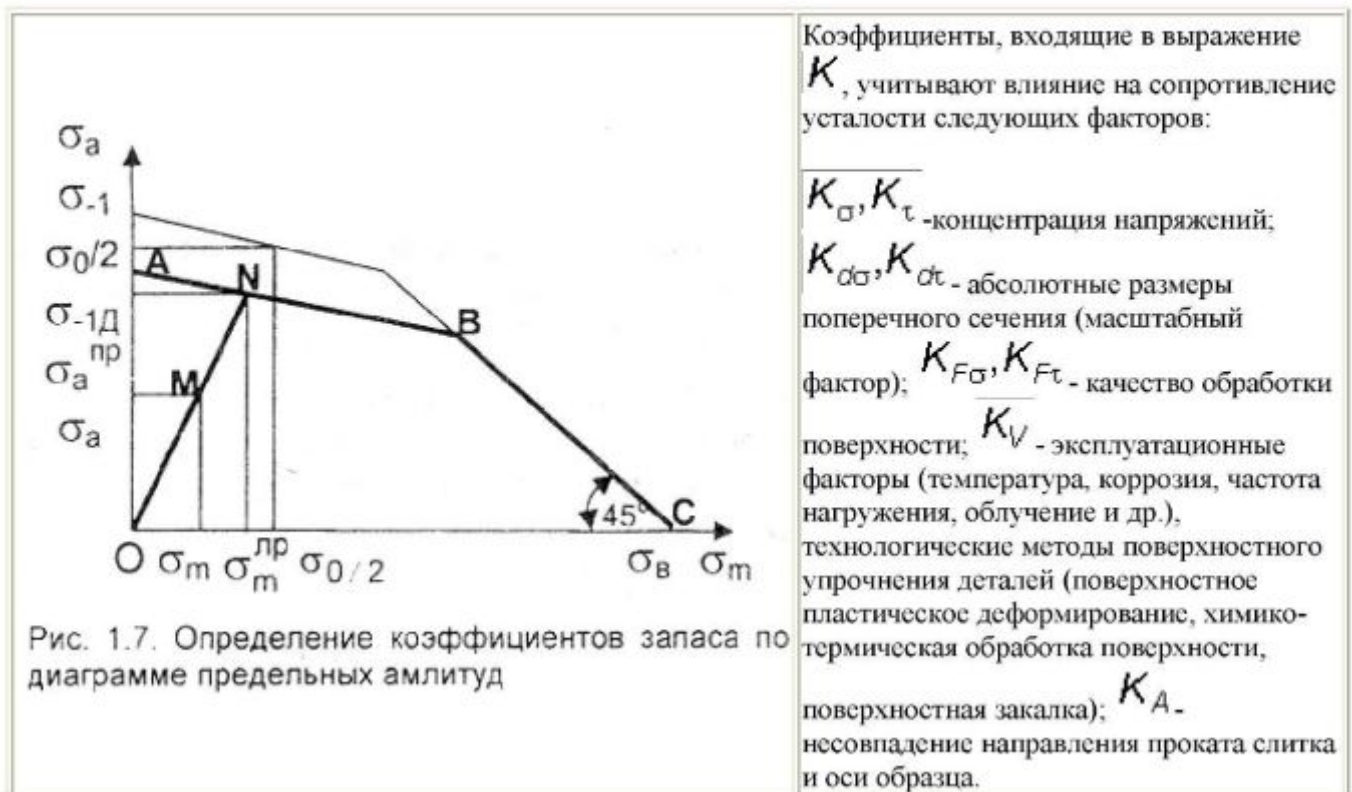
Коэффициент K рекомендуют определять по формулам [9]:

при растяжении - сжатии или изгибе

$$K_{\sigmaД} = \left(\frac{K_{\sigma}}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right) \frac{1}{K_V K_A}, \quad (1.8)$$

при кручении

$$K_{\tauД} = \left(\frac{K_{\tau}}{K_{d\tau}} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1 \right) \frac{1}{K_V}. \quad (1.9)$$



1.4.1. Абсолютные размеры. Многочисленные испытания показали, что с увеличением размеров поперечного сечения деталей усталостная прочность уменьшается. Этот эффект особенно заметен при испытании образцов с концентрацией напряжений, а также образцов, выполненных из неоднородных материалов.

Снижение сопротивления усталости при увеличении размеров поперечного сечения происходит вследствие следующих причин:

а) *металлургический фактор* - увеличение неоднородности при увеличении размеров отливки;

б) *технологический фактор* - пластическое деформирование поверхностного слоя при механической обработке деталей малых размеров происходит на относительно большую глубину, чем при обработке деталей больших размеров;

в) *статистический фактор* - с увеличением размеров увеличивается вероятность появления различных дефектов (раковин, микротрещин, включений).

Влияние абсолютных размеров поперечного сечения в расчетах учитывается *масштабным коэффициентом*, определяемым по формуле:

$$K_{d\sigma} = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_{-1}} \quad \text{или} \quad K_{d\tau} = \frac{\tau_{-1d}}{\tau_{-1}}, \quad (1.10)$$

где σ_{-1d} и τ_{-1d} пределы выносливости гладкого образца диаметром d при изгибе и кручении; σ_{-1} и τ_{-1} - пределы выносливости гладкого образца диаметром $d_0 = 7.5$ мм при изгибе и кручении.

1.4.2 Концентрация напряжений. Концентрацией напряжений называют увеличение напряжений в местах резкого изменения очертания и размеров детали по сравнению с номинальными. *Номинальными* называют напряжения, вычисляемые по обычным формулам сопротивления материалов:

$$\sigma_H = \frac{F}{A}, \quad \sigma_H = \frac{M_{изг}}{W_x} \quad \text{и} \quad \tau_H = \frac{M_{кр}}{W_{кр}}. \quad (1.11)$$

Уровень концентрации напряжений характеризуется *теоретическими коэффициентами концентрации* α_σ , α_τ для нормальных и касательных напряжений (рис. 1.8)

$$\alpha_\sigma = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_H}, \quad \alpha_\tau = \frac{\tau_{\max}}{\tau_H} \quad (1.12)$$

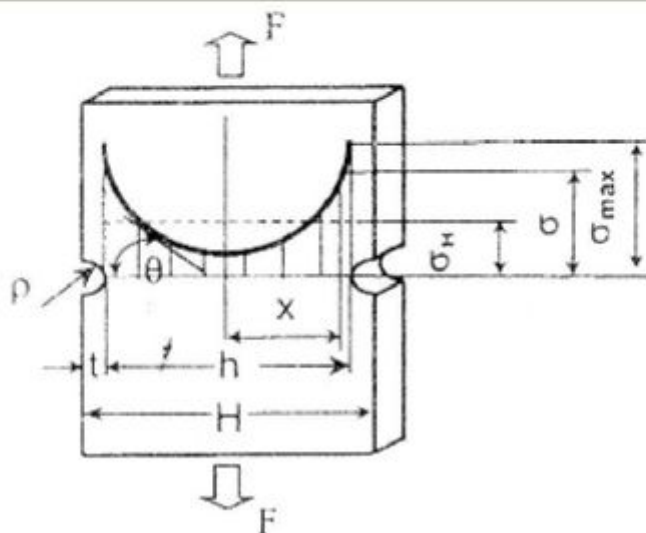


Рис. 1.8. Концентрация напряжений в пластинке с боковыми вырезами

Величина $\overline{\sigma_{\max}}$ и $\overline{\alpha_\sigma}$ являются функцией геометрии детали, вида нагружений и не зависит от свойств материала. Влияние местных напряжений на усталостную прочность зависит не только от величины $\overline{\sigma_{\max}}$ в зоне концентрации, но и от скорости убывания напряжений по мере удаления от источника концентрации. Скорость убывания напряжений оценивается

$$G = \frac{\partial \sigma}{\partial x} = \operatorname{tg} \theta$$

величиной $\frac{\partial \sigma}{\partial x}$, которая называется *градиентом напряжений* (рис.1.8)

Существенное значение имеет также *относительный градиент* \overline{G} первого главного напряжения σ_1 :

$$\overline{G} = \frac{G}{\sigma_{\max}} = \frac{1}{\sigma_{\max}} \left[\frac{d\sigma}{dx} \right]_{x=h/2} [1/\text{мм}]. \quad (1.13)$$

Формулы для подсчета градиентов напряжений приведены в табл. П. 1.

При увеличении градиента напряжений влияние местных напряжений на усталостную прочность снижается. *Линейная протяженность очага концентрации* L оказывает обратное влияние, поскольку с увеличением L увеличивается число кристаллов, находящихся в зоне повышенных местных напряжений. На рис.П.1 показаны примеры определения L . Законы распределения напряжений в деталях реальных конструкций отличаются от теоретически выведенных для идеальных материалов. В связи с этим вводится понятие *эффективного коэффициента концентрации напряжений*, которым и учитывается фактическое снижение пределов выносливости:

$$K_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1K} > 1 \text{ или}} \quad K_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{-1K}}, \quad (1.14)$$

где σ_{-1} и τ_{-1} - пределы выносливости образцов без концентрации напряжений; σ_{-1K} и τ_{-1K} - пределы выносливости с концентрацией напряжений.

Влияние концентрации напряжений и масштабного фактора $K_{\sigma}, K_{d\sigma}$ объясняется статистической теорией подобия усталостного разрушения, из которой вытекает следующее соотношение [4]:

$$\left| \frac{K_{\sigma}}{K_{d\sigma}} = \frac{\alpha_{\sigma}}{\varepsilon_{\infty} + (1 - \varepsilon_{\infty}) \cdot \left(\frac{1}{88,3} \cdot \frac{L}{\bar{G}} \right)^{-\nu_{\sigma}}} = \frac{\alpha_{\sigma}}{F\left(\varepsilon_{\infty}, \frac{L}{\bar{G}}, \nu_{\sigma}\right)} \right|, \quad (1.15)$$

где α_{σ} - теоретический коэффициент концентрации

$$\varepsilon_{\infty} = \frac{\sigma_{-1d \rightarrow \infty}}{\sigma_{-1}}$$

(рис.П.1); σ_{-1} - предельный масштабный коэффициент [1]; ($\varepsilon_{\infty}=0.5$ для конструктивных сталей, легких деформируемых сплавов, чугунов с шаровидным графитом; $\varepsilon_{\infty}=0.4$ для легких литых сплавов); ν_{σ} - постоянная для данного материала величина, которая характеризует чувствительность материала к концентрации напряжений и размерам сечения; ($\nu_{\sigma}=0,1 \div 0,18$ для углеродистых сталей; $\nu_{\sigma}=0,04 \div 0,12$ для легированных сталей (табл.П.2)). При кручении: ,

$$\left| \frac{K_{\tau}}{K_{d\tau}} = \frac{\alpha_{\tau}}{\varepsilon_{\infty} + (1 - \varepsilon_{\infty}) \cdot \left(\frac{1}{88,3} \cdot \frac{L}{\bar{G}} \right)^{-\nu_{\tau}}} = \frac{\alpha_{\tau}}{F\left(\varepsilon_{\infty}, \frac{L}{\bar{G}}, \nu_{\tau}\right)} \right| \quad (1.16)$$

где $\nu_{\tau} = (1,5 \div 2,0) \nu_{\sigma}$.

Значение функции $F(L/\bar{G}, \nu)$ приведены в табл.П.1.

1.4.3. Качество обработки поверхности. Неровности, получившиеся после механической обработки поверхности, являются источниками концентрации напряжений, существенно снижающей сопротивление усталости.

В результате обработки резанием на поверхности детали образуется наклеп и возникают остаточные напряжения. Наклеп поверхности и остаточные напряжения сжатия повышают сопротивление усталости, а остаточные растягивающие напряжения существенно снижают предел выносливости. В результате суммарного влияния этих факторов происходит снижение пределов выносливости с ухудшением качества обработки поверхности тем более сильно выраженное, чем выше предел прочности стали.

Снижение пределов выносливости оценивают *коэффициентами влияния качества обработки поверхности* на величину пределов выносливости - $K_{F\sigma}$, $K_{F\tau}$ при изгибе и кручении соответственно.

Указанные коэффициенты зависят от пределов прочности стали и показателя шероховатости R_z и находятся по формуле:

$$K_{F\sigma} = \frac{\sigma_{-1}(R_z)}{\sigma_{-1}(R_z \leq 1)} = 1 - 0,22 \cdot \lg R_z \cdot \left(\lg \frac{\sigma_B}{20} - 1 \right), \quad (1.17)$$

здесь $\sigma_{-1}(R_z)$ - предел выносливости гладкого образца с шероховатостью поверхности R_z ; $\sigma_{-1}(R_z \leq 1)$ - предел выносливости гладкого тщательно полированного образца; R_z подставляется в мкм, а σ_B - в МПа.

Если показатель шероховатости поверхности $R_z \leq 1$ мкм то $K_{F\sigma} = 1$. При определении $K_{F\tau}$ пользуются формулой:

$$K_{F\tau} = 0,575 K_{F\sigma} + 0,425 \quad (1.18)$$

1.4.4. Технологические методы поверхностного упрочнения. К методам поверхностного упрочнения относят:

поверхностное пластическое деформирование путем обдувки дробью, наклепа роликами, чеканки, раскатки и т.п.;
химико-термические методы (цементация, азотирование, цианирование);
поверхностная закалка с нагревом токами высокой частоты;
лучевые методы (лазерная обработка, ионная имплантация);
комбинированные методы.

Повышение пределов выносливости вследствие *поверхностного упрочнения* характеризуется коэффициентом K_V , который больше единицы.

1.5. Расчет на выносливость по коэффициентам запаса прочности при регулярном нагружении

Под *регулярным режимом* нагружения понимают такой, при котором амплитуда напряжений \overline{G} и среднее напряжение σ_m не изменяются с течением времени.

В *детерминистическом методе* расчета, т.е. в таком, когда характеристики нагруженности и выносливости рассматриваются как детерминированные величины, формула для определения коэффициента запаса прочности выводится из схематизированной диаграммы предельных амплитуд (рис.1.6) и имеет вид:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a \cdot K_{\sigma D} + \Psi_\sigma \cdot \sigma_m} \quad (1.19)$$

Для асимметричных циклов с $\sigma_m < 0$ в выражении (1.19) можно принять $\Psi_\sigma = 0$ [4].

Для детали, работающей в условиях циклического изменения касательных напряжений, вычисление коэффициентов запаса прочности производят по формуле, аналогичной (1.19).

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a \cdot K_{\tau D} + \Psi_\tau \cdot \tau_m} \quad (1.20)$$

Если среднее напряжение $\overline{\sigma}_m$ или $\overline{\tau}_m$ большое, то максимальное напряжение в детали может оказаться близким к предельному по статической несущей способности. В этом случае необходимо обеспечить условие статической прочности, согласно которому

$$\overline{\sigma}_{\max} = \overline{\sigma}_m + \sigma_a \leq \sigma_B \text{ или } \overline{\tau}_{\max} = \tau_m + \tau_a \leq \tau_B.$$

Формулы (1.19) и (1.20) дают возможность провести расчет сопротивления усталости при одноосном напряженном состоянии, либо при чистом сдвиге. В расчетной практике часто приходится иметь дело с деталями, на которые

действует сочетание переменных напряжений, например изгиб и кручение в валах. При этом возникает плоское напряженное состояние.

В общем случае плоского напряженного состояния для определения коэффициента запаса прочности применяют формулу Гафа и Полларда

$$n = \frac{n_{\sigma} \cdot n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}}, \quad (1.21)$$

где $\overline{n_{\sigma}}$ и $\overline{n_{\tau}}$ - коэффициенты запаса прочности соответственно для изгиба и кручения (1.19, 1.20) при компонентах σ и τ , изменяющихся регулярно по асимметричным циклам без соблюдения синхронности и синфазности.

Деталь считается работоспособной, если коэффициент запаса прочности

$n \geq [n] = 1,5 \div 2,5$. Минимально допустимое значение коэффициента запаса прочности $[n]$ устанавливают, основываясь на опыте расчета и конструирования деталей определенного вида машин.

При малом объеме или отсутствии экспериментальной информации, а также при невысоком качестве изготовления деталей механизмов и машин следует принимать $[n] = 2,0 \div 3,0$.

2. ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ДЕТАЛЕЙ МАШИН НА УСТАЛОСТНУЮ ПРОЧНОСТЬ

Нагрузки, действующие на детали механизмов и машин в процессе эксплуатации носят, как правило, случайный характер. Характеристики прочности материала и деталей являются также случайными величинами. Действующим нагрузкам, и характеристикам прочности свойственно значительное *рассеяние*. В связи с этим возникают задачи о нахождении вероятностных характеристик поведения конструкции по заданным вероятностным характеристикам внешних условий и параметров конструкции. Для расчетов деталей машин на прочность, выносливость и долговечность в заданных условиях эксплуатации необходимо выявить действующие на них нагрузки, т.е. установить нагрузочные режимы. При установлении нагрузочных режимов применяются статистические методы обработки непрерывных тензометрических и телеметрических измерений, хотя для некоторых машин при определенных допущениях нагрузочные режимы могут быть определены и теоретически.

При определении вероятности разрушения деталей машин широко используется уравнение функции распределения пределов выносливости, основанное на критерии подобия $L/\bar{\sigma}$ [1].

Расчеты долговечности конструкций удобнее всего проводить при использовании скорректированной гипотезы линейного суммирования повреждений, согласно которой усталостное повреждение за один цикл не зависит от предистории нагружения [1,2].

2.1. Вероятностная трактовка характеристик сопротивления усталости. Построение полных вероятностных диаграмм усталости

Такие характеристики сопротивления усталости, как число циклов до разрушения N и предел выносливости σ_{-1} являются случайными величинами, которым свойственно большое рассеяние даже при условии испытания идентичных образцов, изготовленных из материалов одной плавки. Для совокупности всех плавок металла данной марки это рассеяние становится еще большим, так как добавляется межплавочное рассеяние механических свойств металла, связанное со случайными вариациями химического состава металла различных плавок и металлургических факторов.

С одной стороны причины рассеяния характеристик сопротивления усталости образцов кроются в различных условиях термической и механической обработки образцов, в точности назначения нагрузок во время испытания, различии при изготовлении деталей в пределах допусков, особенно в зонах концентрации напряжений. Эти факторы в значительной мере могут быть устранены. С другой стороны, причинами рассеяния являются факторы, связанные с различием в микроструктуре, степени дефектности, в микрогеометрии и свойствах поверхностного слоя и т.п. Они и определяют статистическую природу усталостного разрушения. Так, например, значение отношения наибольшей долговечности к наименьшей из 20-40 одинаковых образцов из одной плавки высокопрочной стали, испытанных при одной и той же амплитуде напряжений в совершенно идентичных условиях, может достигать до 1000. В ГОСТ 25.502-79 [8] предусмотрена методика проведения испытаний достаточно большого числа образцов по результатам которых строят полные вероятностные диаграммы усталости. Согласно методике, испытания проводят на нескольких уровнях переменного напряжения до разрушения. Результаты испытаний серии из N образцов при постоянном уровне напряжения располагают в вариационный ряд в порядке возрастания долговечности, служащий исходной информацией для статистической обработки: $N_1 \leq N_2 \leq N_3 \leq \dots \leq N_i \dots \leq N$

Среднее арифметическое значение логарифма долговечности определяется как:

$$\overline{\lg N} = \frac{\sum_{i=1}^n \lg N_i}{n} \quad (2.1)$$

Рассеяние значений $\lg N$ около среднего значения характеризуется средним квадратичным отклонением (стандартом):

$$S_{\lg N} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\lg N_i - \overline{\lg N})^2} \quad (2.2)$$

Эмпирическая функция распределения долговечности строится на логарифмически нормальной вероятностной бумаге.

По оси абсцисс откладывают значения долговечности \overline{N} , а по оси ординат - оценки вероятности разрушения (накопленные частоты), вычисленные по формуле $P = (i - 0,5) \cdot 100\% / n$, где n - число образцов, испытанных при данном уровне напряжения; i - номер образца в вариационном ряду.

Полная вероятностная диаграмма усталости может быть также представлена в координатах $\left| \sigma_{\max} - N \right|$ с параметром P , т.е. в виде семейства кривых усталости, соответствующих различной вероятности разрушения P . Кривые усталости строятся на основании кривых распределения долговечности путем разрезания их горизонтальными линиями, соответствующими различным значениям вероятностей P , и фиксацией значений σ_{\max} и N , соответствующих точкам пересечений. Целесообразно использовать вероятности 0.01, 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9 и 0.99.

Найденные значения пределов выносливости наносят на график с координатами: вероятность разрушения в масштабе, соответствующем нормальному распределению, - предел выносливости. Через построенные точки проводят линию, представляющую собой графическую оценку функции распределения предела выносливости.

С помощью кривой распределения предела выносливости по методике, описанной в ГОСТе 25.502-79, оценивают среднее арифметическое значение предела выносливости и его среднее квадратическое отклонение.

2.2. Критерий подобия усталостного разрушения

Для расчетов деталей механизмов и машин на усталостную прочность конструктор должен располагать характеристиками сопротивления усталости натуральных деталей. Наибольшую информацию об этом можно получить по полной вероятностной диаграмме усталости, для построения которой требуется провести испытания не менее 50-100 деталей, что во многих случаях осуществить невозможно. Для расчета на усталость вероятностными методами, можно ограничиться меньшим объемом информации.

Для описания влияния конструктивных факторов (концентрации напряжений, масштабного фактора, формы поперечного сечения, вида нагружения) на средние значения и коэффициенты вариации пределов выносливости деталей была разработана *статистическая теория подобия усталостного разрушения*, в основе которой лежит *статистическая теория прочности* "наиболее слабого звена" Вейбулла. Различные варианты этой теории были разработаны: Н.Н. Афанасьевым, В.В. Болотиным, С.Д. Волковым и другими авторами [1].

Статистическая теория прочности послужила основой для создания новой системы справочной информации, предназначенной для определения расчетных статистических характеристик сопротивления усталости деталей машин.

Суть статистической теории подобия усталостного разрушения заключается в том, что если образцы, модели и детали имеют различные размеры и очертания, но одинаковые значения критерия подобия L/\bar{G} , то для них будут совпадать и функции распределения пределов выносливости. Эта закономерность подтверждена многочисленными результатами экспериментальных исследований.

Соотношение

$$J = 2,3 \cdot \lg(1 - P) = \frac{L}{\bar{G} F_0} \cdot \frac{1}{m+1} \cdot \left(\frac{U}{\sigma_0} \right)^m \frac{(\xi - 1)^{m+1}}{\xi}, \quad (2.3)$$

является уравнением подобия усталостного разрушения и по форме близко к распределению Вейбулла.

Уравнение подобия можно представить в форме, соответствующей нормальному распределению величины $x = \lg(\xi - 1)$:

$$\lg(\xi - 1) = -v_\sigma \lg \theta + u_p S, \quad (2.4)$$

где $\theta = \frac{L/\bar{G}}{(L/\bar{G})_0}$ - относительный критерий подобия усталостного разру-

шения; $(L/\bar{G})_0 = 88,3 \text{ мм}^2$ - значение критерия $|L/\bar{G}|$ для гладкого лабораторного образца диаметром $d_0 = 7,5 \text{ мм}$ при изгибе с вращением; L - периметр рабочего сечения детали; $|\bar{G}|$ - относительный градиент напряжений, $1/\text{мм}$; U_p - квантиль нормального распределения, соответствующий вероятности $P, \%$; S - среднее квадратическое отклонение случайной величины $x = \lg(\xi - 1)$; v_σ - новая характеристика механических свойств материала, определяющих его чувствительность к концентрации напряжений и масштабному фактору.

По опытным данным $v_\sigma = 0,05 \div 0,20$, с ростом v_σ чувствительность к концентрации напряжений уменьшается, масштабный фактор увеличивается.

При отсутствии прямых опытных данных, v_σ и τ_a находят приближенно (если $\sigma_B < 1800 \text{ МПа}$): $v_\sigma = 0,2 \div 0,0001 \cdot \sigma_B$; $v_\tau = 1,5 \cdot v_\sigma$

2.3. Статистическая оценка нагруженности деталей механизмов и машин

Характер изменения нагрузок во времени можно разделить на *регулярный* и *нерегулярный*.

Регулярным нагружением [3] называют нагружение, характеризующееся периодическим законом изменения нагрузок с одним максимумом и одним минимумом в течении одного периода при постоянстве параметров цикла нагружения в течение всего времени испытаний. Все виды нагружений, не удовлетворяющие этому определению, называют *нерегулярными*. К ним относятся бигармоническое, полигармоническое, блочное и случайное нагружения.

В большинстве случаев на практике имеет место случайный характер изменения напряжений во времени. Нагрузочный режим для расчета усталостной долговечности получают путем статистической обработки непрерывных тензометрических или телеметрических измерений напряжений в контрольных точках.

При обработке случайный процесс нагружения заменяется *эквивалентным упорядоченным*.

Схематизацию процессов нагружения проводят применительно к *блокунагружения* (ГОСТ 25.507-85 [10]), который соответствует совокупности последовательных значений переменных нагрузок, возникающих в элементе конструкции за какой-либо характерный период эксплуатации.

Блок нагружения должен содержать не менее 1000 экстремумов $n_{\text{э}}$ в осциллограмме напряжений в контролируемой точке детали механизма или машины. Общая наработка детали до появления усталостной трещины равна:

$$L = \lambda \cdot t_{\text{Б}}, \quad (2.5)$$

где λ - число блоков нагружения до появления трещин; $t_{\text{Б}}$ - время, в течении которого наблюдался блок нагружения .

Число циклов в блоке нагружения $v_{\text{Б}}$ и суммарное число циклов до появления трещины $N_{\text{сум}}$ связаны соотношением

$$N_{\text{сум}} = v_{\text{Б}} \cdot \lambda \quad (2.6)$$

Оценка статистических характеристик процессов нагружения производится по следующим параметрам:

- среднее арифметическое значение процесса нагружения - \bar{X} ;
- дисперсия процесса нагружения S^2 ;
- среднее квадратичное отклонение процесса нагружения;
- коэффициент нерегулярности процесса нагружения

$$\chi = \frac{n_0}{n_{\text{э}}}, \quad (2.6)$$

где n_0 - число пересечений процессом уровня среднего напряжения; $n_{\text{э}}$ - число экстремумов того же процесса.

Существуют несколько методов схематизации, однако принято считать, что наиболее приемлемые результаты для оценки долговечности дает *метод полных циклов*. В последнее время широкое распространение получил метод "дождя" [7]. Этот метод дает результаты совпадающие с методом полных циклов, но он более удобен для программирования на ЭВМ [3].

2.4. Корректированная линейная гипотеза суммирования усталостных повреждений при нерегулярном нагружении

При нерегулярном нагружении фактическое изменение напряжений может быть сведено к блочному нагружению.

Разрушение детали при блочном нагружении наступает в том случае, когда сумма значений относительных долговечностей станет равной единице, т.е. условие разрушения имеет вид:

$$\sum \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad \text{при } \sigma_{ai} \leq \sigma_{-1D}, \quad (2.7)$$

где n_i - число циклов повторения амплитуды σ_{ai} за весь срок службы; N_i - число циклов по кривой усталости, полученной при регулярном нагружении, соответствующем амплитуде σ_{ai} ; (ограничение справа показывает, что отношение n_i / N_i , соответствующее амплитудам $\sigma_{ai}, \sigma_{-1D}$, не должны входить в сумму, так как для этих амплитуд $N = \infty$).

Уравнение (2.7) называют *линейной гипотезой суммирования усталостных повреждений*.

Многочисленные эксперименты показали, что в правой части уравнения (2.7) вследствие большого разброса значений n_i и N_i единица получается не всегда, то есть

$$\sum \frac{n_i}{N_i} = a, \quad (2.8)$$

где a - накопленное повреждение, подлежащее определению.

Назовем совокупность амплитуд напряжений за единицу периода наблюдений *блоком нагружения*. Блоком нагружения может быть километр пробега, час работы машины и т.д.

Пусть λ - среднее число блоков за весь срок службы детали; N_{iB} - количество циклов при средней амплитуде уровня σ_{ai} ; N_B - общее число циклов в одном блоке нагружения (рис 2.1).

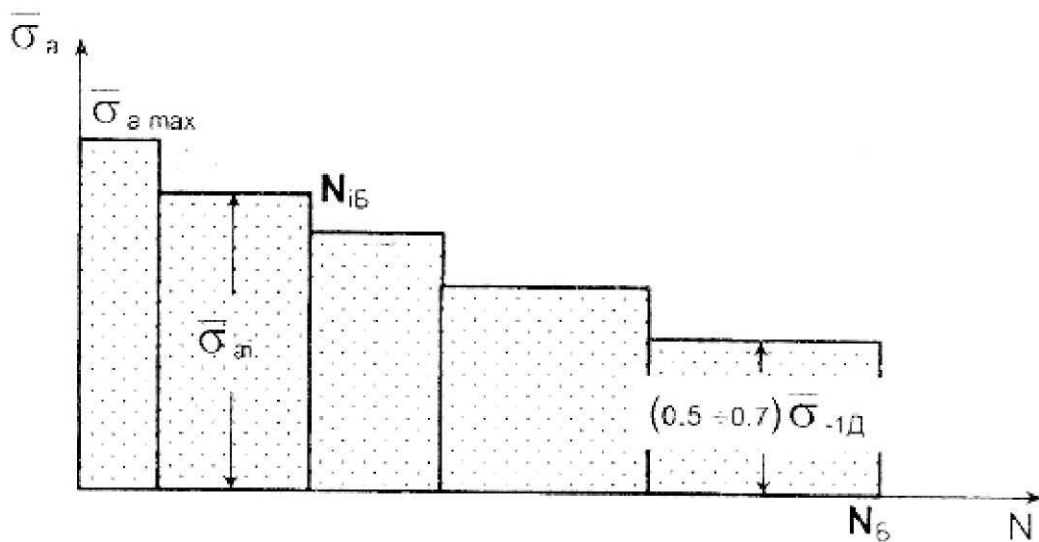


Рис. 2.1. Функция распределения амплитуд

Тогда

$$n_i = \lambda \cdot N_{iB} \quad (2.9)$$

Для оценки долговечности кривая усталости сопоставляется со спектром нагружения (рис.2.2). Из формулы уравнения наклонной ветви кривой

усталости $N \cdot \sigma_a^m = N_0 \cdot \sigma_{-1}^m$ при $N \leq N_0$ имеем:

$$N_i = \frac{\sigma_{-1Д}^m \cdot N_0}{\bar{\sigma}_{ai}^m} \quad (2.10)$$

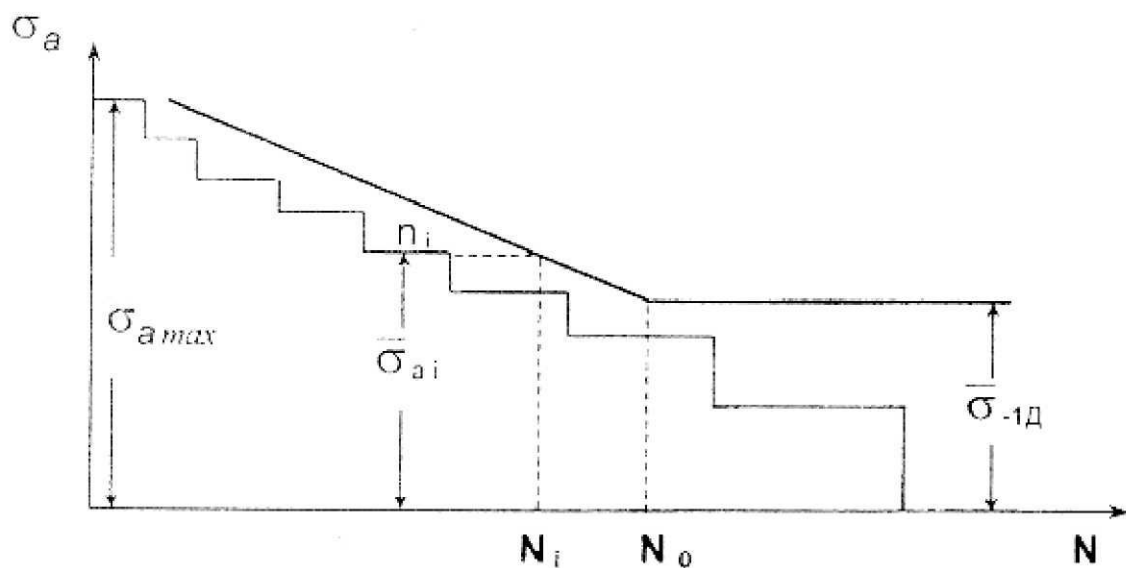


Рис.2.2. Сопоставление кривой усталости со спектром нагружения

Подставляя уравнения (2.9) и (2.10) в выражение (2.8), получим:

$$\left| \sum \frac{\lambda \cdot N_{iB} \cdot \bar{\sigma}_{ai}^m}{\sigma_{-1D}^m \cdot N_0} = a \right. \quad (2.11)$$

В результате обработки многочисленных экспериментальных данных была предложена формула для вычисления расчетного коэффициента

повреждений a_p .

$$a_p = \frac{\frac{\bar{\sigma}_{amax} \cdot \xi - K}{\sigma_{-1D}}}{\frac{\bar{\sigma}_{amax} - K}{\sigma_{-1D}}} \quad (2.12)$$

$$\xi = \frac{\sum_{\bar{\sigma}_{ai} \geq 0,6\sigma_{-1D}} \bar{\sigma}_{ai} \cdot N_{iB}}{\bar{\sigma}_{amax} \cdot N_B}$$

где $\bar{\sigma}_{amax} \cdot N_B$ - коэффициент наполненности площади (рис. 2.1); $K = 0,5 \div 0,7$ - коэффициент, показывающий нижнюю границу повреждающих амплитуд, т.е. амплитуды $\bar{\sigma}_{ai} < (0,5 \div 0,7)\sigma_{-1D}$ не оказывают повреждающего действия и могут не учитываться при расчетах.

При вычислении параметра ξ в уравнении (2.12) учитываются только те амплитуды, величина которых $\bar{\sigma}_{ai} > (0,5 \div 0,7)\sigma_{-1D}$.

Из уравнения (2.11) с учетом (2.12) получим формулу для расчета средней долговечности, выраженной числом блоков нагружения λ

$$\lambda_\sigma = \frac{a_p \cdot \sigma_{-1D}^m \cdot N_0}{\sum_{\bar{\sigma}_{ai} \geq (0,5+0,7)\sigma_{-1D}} \bar{\sigma}_{ai}^m \cdot N_{iB}} \quad (2.13)$$

Аналогично выглядит формула для расчета средней долговечности по касательным напряжениям:

$$\lambda_{\sigma} = \frac{a_{\rho} \cdot \tau_{-1D}^m \cdot N_0}{\sum_{\bar{\tau}_{ai} \geq (0,5+0,7)\tau_{-1D}} \bar{\tau}_{ai}^m \cdot N_{iB}} \quad (2.14)$$

Связь между числом блоков до разрушения λ , λ_{σ} и λ_{τ} (при деформации изгиб с кручением), выражается уравнением:

$$\left(\frac{\lambda}{\lambda_{\sigma}}\right)^{\frac{2}{m_{\sigma}}} + \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\tau}}\right)^{\frac{2}{m_{\tau}}} = 1 \quad (2.15)$$

Если имеет место соотношение $\overline{m_{\sigma}} = \overline{m_{\tau}} = \overline{m}$, то уравнение (2.15) примет вид:

$$\lambda = \frac{\lambda_{\sigma} \cdot \lambda_{\tau}}{(\lambda_{\sigma}^{2/m} + \lambda_{\tau}^{2/m})^{m/2}} \quad (2.16)$$

3. Примеры расчета

3.1. Коленчатый вал

Коленчатый вал (рис. 3.1) имеет на участке CD диаметр $D=50$ мм, а на остальных участках диаметр $d=40$ мм. Радиус галтели ρ при переходе от малого диаметра к большому равен 3мм. Через щеки на вал передается периодически изменяющаяся по синусоидальному закону сила $F_1 = \pm 8$ кН. Кроме того, на вал действует постоянная сила $F = 10$ кН.

Материал вала – сталь 45 (табл. П.2) имеет следующие характеристики:

$$\sigma_B = 610 \text{ МПа}, \quad \sigma_T = 360 \text{ МПа}, \quad \sigma_{-1} = 250 \text{ МПа}, \quad \sigma_{-1\rho} = 190 \text{ МПа},$$

$$\tau_T = 220 \text{ МПа}, \quad \tau_{-1} = 150 \text{ МПа}, \quad \psi_{\sigma} = 0.1, \quad \psi_{\tau} = 0.05, \quad \nu_{\sigma} = 0.1, \quad \nu_{\tau} = 0.16,$$

$$c = m \cdot K_{\sigma D} = 12. \text{ Вал работает в некоррозионной среде. } \overline{R_z} = 15 \text{ мкм.}$$

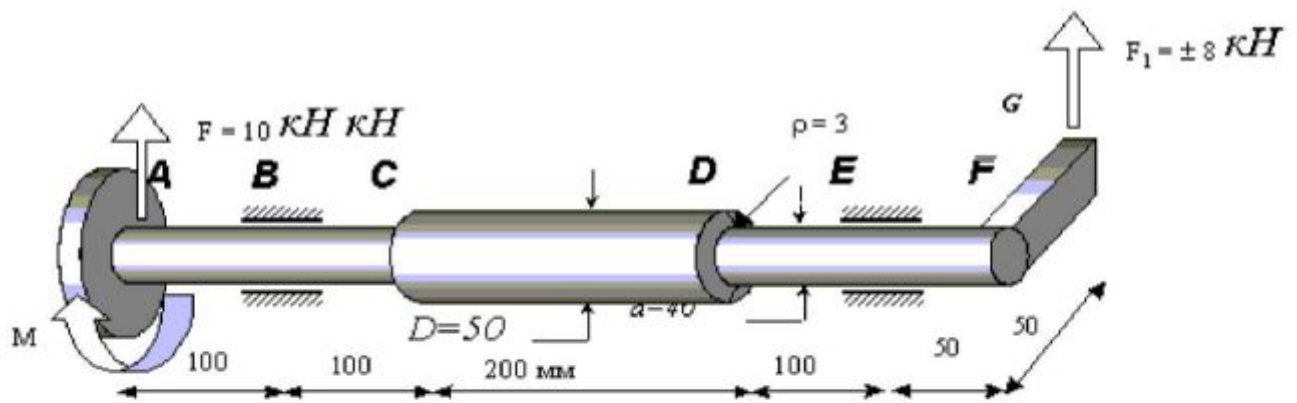


Рис. 3.1. Коленчатый вал, заданная схема

Требуется:

1. Построить эпюры изгибающих и крутящих моментов.
2. Определить нормальные и касательные напряжения.
3. Найти коэффициент, учитывающий влияние всех факторов на предел выносливости.
4. Для заданного сечения определить аналитически запасы прочности при изгибе с кручением.
5. Вычислить ресурс детали. Задать функции распределения

амплитуд: (σ_{ai}, N_i) - формулой $\sigma_{ai} = \sigma_{-1D} \cdot e^{-N_i^2 \cdot 8 \cdot 10^{-7}}$ и (τ_{ai}, N_i) формулой

$\tau_{ai} = 1,3 \cdot \tau_{-1D} \cdot e^{-N_i^2 \cdot 8 \cdot 10^{-7}}$ | Блок нагружения в функции распределения амплитуд наблюдался в течении 100 часов.

3.1.1. Расчет по коэффициентам запаса при регулярном нагружении.

Эпюры изгибающих и крутящих моментов при нагружении вала силами $|F|$ и $\pm F_1$ приведены на рис.3.2.

Коэффициент запаса прочности вычислен для сечения C.

Изгибающие и крутящие моменты в сечении C:

$$\overline{M_{max}^{изг}} = 85 \text{ кН} \cdot \text{см}; \quad \overline{M_{max}^{кр}} = 40 \text{ кН} \cdot \text{см};$$

$$\overline{M_{min}^{изг}} = 65 \text{ кН} \cdot \text{см}; \quad \overline{M_{min}^{кр}} = -40 \text{ кН} \cdot \text{см}.$$

Вычисляем номинальные нормальные и касательные напряжения:

$$\sigma_{max} = M_{max}^{uzg} / W_x = 85 / 0,1 \cdot 4^3 = 13,28 \text{ кН/см}^2 = 132,8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{min} = M_{min}^{uzg} / W_x = 65 / 0,1 \cdot 4^3 = 10,16 \text{ кН/см}^2 = 101,6 \text{ МПа};$$

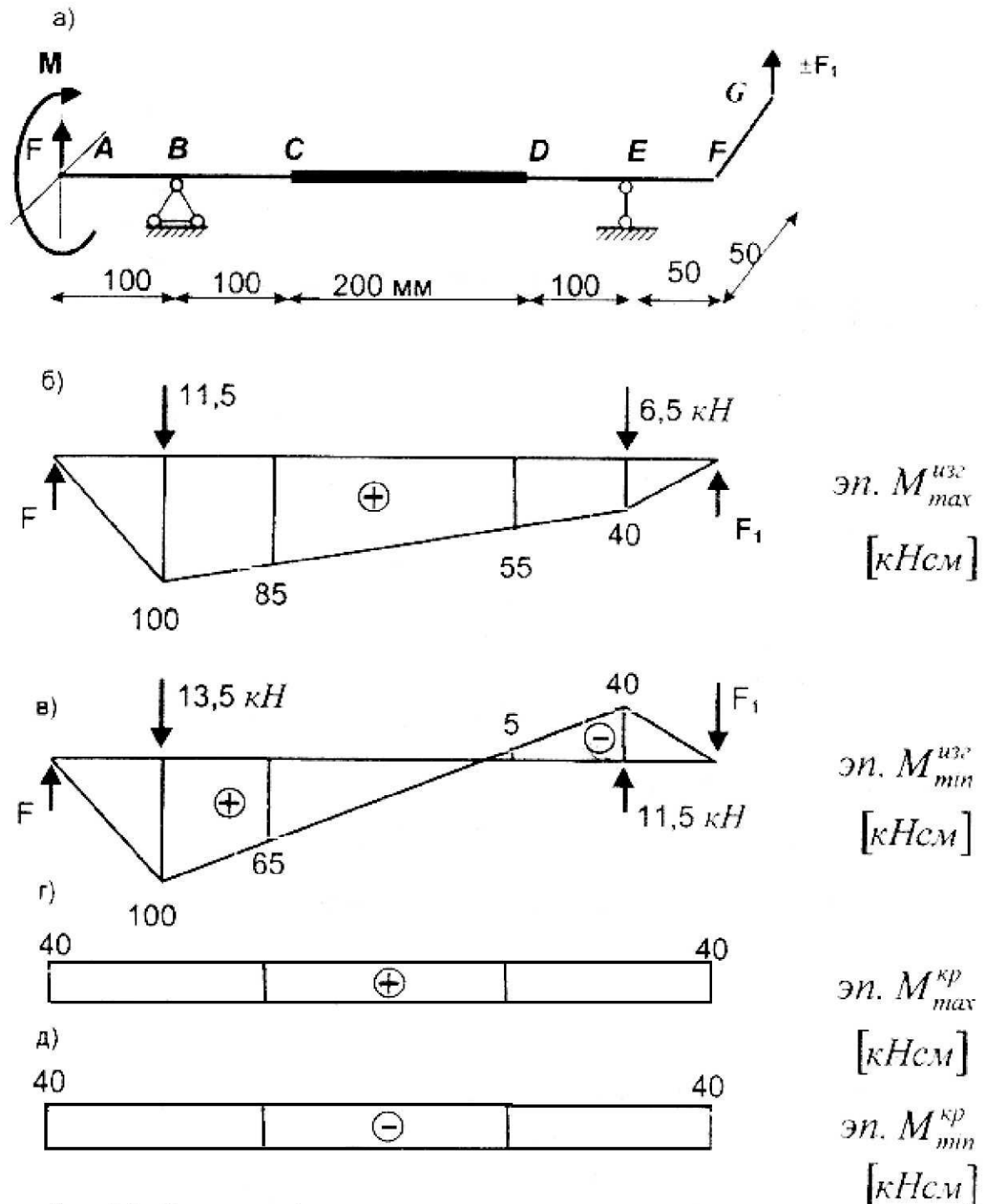


Рис. 3.2. Коленчатый вал а) расчетная схема коленчатого вала;

б) эпюра M_{max}^{uzg} от $F = +8 \text{ кН}$; в) эпюра M_{min}^{uzg} от

$F = -8 \text{ кН}$; г), д) эпюры M_{max}^{kp} и M_{min}^{kp}

$$\tau_{max} = M_{max}^{кр} / W_{\rho} = 40 / 0,2 \cdot 4^3 = 3,12 \text{ кН/см}^2 = 31,2 \text{ МПа};$$

$$\tau_{min} = M_{min}^{кр} / W_{\rho} = -40 / 0,2 \cdot 4^3 = -3,12 \text{ кН/см}^2 = -31,2 \text{ МПа}.$$

Определяем характеристики цикла: Среднее нормальное напряжение:

$$\sigma_m = (\sigma_{max} + \sigma_{min}) / 2 = (13,28 + 10,16) / 2 = 11,72 \text{ кН/см}^2 = 117,2 \text{ МПа}.$$

Амплитуда нормальных напряжений:

$$\sigma_a = (\sigma_{max} - \sigma_{min}) / 2 = (13,28 - 10,16) / 2 = 1,56 \text{ кН/см}^2 = 15,6 \text{ МПа}.$$

Среднее касательное напряжение:

$$\tau_m = (\tau_{max} + \tau_{min}) / 2 = (3,12 - (-3,12)) / 2 = 0.$$

Амплитуда касательных напряжений:

$$\tau_a = (\tau_{max} - \tau_{min}) / 2 = (3,12 - (-3,12)) / 2 = 3,12 \text{ кН/см}^2 = 31,2 \text{ МПа}.$$

Определение коэффициента снижения предела выносливости выполняем для нормальных напряжений по формуле (1.8), а для касательных напряжений по формуле (1.9).

Влияние концентрации напряжений и масштабного фактора на нормальные напряжения находим по формуле (1.15)

$$\frac{K_{\sigma}}{K_{d\sigma}} = \frac{\alpha_{\sigma}}{F\left(\frac{L}{G_{\sigma}}, \nu_{\sigma}\right)},$$

где $\alpha_{\sigma} = f(D/d, \rho/d)$ - теоретический коэффициент концентрации при изгибе, который находится с помощью интерполяции по графику на рис.П.3.

$$\text{При } \frac{D}{d} = \frac{50}{40} = 1,25, \quad \frac{\rho}{d} = \frac{3}{40} = 0,075, \quad \alpha_{\sigma} = 1,8.$$

$F\left(\frac{L}{\bar{G}_\sigma}, \nu_\sigma\right)$ - функция, зависящая от протяженности очага концентрации L , относительного градиента \bar{G} и некоторой постоянной материала L , величину которой можно определить по табл. П.2.

Протяженность очага концентрации L определяем по рис. П.1,б:

$$L = \pi d = 3,14 \cdot 40 = 125,7 \text{ мм}$$

Относительный градиент \bar{G}_σ определяем по табл. П.1 при изгибе:

$$\bar{G}_\sigma = f(D/d) \text{ при } \frac{D}{d} = \frac{50}{40} = 1,25 < 1,5 \quad \left| \bar{G}_\sigma = \frac{2,3 \cdot (1 + \varphi)}{\rho} + \frac{2}{d} \right.$$

здесь:

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \frac{1}{2 + 4\sqrt{t/\rho}} = \frac{1}{2 + 4\sqrt{5/3}} = 0,14, \\ t &= \frac{D - d}{2} = \frac{50 - 40}{2} = 5 \text{ мм}, \rho = 3 \text{ мм}, \end{aligned} \right|$$

$$\bar{G}_\sigma = \frac{2,3(1 + 0,14)}{3} + \frac{2}{40} = 0,924 \text{ мм}^{-1} \left| \right.$$

Функция F - знаменатель в выражении (1.15) вычисляется на калькуляторе.

здесь: ε_∞ - предельный масштабный коэффициент, для конструкционных сталей равен 0,5 (см. 1.15); $\nu_\sigma = 0,1$ (из табл. П.2).

$$F = \varepsilon_\infty + (1 - \varepsilon_\infty) \cdot \left(\frac{1}{88,3} \cdot \frac{L}{\bar{G}_\sigma} \right)^{-\nu_\sigma} = 0,5 + 0,5 \left(\frac{125,7}{88,3 \cdot 0,924} \right)^{-0,1} = 0,979$$

Тогда

$$\frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} = \frac{\alpha_\sigma}{F\left(\frac{L}{\bar{G}_\sigma}, \nu_\sigma\right)} = \frac{1,8}{0,979} = 1,84$$

Влияние концентрации напряжений и масштабного фактора на касательные напряжения определяется по формуле (1.16)

$$\frac{K_{\tau}}{K_{d\tau}} = \frac{\alpha_{\tau}}{F\left(\frac{L}{\bar{G}_{\tau}}, \nu_{\tau}\right)}$$

Коэффициент $\alpha_{\tau} = f(D/d, \rho/d)$ — теоретический коэффициент концентрации при кручении, находится по графику на рис. П.2, параметры $D/d, \rho/d$ те же, что и при вычислении α_{σ} , тогда $\alpha_{\tau} = 1,46$.

Относительный градиент напряжений \bar{G}_{τ} определяется по табл. П.1 при кручении:

$$\bar{G}_{\tau} = \frac{1,15}{\rho} + \frac{2}{d} = \frac{1,15}{3} + \frac{2}{40} = 0,433 \frac{1}{\text{мм}}$$

Протяженность очага концентрации $L = 125,7 \text{ мм}$,

$$F = \varepsilon_{\infty} + (1 - \varepsilon_{\infty}) \cdot \left(\frac{1}{88,3} \cdot \frac{L}{\bar{G}_{\tau}} \right)^{-\nu_{\tau}} = \left| 0,5 + 0,5 \left(\frac{125,7}{88,3 \cdot 0,433} \right)^{-0,16} \right| = 0,913$$

Тогда

$$\frac{K_{\tau}}{K_{d\tau}} = \frac{\alpha_{\tau}}{F\left(\frac{L}{\bar{G}_{\tau}}, \nu_{\tau}\right)} = \frac{1,46}{0,915} = 1,6$$

Коэффициент влияния качества обработки поверхности при изгибе определяем по формуле (1.17):

$$K_{F\sigma} = 1 - 0,22 \cdot \lg R_z \cdot \left(\lg \frac{\sigma_B}{20} - 1 \right)$$

подставляя $R_z = 15 \text{ мм}$ и $\sigma_B = 610 \text{ МПа}$, получаем:

$$K_{F\sigma} = 1 - 0,22 \cdot \lg 15 \cdot \left(\lg \frac{610}{20} - 1 \right) = 0,875$$

Коэффициент влияния качества обработки поверхности при кручении определяем по формуле (1.18):

$$K_{F\tau} = 0,575 \cdot K_{F\sigma} + 0,425 = 0,575 \cdot 0,875 + 0,425 = 0,928$$

Коэффициент $\overline{K_V}$, учитывающий влияние технологических факторов, в зависимости от вида обработки и диаметра образца, приведен в [3, табл. 4 на стр. 150] . В примере принят $K_V = 1$.

При учете влияния коррозии коэффициент $K_{F\sigma}$ заменяется на коэффициент $K_{кор}$, величина которого может быть взята по [3, рис.9 на стр. 149] . В данном примере деталь работает в некоррозийной среде.

Коэффициент анизотропии $K_A = 1$

Коэффициент снижения предела выносливости при изгибе определяется по формуле (1.8):

$$K_{\sigma D} = \left(\frac{K_{\sigma}}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right) \frac{1}{K_V K_A} = \left(1,84 + \frac{1}{0,875} - 1 \right) = 1,98$$

при кручении коэффициент $K_{\tau D}$ определяется по формуле (1.9):

$$K_{\tau D} = \left(\frac{K_{\tau}}{K_{d\tau}} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1 \right) \frac{1}{K_V} = \left(1,6 + \frac{1}{0,928} - 1 \right) = 1,68$$

Определение запаса прочности по нормальным и касательным напряжениям.

По пределу выносливости:

для нормальных напряжений по формуле (1.19):

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a \cdot K_{\sigma D} + \psi_{\sigma} \cdot \sigma_m} = \frac{250}{15,6 \cdot 1,98 + 0,1 \cdot 117,2} = 5,87$$

для касательных напряжений по формуле (1.20):

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a \cdot K_{\tau D} + \psi_{\tau} \cdot \tau_m} = \frac{150}{31,2 \cdot 1,68 + 0,05 \cdot 0} = 2,86$$

по пределу текучести для нормальных и касательных напряжений:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_T}{\sigma_{max}} = \frac{360}{132,8} = 2,71,$$

$$n_{\tau} = \frac{\tau_T}{\tau_{max}} = \frac{220}{31,2} = 7,05.$$

Общий запас прочности по пределу выносливости определяется по формуле Гафа и Полларда (1.21):

$$n = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} = \frac{5,87 \cdot 2,86}{\sqrt{5,85^2 + 2,86^2}} = 2,58$$

то же по пределу текучести:

$$n = \frac{2,71 \cdot 7,05}{\sqrt{2,71^2 + 7,05^2}} = 2,53$$

Коэффициент запаса прочности для детали равен меньшему из двух значений $n_{min} = 2,53$

3.1.2. Определение ресурса детали. Функции распределения амплитуд (время наблюдения блока -100 часов), найдем по формулам:

$$\sigma_{ai} = \sigma_{-1D} \cdot e^{-N_i^2 \cdot 8 \cdot 10^{-7}} \quad (*)$$

$$\tau_{ai} = 1,3 \cdot \tau_{-1D} \cdot e^{-N_i^2 \cdot 8 \cdot 10^{-7}} \quad (**)$$

здесь: $\left| \sigma_{-1D} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D}} = \frac{250}{1,98} = 126,3 \text{ МПа} \right.$

- предел выносливости детали по нормальным напряжениям; коэффициент снижения предела выносливости $K_{\sigma D} = 1,98$ берется из п.3.1.1; предел выносливости детали по касательным

$$\tau_{-1D} = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau D}} = \frac{150}{1,68} = 89,3 \text{ МПа};$$

напряжениям равен $K_{\tau D} = 1,68$ коэффициент снижения предела выносливости берется из п. 3.1.1.

Расчет по нормальным напряжениям.

Подставляя в формулу (*) число циклов N_i , получаем:

N_i	100	300	500	700	900	1100	1300	1500
σ_{ai}	125,3	117,5	103,4	85,3	66,1	48,0	32,7	20,9

Находим амплитудное напряжение, соответствующее безопасному уровню.

$$\sigma_{ai} = 0,6 \cdot \sigma_{-1D} = 0,6 \cdot 126,3 = 75,7 \text{ МПа}$$

По приближенной формуле, взятой из табл. П.2, $c = m \cdot K_{\sigma D} = 12$, находим

$$m = \frac{12}{1,98} = 6,06$$

показатель наклона левой ветви кривой усталости:

Коэффициент наполненности площади из формулы (2.12) равен:

$$\xi = \frac{\sum_{\bar{\sigma}_{a \max} \geq 0,6 \sigma_{-1D}} \bar{\sigma}_{ai} \cdot N_{iB}}{\bar{\sigma}_{a \max} \cdot N_B} =$$

$$= \frac{125,3 \cdot 100 + 117,5 \cdot 300 + 103,4 \cdot 500 + 85,3 \cdot 700}{125,3 \cdot 1600} = 0,794$$

Расчетный коэффициент повреждений находим по формуле (2.12)

$$a_p = \frac{\frac{\bar{\sigma}_{a \max}}{\sigma_{-1D}} \xi - K}{\frac{\bar{\sigma}_{a \max}}{\sigma_{-1D}} - K} = \frac{\frac{125,3}{126,3} 0,794 - 0,6}{\frac{125,3}{126,3} - 0,6} = 0,479$$

здесь: $|K|$ – коэффициент, показывающий нижнюю границу повреждающих амплитуд, принят равным 0,6.

Средняя долговечность детали, определяемая нормальными напряжениями, находится по формуле (2.13)

$$\lambda_{\sigma} = \frac{a_p \cdot \sigma_{-1D}^m \cdot N_0}{\sum_{\bar{\sigma}_{ai} \geq (0,5+0,7)\sigma_{-1D}} \bar{\sigma}_{ai}^m \cdot N_{iB}} =$$

$$= \frac{0,479 \cdot 126,3^{6,06} \cdot 10^7}{125,3^{6,06} \cdot 100 + 117,5^{6,06} \cdot 300 + 103,4^{6,06} \cdot 500 + 85,3^{6,06} \cdot 700} = 9530$$

блоков.

Расчет по касательным напряжениям проводится аналогично.

В формулу (***) подставляем количество циклов N_i , получаем:

N_i	100	300	500	700	900	1100	1300	1500
τ_{ai}	115,2	108,0	95,0	78,4	60,7	44,1	30,0	19,2

Амплитудное напряжение, соответствующее безопасному уровню равно:

$$\tau_{ai} = 0,6 \cdot \tau_{-1D} = 0,6 \cdot 89,3 = 53,58 \text{ МПа}$$

Коэффициент наполненности площади находим из формулы (2.12), заменяя напряжения σ на τ :

$$\xi = \frac{\sum_{\bar{\tau}_{ai} \geq \tau_{a(20,6)\tau_{-1D}}} \bar{\tau}_{ai} \cdot N_{iB}}{\bar{\tau}_{amax} \cdot N_B} =$$

$$= \frac{115,2 \cdot 100 + 108,0 \cdot 300 + 95,0 \cdot 500 + 78,4 \cdot 700 + 60,7 \cdot 900}{115,2 \cdot 2500} = 0,698$$

Расчетный коэффициент повреждений находим по формуле (2.12), заменяя напряжения σ на τ :

$$a_p = \frac{\frac{\bar{\tau}_{amax}}{\tau_{-1D}} \xi - K}{\frac{\bar{\tau}_{amax}}{\tau_{-1D}} - K} = \frac{\frac{115,2}{89,3} 0,698 - 0,6}{\frac{115,2}{89,3} - 0,6} = 0,436$$

здесь K - коэффициент, показывающий нижнюю границу повреждающих амплитуд, принят равным 0,6.

Средняя долговечность детали, определяемая касательными напряжениями, находится по формуле (2.14)

$$\lambda_\tau = \frac{a_p \cdot \tau_{-1D}^m \cdot N_0}{\sum_{\bar{\tau}_{ai} \geq (0,5+0,7)\tau_{-1D}} \bar{\tau}_{ai}^m \cdot N_{iB}} = \frac{0,436 \cdot 89,3^{6,06} \cdot 10^7}{115,2^{6,06} \cdot 100 + 108,0^{6,06} \cdot 300 + 95,0^{6,06} \cdot 500 + \dots}$$

$$\dots = \frac{\dots}{78,4^{6,06} \cdot 700 + 60,7^{6,06} \cdot 900} = 1705 \text{ блоков.}$$

Средняя долговечность (ресурс) детали при изгибе с кручением находится по формуле (2.16) и равна:

$$\lambda = \frac{\lambda_\sigma \cdot \lambda_\tau}{\left(\frac{2}{\lambda_\sigma^m} + \frac{2}{\lambda_\tau^m} \right)^{\frac{m}{2}}} = \frac{9530 \cdot 1705}{\left(9530^{0,33} + 1705^{0,33} \right)^{3,03}} = 437$$

блоков, что составляет

43700 часов \cong 5 лет.

3.2. Клапанная пружина

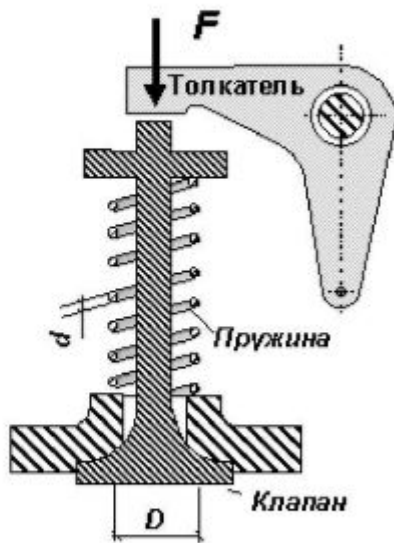


Рис. 3.3. Клапанная пружина

Клапанная пружина имеет следующие размеры: средний диаметр витка - $D=42$ мм, диаметр проволоки пружины - $d=3,8$ мм (рис.3.3). Сила, сжимающая пружину при закрытии клапана, - $F_{min}=70$ Н, сила, сжимающая пружину в момент полного открытия клапана, - $F_{max}=220$ Н. Материал проволоки пружины – хромованадиевая сталь, имеющая следующие механические характеристики: предел текучести - $\tau_T=920$ МПа, предел выносливости при симметричном цикле - $\tau_{-1}=480$ МПа и предел выносливости при отнулевом цикле - $\tau_0=800$ МПа. Пружина имеет эффективный коэффициент концентрации напряжений $K_\tau=1,07$, коэффициент влияния качества обработки поверхности $\beta = K_{F\tau}$ $=0,83$ и масштабный коэффициент $\varepsilon_\tau = \frac{K_\tau}{K_\sigma} = 1 = 0,97$.

Требуется:

1. Определить максимальное τ_{max} и минимальное τ_{min} напряжения в проволоке пружины и вычислить коэффициент асимметрии цикла r .
2. Найти среднее τ_m и амплитудное τ_a напряжения цикла.
3. Построить в масштабе схематизированную диаграмму предельных амплитуд (в осях τ_a, τ_m), используя механические характеристики стали: τ_{-1}, τ_0 и τ_T .
4. Вычислить коэффициент запаса прочности и сравнить его с коэффициентом, полученным по диаграмме предельных амплитуд (графически).

Касательные напряжения в пружине вычисляются по формуле:

$$\tau = k \frac{8FD}{\pi d^3}$$

$$k = \frac{4C_p + 1}{4C_p - 4} = \frac{4 \cdot 11,05 + 1}{4 \cdot 11,05 - 4} = 1,124$$

здесь: k - коэффициент, учитывающий кривизну витка и нелинейное распределение касательных напряжений в поперечном сечении витка; $C_p = D/d = 42/3,8 = 11,05$.

Определяем максимальное F_{max} и минимальное F_{min} напряжения в

$$0,5 + 0,5 \left(\frac{125,7}{88,3 \cdot 0,924} \right)^{-0,1} = 0,979$$

проволоке пружины:

$$\tau_{min} = k \frac{8F_{min}D}{\pi d^3} = 1,124 \frac{8 \cdot 70 \cdot 42}{\pi \cdot 3,8^3} = 153 \text{ МПа}$$

$$r = \frac{\tau_{min}}{\tau_{max}} = \frac{153}{482} = 0,317$$

Коэффициент асимметрии цикла равен

Вычислим тангенс угла наклона схематизированной диаграммы предельных амплитуд (рис.1.6):

$$\psi = \frac{2 \cdot \tau_{-1} - \tau_0}{\tau_0} = \frac{2 \cdot 480 - 800}{800} = 0,2$$

Коэффициент учитывающий все факторы при расчете пружины на выносливость:

$$K_{\tau D} = \frac{K_{\tau}}{K_{d\tau}} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1 = \frac{1,07}{0,97} + \frac{1}{0,83} - 1 = 1,31$$

$$A \left(0, \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau D}} = 366 \text{ МПа} \right), B(a, b) \text{ и } C(\tau_T, 0)$$

Вычислим координаты точек диаграммы предельных амплитуд, где:

$$a = \frac{K_{\tau D} \cdot \tau_T - \tau_{-1}}{K_{\tau D} - \psi} = \frac{1,31 \cdot 920 - 480}{1,31 - 0,2} = 653 \text{ МПа};$$

$$b = \frac{\tau_{-1} - \psi \cdot \tau_T}{K_{\tau D} - \psi} = \frac{480 - 0,2 \cdot 920}{1,31 - 0,2} = 267 \text{ МПа}.$$

Координаты точки $M(\tau_m; \tau_a)$:

$$\tau_m = \frac{\tau_{max} + \tau_{min}}{2} = \frac{482 + 153}{2} = 317 \text{ МПа}$$

$$\tau_a = \frac{\tau_{max} - \tau_{min}}{2} = \frac{482 - 153}{2} = 164 \text{ МПа}$$

Построим схематизированную диаграмму предельных амплитуд (рис.3.4) по координатам точек A, B и C , нанесем точку M и продолжим луч OM до пересечения его с линией AB или BC в точке N .

В данном примере точка N попала на прямую AB , значит коэффициент запаса прочности определяем по пределу выносливости. Аналитически n_τ находим по формуле(1.20):

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau D} \cdot \tau_a + \psi \cdot \tau_m} = \frac{480}{1,31 \cdot 164 + 0,2 \cdot 317} = 1,72$$

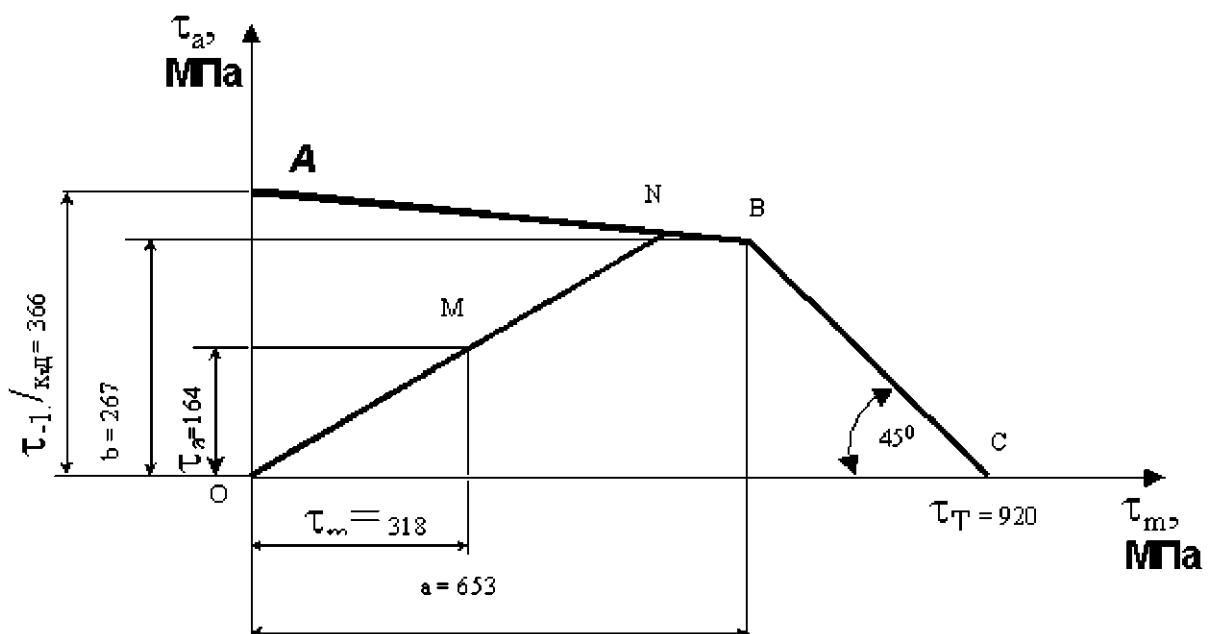


Рис. 3.4. Определение коэффициента запаса по диаграмме предельных амплитуд

По графику на рис.3.4. n_τ равен:

$$n_\tau = \frac{ON}{OM} = 1,72$$

Если точка N попала на линию BC , определяют коэффициент

запаса прочности по пределу текучести. Аналитическая формула в этом

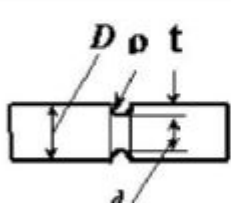
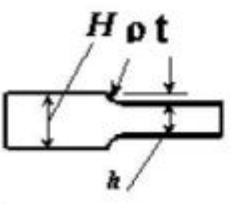
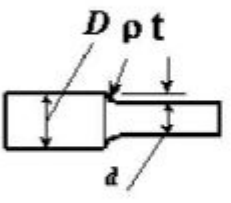
случае такова: $n_\tau = \frac{\tau_T}{\tau_m + \tau_a}$. Графически коэффициент запаса прочности по

пределу текучести находится по такой же формуле, что и ранее: $n_\tau = \frac{ON}{OM}$

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица П.1.

Относительный градиент напряжений

Деталь		Вид деформации		
		изгиб	растяжение	кручение
		\bar{G}_σ	, мм ⁻¹	\bar{G}_τ мм ⁻¹
	$\frac{D}{d} \geq 1,5$	$\frac{2}{\rho} + \frac{2}{d}$	$\frac{2}{\rho}$	$\frac{1}{\rho} + \frac{2}{d}$
	$\frac{D}{d} < 1,5$	$\frac{2(1+\varphi)}{\rho} + \frac{2}{d}$	$\frac{2(1+\varphi)}{\rho}$	$\frac{1}{\rho} + \frac{2}{d}$
	$\frac{H}{h} \geq 1,5$	$\frac{2,3}{\rho} + \frac{2}{h}$	$\frac{2,3}{\rho}$	
	$\frac{H}{h} < 1,5$	$\frac{2,3(1+\varphi)}{\rho} + \frac{2}{h}$	$\frac{2,3(1+\varphi)}{\rho}$	
	$\frac{D}{d} \geq 1,5$	$\frac{2,3}{\rho} + \frac{2}{d}$	$\frac{2,3}{\rho}$	$\frac{1,15}{\rho} + \frac{2}{d}$
	$\frac{D}{d} < 1,5$	$\frac{2,3(1+\varphi)}{\rho} + \frac{2}{d}$	$\frac{2,3(1+\varphi)}{\rho}$	$\frac{1,15}{\rho} + \frac{2}{d}$

Здесь: $\varphi = \frac{1}{2 + 4\sqrt{t/\rho}}$, где $t = (H-h)/2$ или $t = (D-d)/2$

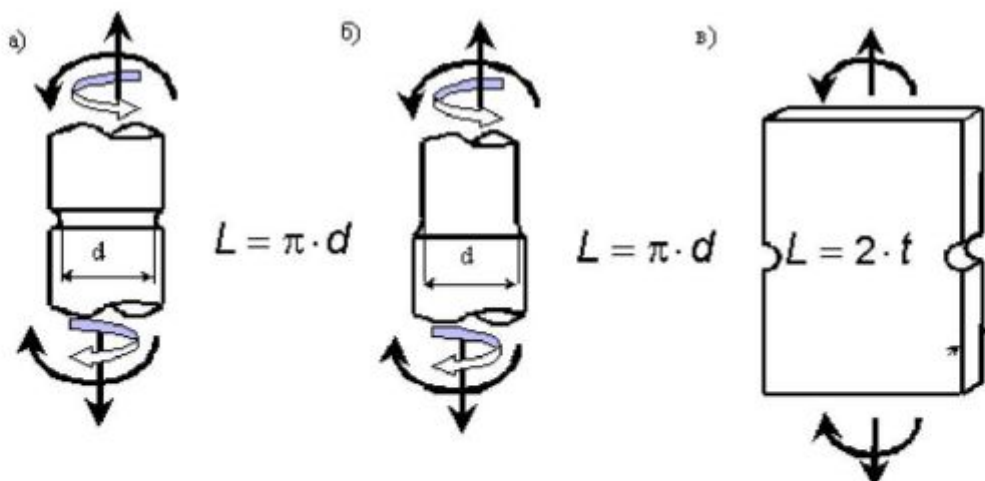


Рис. П.1. Определение линейной протяженности очага концентрации L ; а - вал с выточкой; б - ступенчатый вал с галтелью; в - пластина с двумя вырезами

Продолжение приложения

Таблица П.2.

Механические характеристики конструкционных сталей

Марка стали	НАПРЯЖЕНИЯ [МПа]						Ψ_{σ}	Ψ_{τ}	ν_{σ}	ν_{τ}	$c=m \cdot K_{\sigma d}$
	σ_B	σ_T	τ_T	σ_{-1}	σ_{-1P}	τ_{-1}					
20	420	250	160	170	120	100	0,1	0,05	0,1	0,16	12
35	540	320	190	220	170	130					
45	610	360	220	250	190	150					
60	690	410	250	310	220	180					
12ХН3А	950	700	400	390	270	220	0,2	0,1	0,08	0,12	20
40ХН	1000	800	390	400	290	240					
Пружинная сталь	1500		600			300		0,1			

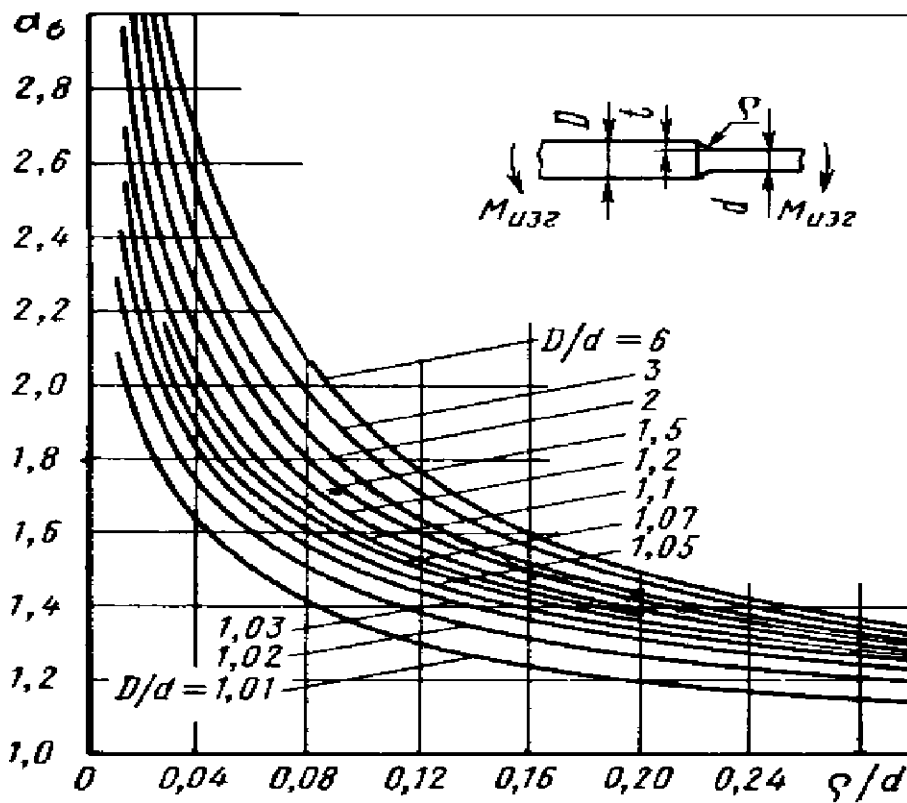


Рис. П.3. Коэффициенты концентрации напряжений α_σ при изгибе для ступенчатых валов с галтелью

Продолжение приложения

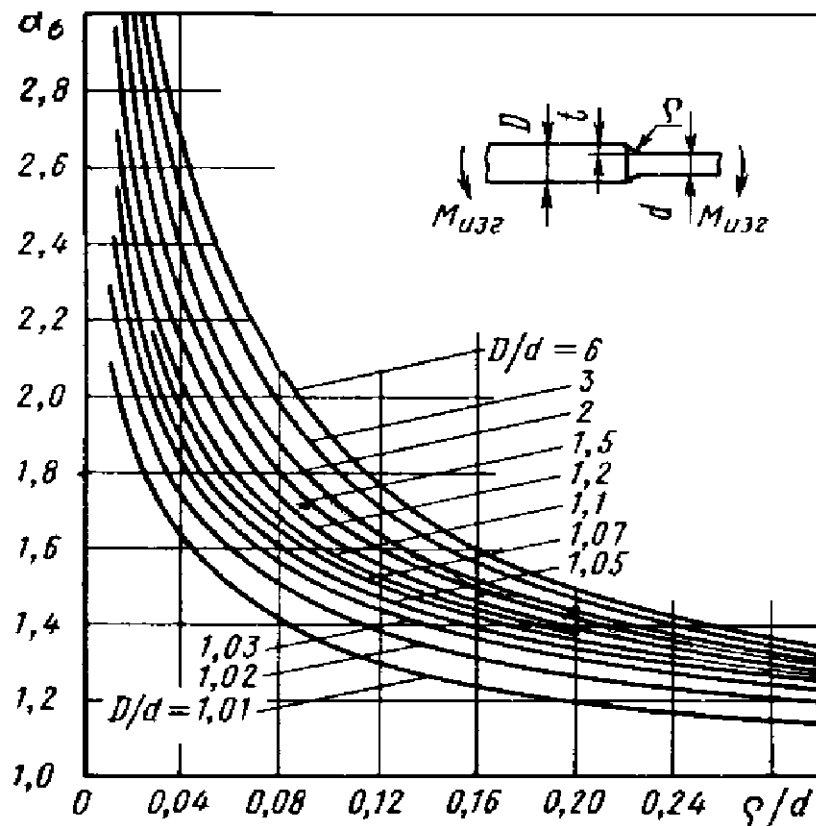


Рис. П.3. Коэффициенты концентрации напряжений α_σ при изгибе для ступенчатых валов с галтелью

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Когаев В.П. Расчет на прочность при напряжениях, переменных во времени. – М.:Машиностроение, 1977. – 232 с.
2. Когаев В.П., Гальперин Н.Я., Крамаренко О.Ю. Накопление усталостных повреждений при нерегулярном нагружении в связи с влиянием конструктивных факторов. // Вестник машиностроения.-1983. – № 2. – С.17-19.
3. Когаев В.П., Махутов Н.А., Гусенков А.П. Расчет деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: Справочник. – М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.
4. Сережек С.В., Когаев В.П., Шнейдерович В.К. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. – М.: Машиностроение, 1972. – 72 с.
5. Александров А.В. Сборник задач по сопротивлению материалов.- М.: Стройиздат, 1977. – 328 с.
6. Кособлик Ф.И., Хазова Л.М. Расчет элементов конструкций на многоциклоеое нагружение (Методические указания) Хабаровск: ХабиИЖТ, 1986. – 45 с.
7. ГОСТ 25.101-83. Расчеты и испытания на прочность. Методы схематизации случайных процессов нагружения элементов машин и конструкций и статистического представления результатов. – М., 1983.
8. ГОСТ 25.502-79 Расчеты на прочность в машиностроении. Методы механических испытаний металлов. Методы испытаний на усталость. – М., 1979.
9. ГОСТ 25.504-82 Расчеты и испытания на прочность. Методы расчета характеристик сопротивления усталости. – М., 1982.
10. ГОСТ 25.507-85 Расчеты и испытания на прочность в машиностроении. Методы испытаний на усталость при эксплуатационных режимах нагружения. – М., 1985.