

ОПД.Ф.02.02 СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ
ЦЕНТРАЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ-СЖАТИЕ
Руководство к практическим занятиям

Пособие охватывает основное содержание раздела курса “Центральное растяжение и сжатие прямолинейного стержня” и включает в себя краткие сведения из теории с примерами расчета, упражнения двух типов (тренировочные задания и задачи для самостоятельной работы), тесты для самопроверки и 30 вариантов контрольной работы по теме. Упражнения содержат задачи разного уровня сложности, что позволяет дифференцировать процесс обучения.

Пособие адресовано преподавателям и студентам высших технических учебных заведений.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Наиболее перспективным направлением качественной модернизации учебного процесса является дифференцированное обучение, позволяющее интенсифицировать уровень мыслительной деятельности учащихся на основе активизации познавательной деятельности с учетом их индивидуальных особенностей. Ведь при таком подходе каждый студент овладевает знаниями в доступном для него темпе, в соответствии с его возможностями, особенностями психики.

Усвоение студентами учебного материала может происходить по-разному. Педагогика различает три уровня усвоения знаний:

на уровне восприятия, осмысления и запоминания знаний (низкий уровень усвоения знаний, I уровень);

на уровне применения знаний по готовому образцу (средний уровень усвоения знаний, II уровень);

на уровне применения знаний для решения творческих задач (высокий уровень усвоения знаний, III уровень).

В связи с этим для повышения эффективности практических занятий нужна дифференциация учебного материала, методических приемов (рациональное сочетание фронтальной, групповой и индивидуальной форм обучения), разработка специального дидактического материала разной трудности для каждой категории учащихся в зависимости от уровня усвоения знаний, чтобы задать различный темп их познавательной деятельности.

Настоящее пособие содержит все необходимые дидактические материалы для практической реализации технологии дифференцированного (многоуровневого) обучения по одной из тем курса сопротивления материалов, а именно: “Центральное растяжение и сжатие прямолинейного стержня”. Оно отражает педагогическую концепцию автора, касающуюся методологии преподавания, сформировавшуюся на протяжении 45 лет работы в высшей школе.

Для облегчения усвоения данная тема разбита на две порции учебного материала (статически определимые и статически неопределимые системы), каждая из которых включает в себя краткие сведения из теории, примеры решения типовых задач и упражнения. Теоретическая часть содержит краткое изложение основных положений и окончательных результатов теории, что позволит лучше понять и осмыслить методику решения типовых задач, а также отдельных положений теории. Упражнения играют определяющую роль в эффективном усвоении предмета и нацелены на приобретение необходимых

умений и навыков. В конце темы приводятся тесты для самопроверки и варианты контрольной работы.

Какова технология проведения занятий при многоуровневом обучении, используемая на кафедре сопротивления материалов УГАТУ? Занятие начинается с краткого опроса теоретического материала, который протекает очень динамично, так как у каждого студента имеется данное пособие, где кратко со всеми необходимыми рисунками изложена ключевая информация по теме. Затем студенты приступают к упражнениям, которые разбиты на две группы: тренировочные задания и задачи для самостоятельной работы. Тренировочные задания представляют собой очень короткие задачи (качественные и расчетные), ориентированные на формирование знания основных понятий и положений курса. В основном это задачи для объяснения и закрепления каждой мысли и каждого положения изучаемого теоретического материала. Они носят тренировочный характер и играют роль своеобразной интеллектуальной разминки перед решением комплексных задач. Тренировочные задания представляют большую педагогическую ценность, так как благодаря их краткости и доступности позволяют включить в активную познавательную деятельность все категории учащихся. На этом, тренировочном этапе применяется фронтальная форма обучения, когда все студенты выполняют одинаковые задания, но разного объема: от 8 (I уровень) до 16 задач (III уровень) в течении 35-40 минут.

Второй час занятий начинается с разбора приведенных в пособии типовых задач по данной теме. Рассматривается только методика расчета без второстепенных деталей, поэтому затраты времени минимальны. Типовые задачи из руководства служат ориентиром в индивидуальной самостоятельной работе студентов, на которую отводится все оставшееся время. На этом этапе могут применяться как индивидуальная, так и групповая формы обучения. Необходимые упражнения разного рода и уровня приведены в рубрике “Самостоятельная работа”. Слабые студенты, изучающие предмет на I уровне обучения, решают указанные преподавателем индивидуальные задачи. Средние и сильные студенты (II и III уровни обучения) либо решают индивидуальные задачи, либо объединяются в микрогруппы (по 3-5 чел.) для решения оригинальных, творческих задач.

Для контроля качества обучения используются контрольные материалы, которые приведены в конце пособия и охватывают всю тему. Они включают в себя тесты для самопроверки с применением ЭВМ и варианты контрольной работы по теме, рассчитанной на один академический час.

2. ЦЕНТРАЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО СТЕРЖНЯ

2.1. Статически определимые системы

Краткая теория с примерами

При центральном растяжении (сжатии) прямолинейного стержня в его поперечных сечениях возникает только один внутренний силовой фактор – *продольная сила* N_z .

С продольной силой связаны *нормальные напряжения*, которые на достаточном удалении от точек приложения внешних сил *равномерно распределяются по поперечному сечению* (рис. 2.1).

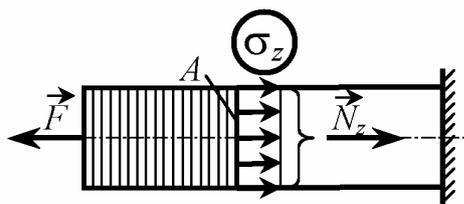


Рис. 2.1

равномерно распределяются по поперечному сечению (рис. 2.1).

$$\sigma_z = N_z / A \quad (2.1)$$

В местах приложения внешних сосредоточенных сил распределение напряжений значительно отличается от равномерного (рис. 2.2). Однако, как показывает опыт, на расстоянии, равном примерно наибольшему из поперечных размеров стержня b ,

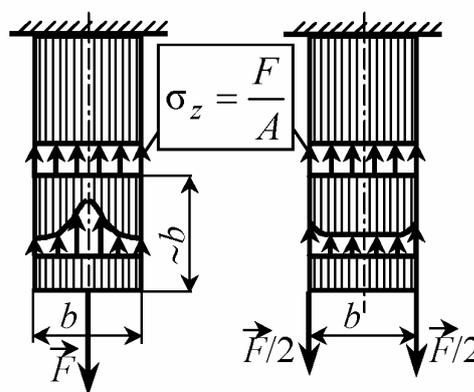


Рис. 2.2

распределение напряжений становится практически равномерным. Отмеченное свойство выражает *принцип Сен – Вена*: на достаточном удалении от места приложения сил распределение напряжений практически не зависит от способа приложения сил, а только от их статического эквивалента.

Условие прочности выражается неравенством

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma], \quad (2.2)$$

где $[\sigma] = \sigma_{\text{пред}} / [n]$ – допустимое напряжение, $[n]$ – коэффициент запаса прочности, $\sigma_{\text{пред}}$ – предельное для данного материала напряжение, равное пределу текучести (σ_T или $\sigma_{0,2}$) для пластичных материалов или пределу прочности $\sigma_{\text{пч}}$ для хрупких материалов, т.е.

$$\sigma_{\text{пред}} = \begin{cases} \sigma_T (\sigma_{0,2}) - \text{для пластичных материалов,} \\ \sigma_{\text{пч}} - \text{для хрупких материалов.} \end{cases}$$

В инженерных расчетах отклонения от основного неравенства (2.2) допустимы в ту или другую сторону в пределах $\pm 5\%$.

Различают три вида расчета на прочность:

- 1) проверка прочности,
- 2) подбор сечения,
- 3) определение допустимой нагрузки.

При растяжении (сжатии) возникают продольные ε и поперечные ε' деформации, связанные между собой зависимостью (законом Пуассона):

$$\varepsilon' = -\nu\varepsilon, \quad (2.3)$$

где $\varepsilon = \Delta l / l$, $\varepsilon' = \Delta b / b$, ν – коэффициент Пуассона, который для различных материалов лежит в пределах от 0 до 0,5.

Нормальные напряжения σ связаны с продольной деформацией ε законом Гука $\sigma = E\varepsilon$,

где E – модуль продольной упругости или модуль Юнга.

Удлинение или укорочение стержня в общем случае (рис.

2.4) определяется интегралом
$$\Delta l = \int_0^l \frac{N_z dz}{EA(z)}. \quad (2.5)$$

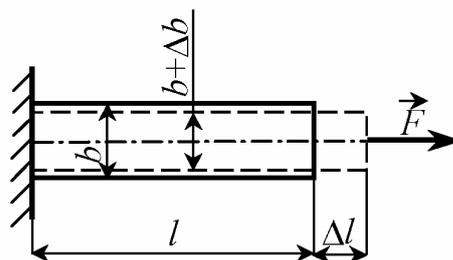


Рис. 2.3

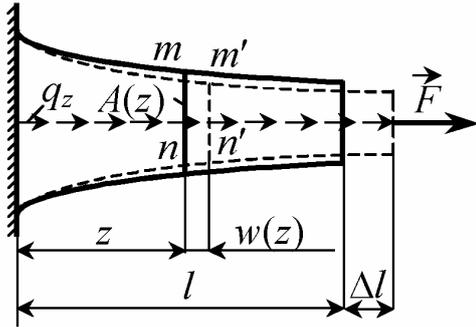


Рис. 2.4

В частном случае, когда $N_z = F = \text{const}$ и $EA = \text{const}$ (рис. 2.3),

$$\Delta l = N_z l / (EA). \quad (2.6)$$

Величины EA и $C = EA/l$ называются соответственно жесткостью сечения и

жесткостью стержня при растяжении (сжатии).

Перемещение произвольного сечения z равно изменению длины участка, заключенного между этим сечением и заделкой (рис. 2.4), т.е.

$$w(z) = \Delta z = \int_0^z \frac{N_z dz}{EA(z)} = \frac{1}{E} \int_0^z \sigma_z dz = \frac{\omega_\sigma}{E}, \quad (2.7)$$

где ω_σ - площадь эпюры σ от заземления до рассматриваемого сечения.

В стержневых системах перемещения узлов δ определяются через деформации стержней (рис. 2.5).

Условие жесткости $\delta \leq [\delta]$ (2.8)

позволяет решать задачи трех

типов, аналогичных расчету на прочность, а именно: проверка жесткости, подбор сечений, определение допустимой нагрузки.

При упругой деформации в единице объема стержня накапливается энергия (удельная потенциальная энергия)

$$u = \sigma^2 / (2E). \quad (2.9)$$

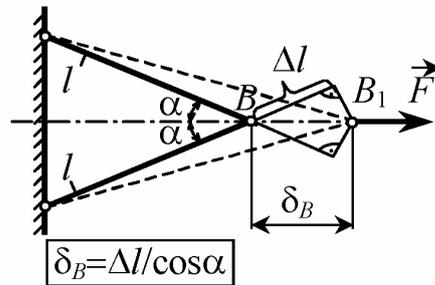


Рис. 2.5

Энергия, накапливаемая во всем стержне

$$U = \int_0^l u dv = \int_0^l N_z^2 dz / (2EA). \quad (2.10)$$

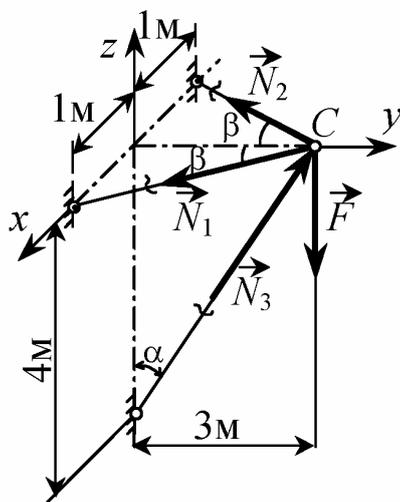


Рис. 2.6

Пример 2.1. Пространственный кронштейн, состоящий из трех стержней, нагружен силой F . Зная допускаемые напряжения материала стержней на растяжение $[\sigma_p] = 120$ МПа и на сжатие $[\sigma_{сж}] = 60$ МПа, требуется:

- 1) проверить прочность конструкции, если $F = 120$ кН, $A_1 = A_2 = 4$ см², $A_3 = 25$ см²;
- 2) подобрать сечения стержней из двух равнобоких уголков, если $F = 480$ кН;
- 3) определить, какой груз может выдержать кронштейн, если $A_1 = A_2 = 10$ см², $A_3 = 60$ см².

Решение. 1. Определение усилий в стержнях. Из условия равновесия узла C имеем:

$$\sum X_i = 0, \quad N_1 \sin \beta - N_2 \sin \beta = 0, \quad N_1 = N_2;$$

$$\sum Z_i = 0, \quad N_3 \cos \alpha - F = 0, \quad N_3 = F / \cos \alpha = 1,25F;$$

$$\sum Y_i = 0 \quad 2N_1 \cos \beta = N_3 \sin \alpha, \quad N_1 = N_3 \sin \alpha / (2 \cos \beta) = 0,395F.$$

2. Определение искомых величин.

2.1. Проверка прочности конструкции

Находим напряжения в стержнях:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = N_1 / A_1 = 0,395 \cdot 120 \cdot 10^3 / (4 \cdot 10^{-4}) =$$

$$= 118,5 \text{ МПа} < [\sigma_p] = 120 \text{ МПа};$$

$$\sigma_3 = N_3/A_3 = 1,25 \cdot 120 \cdot 10^3 / (25 \cdot 10^{-4}) = 60 \text{ МПа} = [\sigma_{сж}] = 60 \text{ МПа}.$$

Как видим, оба условия прочности выполняются, т.е. прочность конструкции в целом обеспечена.

2.2. Подбор сечений

Из условия прочности на растяжение

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{0,395F}{A_1} \leq [\sigma_p],$$

$$\text{откуда } A_1 = \frac{0,395F}{[\sigma_p]} = \frac{0,395 \cdot 480 \cdot 10^3}{120 \cdot 10^6} = 15,8 \text{ см}^2.$$

Из условия прочности на сжатие

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{1,25F}{A_3} \leq [\sigma_{сж}],$$

$$\text{откуда } A_3 = \frac{1,25F}{[\sigma_{сж}]} = \frac{1,25 \cdot 480 \cdot 10^3}{60 \cdot 10^6} = 100 \text{ см}^2.$$

Принимаем по ГОСТ 8509-72 (СТ СЭВ 104-74):

- для 1-го и 2-го стержней – 2 уголка 70x70x6 ($A_{01} = 2 \cdot 8,15 = 16,3 \text{ см}^2$);

- для 3-го стержня – 2 уголка 160x160x16 ($A_{03} = 2 \cdot 49,1 = 98,2 \text{ см}^2$).

2.3. Определение допускаемой нагрузки

Из условия прочности на растяжение

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{0,395F}{A_1} \leq [\sigma_p],$$

$$\text{откуда } [F_p] = \frac{[\sigma_p] \cdot A_1}{0,395} = \frac{120 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-4}}{0,395} = 304 \text{ кН}.$$

Из условия прочности на сжатие

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{1,25F}{A_3} \leq [\sigma_{сж}],$$

откуда $[F_{сж}] = \frac{[\sigma_{сж}] \cdot A_3}{1,25} = \frac{60 \cdot 10^6 \cdot 60 \cdot 10^{-4}}{1,25} = 288 \text{ кН}.$

Допускаемая нагрузка равна меньшей из найденных величин, т.е.

$$F = \min\{[F_p], [F_{сж}]\} = [F_{сж}] = 288 \text{ кН}.$$

Пример 2.2. Круглая колонна диаметра d сжимается силой F . Определить увеличение диаметра Δd , зная модуль упругости E и коэффициент Пуассона ν материала колонны.

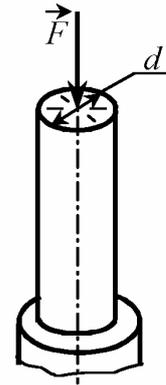


Рис. 2.7

Решение.

Продольная деформация по закону Гука равна

$$\varepsilon = \sigma_z/E = -4F/(\pi d^2 E).$$

Используя закон Пуассона, находим поперечную деформацию

$$\varepsilon' = -\nu\varepsilon = \nu \cdot 4F/(\pi d^2 E).$$

С другой стороны, $\varepsilon' = \Delta d/d$.

Следовательно, $\Delta d = \nu \cdot 4F/(\pi d E)$.

Пример 2.3. Определить из расчетов на прочность и жесткость допускаемую силу F , если $[\sigma] = 120 \text{ МПа}$, $[\sigma_c] = 1,7 \text{ мм}$,

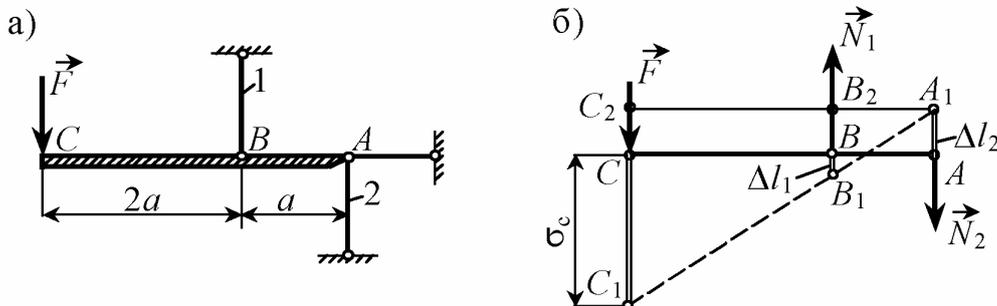


Рис. 2.8

$$A_1 = 2A, \quad A_2 = A = 5 \text{ см}^2, \quad l_1 = l_2 = l = 1 \text{ м}, \quad E = 200 \text{ ГПа.}$$

Решение. 1. Определение усилий в стержнях.

Из условия равновесия бруса AC имеем

$$\sum m_A = 0, \quad F \cdot 3a - N_1 \cdot a = 0, \quad N_1 = 3F;$$

$$\sum m_B = 0, \quad F \cdot 2a - N_2 \cdot a = 0, \quad N_2 = 2F.$$

2. Расчет на прочность.

Находим напряжения в стержнях $\sigma_1 = N_1/A_1 = 3F/(2A),$

$$\sigma_2 = N_2/A_2 = 2F/A.$$

Как видим, наиболее нагруженным является 2-й стержень, прочность которого предопределяет прочность всей конструкции в целом. Из условия прочности $\sigma_{max} = \sigma_2 = 2F/A \leq [\sigma]$ находим $[F_m] = 0,5[\sigma] \cdot A = 30 \text{ кН.}$

3. Расчет на жесткость.

Вычисляем деформации стержней

$$\Delta l_1 = N_1 l / (EA_1) = 3Fl / (2EA), \quad \Delta l_2 = N_2 l / (EA_2) = 2Fl / (2EA),$$

а по ним перемещение точки C . Из подобия треугольников $B_1A_1B_2$ и $C_1A_1C_2$ имеем: $B_1B_2/A_1B_2 = C_1C_2/A_1C_2$ или $(\Delta l_1 + \Delta l_2)/a = (\delta_C + \Delta l_2)/3a$, откуда $\delta_C = 3\Delta l_1 + 2\Delta l_2 = 9Fl / (2EA) + 4Fl / (EA) = 8,5Fl / (EA).$

Записываем условие жесткости $\delta_C = 8,5Fl / (EA) \leq [\delta_C],$

откуда $[F_{ж}] = EA[\delta_C] / (8,5l) = 200 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 1,7 \cdot 10^{-3} / (8,5 \cdot 1) = 20 \text{ кН.}$

Допускаемая нагрузка из расчета на жесткость получилась меньше, чем из расчета на прочность, поэтому ее и принимаем в качестве окончательной, т.е.

$$[F] = \min \{ [F_m], [F_{ж}] \} = [F_{ж}] = 20 \text{ кН.}$$

Пример 2.4. Построить эпюры продольной силы, напряжения и перемещения для ступенчатого бруса.

Решение. 1. Определение опорной реакции. Составляем уравнение равновесия в проекции на ось z : $\sum Z_i = 0$,
 $-2qa + 2q \cdot 2a - q \cdot a + qa - R_E = 0$,
откуда $R_E = 2qa$.

2. Построение эпюр N_z, σ_z, W .

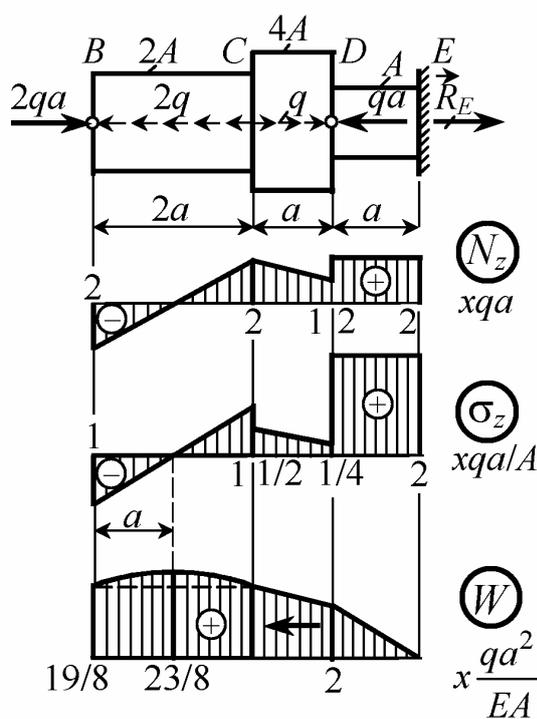


Рис. 2.9

Эпюра N_z . Она строится по формуле

$$N_z = N_0 \pm qz.$$

Имеем $N_B = -2qa$, $N_C = N_B + 2q \cdot 2a = 2qa$

$$N_{DC} = N_C - q \cdot a = qa, \quad N_{DE} = N_{DC} + qa = 2qa.$$

Эпюра σ_z . Напряжение равно $\sigma_z = N_z/A(z)$. Как следует из этой формулы, скачки на эпюре σ_z будут обусловлены не только скачками N_z , но также резкими изменениями площади поперечных сечений. Определяем значения σ_z в характерных точках:

$$\sigma_B = N_B/(2A) = -2qa/(2A) = -qa/A,$$

$$\sigma_{CB} = N_C/(2A) = 2qa/(2A) = qa/A;$$

$$\sigma_{CD} = N_C/(4A) = 2qa/(4A) = qa/(2A), \quad \sigma_{DC} = N_{DC}/(4A) = qa/(4A),$$

$$\sigma_{DE} = N_{DE}/A = 2qa/A \quad \text{и строим эпюру } \sigma_z.$$

Эпюра w . Она строится по формуле

$$W = W_0 + \frac{1}{E_0} \int \sigma_z dz = W_0 + \omega_\sigma / E.$$

Построение ведем от защемления к свободному концу. Находим перемещения в характерных сечениях: $W_o = W_E = 0$,

$$W_D = W_o + \omega_{\sigma}/E = (2qa/EA) \cdot a = 2qa^2/(EA),$$

$$W_C = W_D + \omega_{\sigma}/E = 2qa^2/EA + (1/2)(1/2 + 1/4) \cdot (qa/EA) \cdot a = \\ = (19/8)qa^2/EA,$$

$$W_{\max} = W_C + \omega_{\sigma}/E = (19/8)qa^2/EA + (1/2) \cdot (qa/EA) \cdot a = \\ = (23/8)qa^2/EA,$$

$$W_B = W_C + \omega_{\sigma}/E = W_C = (19/8)qa^2/EA \quad \text{и строим эпюру } W.$$

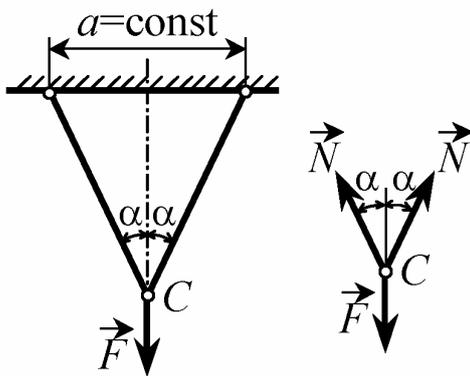


Рис. 2.10

Нам необходимо установить такой угол, при котором функция $G(\alpha)$ принимает минимальное значение. В теории оптимального проектирования она называется целевой функцией.

Для определения веса стержневой системы нужно знать площади сечений стержней. Из условия равновесия узла C находим усилия в стержнях:

$$\sum Y_i = 0, \quad 2N \cos \alpha - F = 0, \quad N = F / (2 \cos \alpha),$$

а из условия прочности – площади их поперечных сечений:

$$N/A \leq [\sigma], \quad \text{откуда} \quad A = N / [\sigma] = F / (2[\sigma] \cdot \cos \alpha).$$

Учитывая, что длины стержней $l = a / (2 \sin \alpha)$, находим вес конструкции (целевую функцию):

$$G = 2Al\gamma = Fa\gamma / (2[\sigma] \sin \alpha \cdot \cos \alpha) = Fa\gamma / ([\sigma] \cdot \sin 2\alpha).$$

Функция $G(\alpha)$ принимает минимальное значение, когда

Пример 2.5. К двум одинаковым стержням приложена сила F . Установить, при каком угле α конструкция будет иметь наименьший вес?

Решение. Вес конструкции является функцией угла α , т.е. $G = G(\alpha)$.

$\sin 2\alpha = 1$, откуда $2\alpha = 90^\circ$ и $\alpha = 45^\circ$.

Пример 2.6. Определить диаметр d , а также удлинение участка CD для круглого стержня, нагруженного силой F , принимая во внимание собственный вес. Удельный вес γ , допускаемое напряжение $[\sigma]$ и модуль упругости E материала стержня заданы.

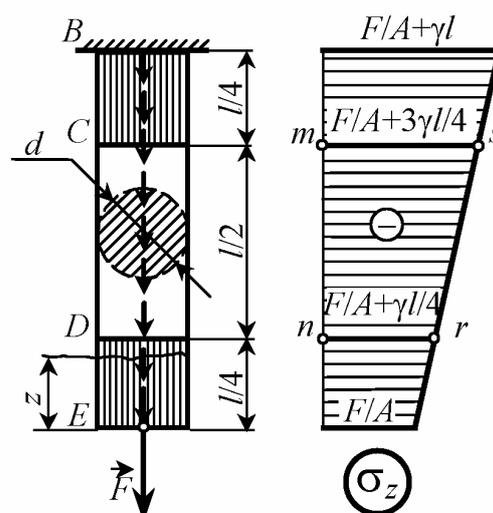


Рис. 2.11

Решение.

Для призматического стержня при действии собственного веса и сосредоточенной силы F на свободном конце имеем:

- продольная сила в произвольном сечении

$$N(z) = F + \gamma Az,$$

- нормальное напряжение в этом же сечении

$$\sigma_z = F/A + \gamma z.$$

Из условия прочности находим искомый диаметр

$$\sigma_{\max} = F/A + \gamma l \leq [\sigma], \quad \text{и} \quad d = \sqrt{\frac{4F}{\pi([\sigma] - \gamma l)}},$$

откуда $A = \pi d^2/4 = F/([\sigma] - \gamma l)$.

Удлинение участка CD находим по общей формуле

$$\Delta l_{CD} = \frac{1}{E} \int_C^D \sigma_z dz = \omega_\sigma / E.$$

Здесь $\omega_\sigma = \omega_{mnr s}$ — это площадь трапеции $mnr s$, которая равна

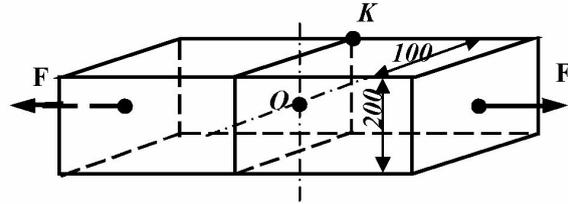
$$\omega_{mnr s} = (1/2)(\sigma_C + \sigma_D) \cdot (l/2) = (F/A + \gamma l/2) \cdot (l/2).$$

Следовательно, $\Delta l_{CD} = \omega_{mnr s}/E = (l/4E)(2F/A + \gamma l)$.

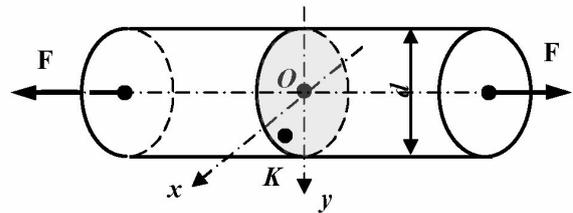
Упражнения

а) тренировочные задания

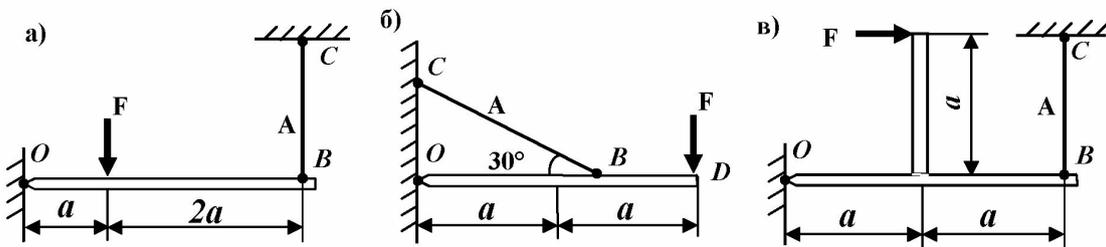
У2.1. Определить напряжение в точке O , а также величину растягивающей силы F , зная напряжение в точке K , равное 100 МПа.



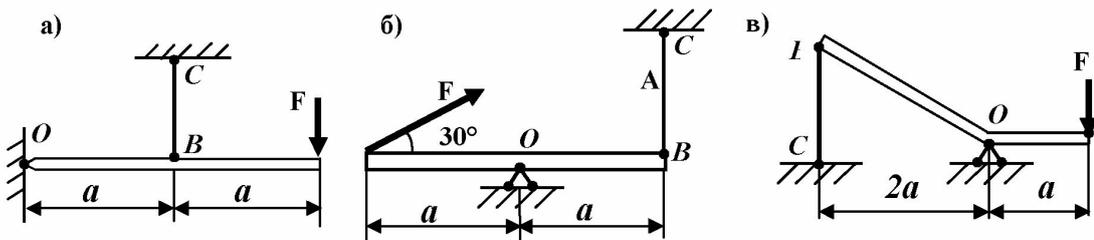
У2.2. При растяжении стержня силой $F = 800$ кН в точке K с координатами $X_K = 4$ см и $Y_K = 3$ см возникает напряжение 160 МПа. Чему равен диаметр стержня?



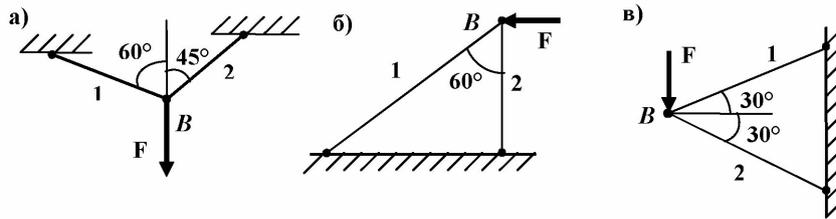
У2.3. Считая заданными $[\sigma]$, A , а определить допустимое значение нагрузки $[F]$.



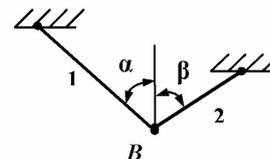
У2.4. Считая заданными $[\sigma]$, а, F определить площадь поперечного сечения стержня BC .



У2.5. Определить качественно без вычислений перемещение узла В.



У2.6. В результате некоторого внешнего воздействия длины стержней 1 и 2 изменились на Δl_1 и Δl_2 соответственно. Определить ориентировочно полное перемещение δ узла В.



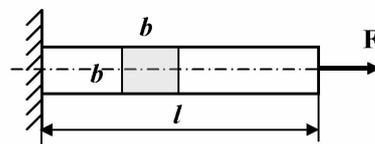
У2.7. Как изменится абсолютное удлинение бруса, если:

а) увеличить линейные размеры b и l в 2 раза;

б) увеличить длину l в 2 раза и заменить материал (например, медь на сталь);

в) уменьшить размер b в 2 раза, длину l в 4 раза и заменить материал (например, сталь на титан);

г) уменьшить в 3 раза линейные размеры b , l и силу F ?



У2.8. Вертикально подвешенный резиновый жгут под действием некоторого груза, прикрепленного к нижнему свободному концу, удлиняется на 16 см. Затем он дважды складывается пополам и к сложенному таким образом жгуту прикладывается тот же самый груз. Насколько удлинится жгут в этом случае?

У2.9. Жесткость стального провода равна 10 Н/мм. Чему равно удлинение троса, сплетенного из 10 таких проводов, если к концу троса подвесить груз весом 2 кН?

У2.10. При буксировке автомобиля массы 1т результирующая сил сопротивления и трения в 50 раз меньше веса автомобиля. Чему равна жесткость троса, если при равномерном движении автомобиля трос удлинится на 20 мм?

б) самостоятельная работа

У2.11. Определить ширину фундамента здания, учитывая, что среднее напряжение в грунте не должно превышать 0,5 МПа. Общий вес фундамента, стены и полезной нагрузки на 1 м длины здания равен 500 кН/м.

У2.12. Какую нагрузку сможет выдержать короткая гранитная колонна диаметром 80 см, если допускаемое напряжение на сжатие гранита равно $[\sigma] = 4 \text{ МПа}$?

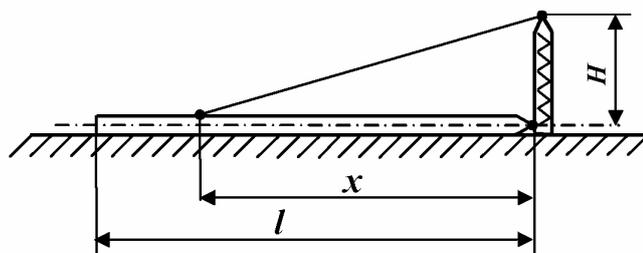
У2.13. Стальной стержень кругового поперечного сечения растягивается силой 100кН. При каком наименьшем диаметре стержня относительное удлинение не превышает $5 \cdot 10^{-4}$, а напряжение – 120 МПа?

У2.14. При какой минимальной базе тензометра с коэффициентом увеличения 1000 и точностью отсчета 0,1 мм можно обеспечить измерение напряжений в стальной детали с точностью не менее 1 МПа?

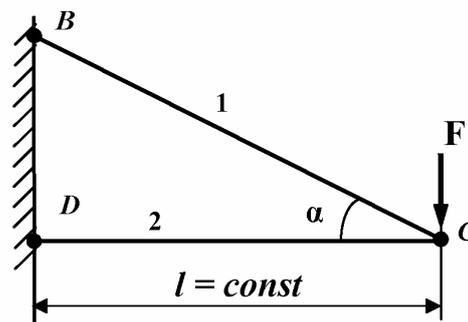
У2.15. Стальной стержень кругового поперечного сечения диаметром 30 мм растянут на испытательной машине силой 120 кН. Его продольное удлинение, замеренное на длине 50 мм, составило 42 мкм, а изменение диаметра – 7 мкм. Определить модуль упругости и коэффициент Пуассона материала стержня.

У2.16. Для установки тяжелой колонны в вертикальное положение требуется поднять ее левый конец. К какой точке колонны нужно прикрепить трос, чтобы напряжения в нем были

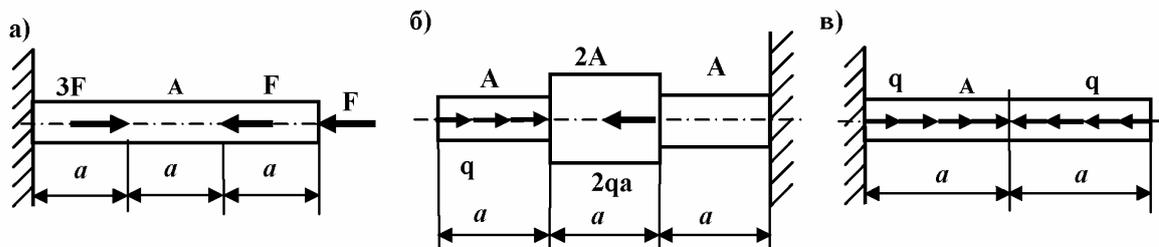
минимальными? Выполнить проверку прочности троса при следующих данных: вес колонны $G = 200$ кН, ее длина $l = 16$ м, высота опоры $H = 4$ м, площадь поперечного сечения троса $A = 24$ см², допустимое напряжение $[\sigma] = 170$ МПа.



У2.17. На конструкцию, состоящую из двух стержней, действует вертикальная сила F . Оба стержня изготовлены из одного и того же материала. Длина l горизонтального стержня CD остается постоянной, а угол α может изменяться за счет перемещения точки B по вертикали и соответствующего изменения длины стержня BC . Полагая, что допустимые напряжения при растяжении и сжатии одинаковы и принимая напряжения в обоих стержнях равными допустимым, найти угол α , при котором вес конструкции минимален.



У2.18. Для заданных брусьев построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений. Определить наибольшие напряжения, перемещения и запасы по текучести, полагая $F = q \cdot u = 10$ кН, $A = 2$ см², $a = 20$ см, $\sigma_T = 200$ МПа, $E = 100$ ГПа.



2.2. Статически неопределимые системы

Краткая теория с примерами

Общие сведения. Конструкции, усилия в которых не могут быть определены только при помощи уравнений статики, и задачи, связанные с расчетом таких конструкций, называют статически неопределимыми. Разность между общим числом неизвестных и количеством независимых уравнений статики, которые можно составить для рассматриваемой системы, носит название степени статической неопределимости. В зависимости от этого числа различают системы один, два, ..., n раз статически неопределимые (рис. 2.12).

Статически неопределимую систему можно рассматривать как некоторую статически определимую систему, на которую наложены дополнительные (“лишние”) связи. При таком подходе степень статической неопределимости устанавливается по числу дополнительных связей.

Деформации стержней, образующих систему, не могут быть независимыми, а должны подчиняться некоторым условиям, вытекающим из особенностей рассматриваемой конструкции. Аналитическая запись этих условий дает дополнительные уравнения (так называемые уравнения совместности деформаций), которые вместе с уравнениями статики позволяют определить неизвестные усилия.

Статически неопределимые системы в отличие от статически определимых обладают следующими особенностями (*свойствами*):

1) *усилия в элементах зависят от их жесткостей, а именно: чем больше жесткость элемента, тем больше усилие на него приходится;*

2) при неточном изготовлении элементов в процессе сборки в них возникают монтажные (сборочные) усилия;

3) при колебаниях температуры в элементах статически неопределимых систем возникают температурные усилия. Деформации стержней в этом случае определяются алгебраическим суммированием приращений длин от усилий и от изменения температуры

$$\Delta l = \alpha l \Delta t + Nl / (EA). \quad (2.11)$$

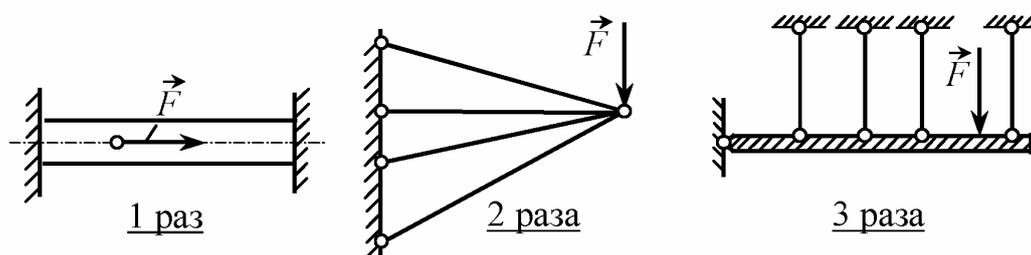


Рис. 2.12

Расчет статически неопределимых систем производится либо по упругой стадии (метод допускаемых напряжений), либо с учетом пластических деформаций (метод допускаемых нагрузок).

Расчет по допускаемым напряжениям. При таком подходе несущая способность конструкции отождествляется с несущей способностью наиболее нагруженного элемента. Последовательность расчета при этом выглядит следующим образом.

Составляются уравнения статики и по числу лишних неизвестных – дополнительные уравнения совместности деформаций. Решая полученную систему, определяют усилия в стержнях и связанные с ними напряжения. Из сопоставления напряжений в наиболее нагруженном элементе с допустимой величиной делается заключение о надежности конструкции либо определяются

искомые величины (размеры сечения стержней, допускаемая нагрузка).

Пример 2.7. Составить полную систему уравнений и определить усилия в стержнях.

Решение.

1. Схема (рис. 2.13):

$$A_1 = A_2 = A_3 = A.$$

Уравнения статики

$$\sum m_A = 0, \quad N_2 \cdot a + N_3 \cdot 4a = F \cdot 3a, \quad (1)$$

$$\sum Y_i = 0, \quad N_1 + N_2 + N_3 = F. \quad (2)$$

Уравнение совместности деформаций. Деформации стержней

$$AA_1 = \Delta l_1, \quad BB_1 = \Delta l_2, \quad DD_1 = \Delta l_3.$$

Из подобия треугольников AB_1B_2 и AD_1D_2 имеем

$$(\Delta l_2 - \Delta l_1)/a = (\Delta l_3 - \Delta l_1)/4a,$$

откуда, выражая удлинения через усилия по закону Гука

$$\Delta l_1 = N_1 \cdot 2l / (EA), \quad \Delta l_2 = N_2 \cdot 3l / (EA), \quad \Delta l_3 = N_3 \cdot 4l / (EA),$$

получим $6N_2 - 3N_1 = 2N_3$.

Решая совместно уравнения (1), (2) и (3), найдем

$$2. \quad N_1 = (2/35)F, \quad N_2 = (9/35)F, \quad N_3 = (24/35)F.$$

3. Схема (рис. 2.14):

$$E_2 = 2E_1 = 2E,$$

$$A_1 = 2A_2 = 2A.$$

Уравнение статики. Из условия равновесия узла B имеем $\sum Y = 0$, $2N_1 \cos 30^\circ + 2N_2 \cos 60^\circ = F$. (4)

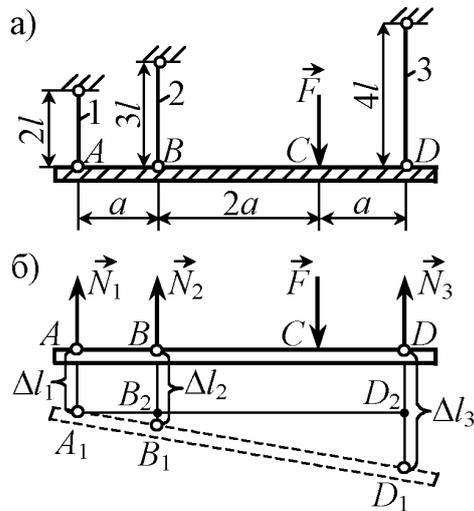


Рис. 2.13

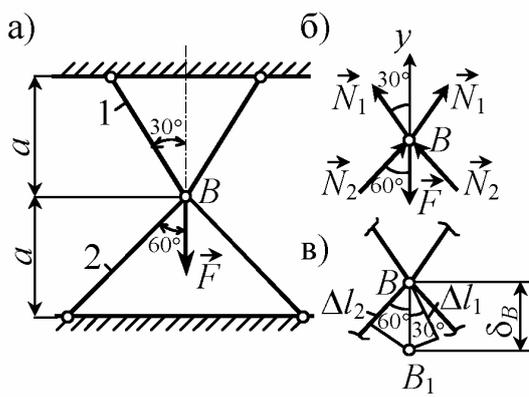


Рис. 2.14

Уравнение совместности деформаций (рис. 2.14, в)

$\delta_B = \Delta l_1 / \cos 30^\circ = \Delta l_2 / \cos 60^\circ$,
откуда, выражая деформации через усилия

$$\Delta l_1 = N_1 \cdot a / (\cos 30^\circ \cdot E \cdot 2A),$$

$$\Delta l_2 = N_2 \cdot 2a / (2E \cdot A), \text{ получим } N_1 = 3N_2. \quad (5)$$

Решая совместно уравнения (4) и (5), найдем

$$N_1 = 0,27F; \quad N_2 = 0,09F.$$

4. Схема (рис. 2.15).

Уравнения статики (рис. 2.15, б).

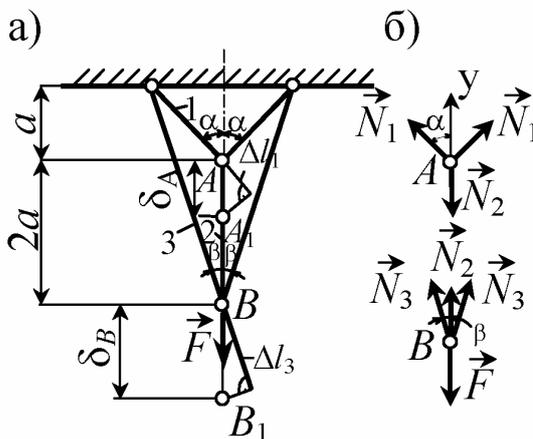


Рис. 2.15

Узел А

$$\sum Y = 0, \quad N_2 = 2N_1 \cos \alpha. \quad (6)$$

Узел В

$$\sum Y = 0, \quad N_2 + 2N_3 \cos \beta = F. \quad (7)$$

Уравнение совместности деформаций

$$\delta_B - \delta_A = \Delta l_2, \quad \delta_A = \Delta l_1 / \cos \alpha, \quad \delta_B = \Delta l_3 / \cos \beta.$$

Выразив удлинения через усилия по закону Гука, получим

$$N_3 l_3 / (E_3 A_3 \cos \beta) - N_1 l_1 / (E_1 A_1 \cos \alpha) = N_2 l_2 / (E_2 A_2). \quad (8)$$

Решая совместно уравнения (6), (7) и (8), найдем усилия в стержнях.

Пример 2.8. Невесомая жесткая балка подвешена на трех одинаковых стержнях и нагружена силой F . Во сколько раз уменьшится напряжение в среднем стержне, если площадь его сечения увеличить в 4 раза.

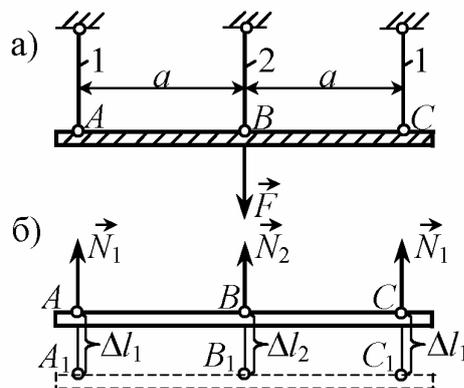


Рис. 2.16

Решение.

1. Определение усилий. Данная система является 1 раз статически неопределимой. Поэтому в дополнение к уравнению статики необходимо составить одно уравнение совместности деформаций.

$$\text{Уравнение статики: } \sum Y = 0, \quad 2N_1 + N_2 = F. \quad (1)$$

Уравнение совместности деформаций $\Delta l_1 = \Delta l_2$ или, заменяя деформации через усилия по закону Гука, $N_1 l / (EA_1) = N_2 l / (EA_2)$, откуда

$$N_2 = (A_2/A_1)N_1 = mN_1, \quad (2)$$

где $m = A_2/A_1$ отношение площадей.

Решая совместно (1) и (2), найдем

$$N_1 = F/(2 + m), \quad N_2 = F \cdot m/(2 + m).$$

2. Исследование напряжений при изменении жесткости конструкции. Находим напряжения в стержнях

$$\sigma_1 = N_1/A_1 = F/[A_1(2 + m)], \quad \sigma_2 = N_2/A_2 = F \cdot m/[A_2(2 + m)].$$

Пусть в исходном состоянии $A_1 = A_2 = A$, т.е. $m = 1$. Тогда $N_1 = N_2 = F/3$ и $\sigma_1 = \sigma_2 = F/(3A)$.

После увеличения площади поперечного сечения среднего стержня в 4 раза ($m = 4$) будем иметь

$$N_1 = F/6, \quad N_2 = 2F/3 \quad \text{и} \quad \sigma_1 = \sigma_2 = F/(6A),$$

т.е. напряжения в среднем стержне уменьшаются в 2 раза. Как видим, напряжения уменьшаются в меньшей пропорции, чем увеличивается площадь сечения. Это связано с тем, что одновременно с увеличением площади сечения стержня возрастает и усилие в нем. В статически определимых системах усилия не зависят от площади поперечных сечений стержней, поэтому увеличение площади сечений сопровождается пропорциональным уменьшением напряжений.

Монтажные напряжения

Пример 2.9. Определить напряжения, возникающие в упругих элементах системы после сборки, если стержень 1 изготовлен короче проектной длины на $\Delta = 0,5$ мм. Дано:

$$A_1 = A_2 = A, \quad a = 1 \text{ м},$$

$$E = 200 \text{ ГПа}.$$

Решение.

Данная система является однажды статически неопределимой (четыре неизвестных при трех уравнениях статики). Поэтому

в дополнение к уравнению статики

$$\sum m_o = 0, \quad N_2 \cdot 3a - N_1 \cdot 2a = 0, \quad N_2 = (2/3)N_1 \quad (1)$$

необходимо составить одно уравнение совместности деформаций. Из подобия треугольников BB_1B_2 и CC_1C_2 имеем $BB_2/CC_2 = BB_1/CC_1$ или $(\Delta - \Delta_1)/\Delta_2 = 2/3$. Заменяя деформации через усилия в стержнях, получим дополнительное уравнение

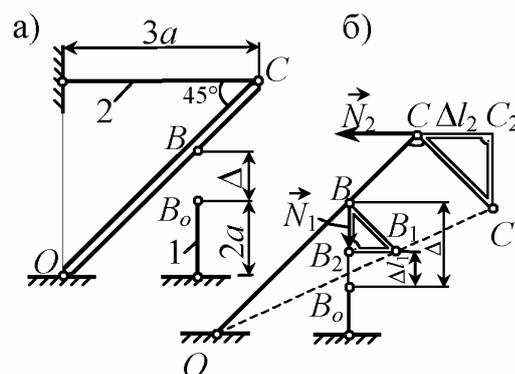


Рис. 2.17

$$\frac{2 N_2 3a}{3 EA} + \frac{N_1 2a}{EA} = \Delta \quad \text{или} \quad N_1 + N_2 = EA\Delta/(2a). \quad (2)$$

Решая совместно уравнения (1) и (2), найдем усилия в стержнях $N_1 = 0,3EA\Delta/a$, $N_2 = 0,2EA\Delta/a$, а по ним и искомые напряжения

$$\sigma_1 = N_1/A = 0,3E\Delta/a = 0,3 \cdot 200 \cdot 10^9 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} / 1 = 30 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = N_2/A = 0,2E\Delta/a = 0,2 \cdot 200 \cdot 10^9 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} / 1 = 20 \text{ МПа}.$$

Температурные напряжения

Пример 2.10. Определить напряжения, возникающие в упругих элементах системы (рис. 2.18), если после монтажа температура увеличилась на $\Delta t = 40^\circ\text{C}$. Дано: $A_1/A_2 = 2$, $E = 200 \text{ ГПа}$, $\alpha = 125 \cdot 10^{-7}$.

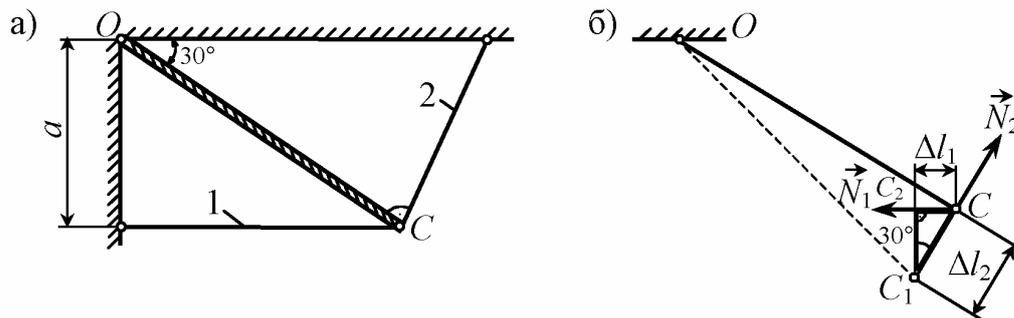


Рис. 2.18

Решение.

Данная система является однажды статически неопределимой.

$$\text{Уравнение статики} \quad \sum m_O = 0, \quad N_2 \cdot OC - N_1 \cdot OC \cdot \sin 30^\circ = 0,$$

$$N_2 = N_1 \cdot \sin 30^\circ \quad \text{или} \quad \sigma_2 \cdot A = \sigma_1 \cdot 2A \sin 30^\circ, \quad \text{откуда} \quad \sigma_1 = \sigma_2. \quad (1)$$

$$\text{Уравнение совместности деформаций} \quad \Delta l_1 = -\Delta l_2 \cdot \sin 30^\circ$$

$$\text{или } \frac{N_1 l_1}{EA_1} + \alpha l_1 \Delta t = - \left(\frac{N_2 l_2}{EA_2} + \alpha l_2 \Delta t \right) \cdot \sin 30^\circ.$$

Переходя от усилий к напряжениям, получим

$$\sigma_1 l_1 + \sigma_2 l_2 \sin 30^\circ = -\alpha E \Delta t (l_1 + l_2 \sin 30^\circ). \quad (2)$$

Решая совместно (1) и (2), найдем температурные напряжения

$$\sigma_1 = \sigma_2 = -\alpha E \Delta t = -125 \cdot 10^{-7} \cdot 200 \cdot 10^9 \cdot 40 = -100 \text{ МПа.}$$

Расчет по допускаемым нагрузкам. Метод расчета по допускаемым нагрузкам исходит из более широкого использования экспериментальных данных, анализа пластических свойств материалов и их учета.

В этом методе путем расчета определяются не напряжения, а находится предельная нагрузка $F_{\text{пред}}$, при которой конструкция становится непригодной для эксплуатации. За допускаемую нагрузку принимается доля от предельной $[F_F] = F_{\text{пред}}/n$ и условие прочности в данном случае принимает вид

$$F_{\text{max}} \leq [F_F]. \quad (2.12)$$

При определении предельной нагрузки действительную диаграмму растяжения материала заменяют идеализированной диаграммой Прандтля, в которой площадка текучести принимается неограниченной (рис. 2.19). Поэтому расчет по допускаемым нагрузкам применим лишь для конструкций, выполненных из пластичных материалов и только при действии статических нагрузок.

Теоретическое определение допускаемой нагрузки возможно только для некоторых простейших случаев. Один из подходов

состоит в том, что рассматриваются различные кинематически возможные схемы исчерпания несущей способности системы (система становится геометрически изменяемой). Продольные усилия в элементах, появление текучести в которых приводит к исчерпанию несущей способности

конструкции, принимаются равными произведениям допускаемых напряжений на площади поперечных сечений. Из уравнений предельного равновесия определяются допускаемые нагрузки,

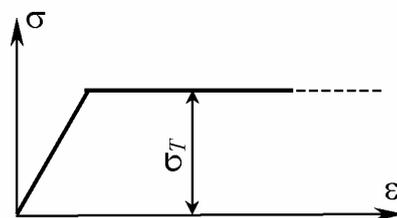


Рис. 2.19

соответствующие каждому из вариантов исчерпания несущей способности. В качестве допускаемой нагрузки для конструкции принимается наименьшая из найденных величин.

Пример 2.11. Определить величину допускаемой нагрузки для данной конструкции, если $A_1 = A_2 = A_3 = A$, $l_1 = l_2 = l_3 = l$. Все стержни изготовлены из одного и того же материала.

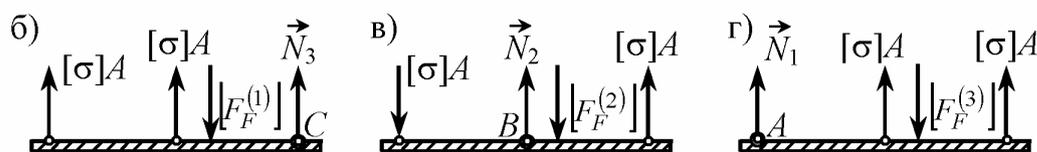
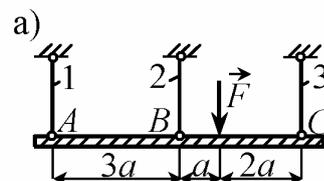


Рис. 2.20

Решение. Данная система является один раз статически неопределимой (три неизвестных при двух независимых уравнениях статики). Несущая способность ее будет исчерпана (система станет геометрически изменяемой), когда возникнут пластические деформации в двух стержнях. Таких вариантов три.

Первый вариант (рис. 2.20,б). Несущая способность исчерпывается при появлении пластических деформаций в 1-м и 2-м стержнях. Принимаем $N_1 = N_2 = [\sigma]A$ и составляем уравнение моментов относительно точки C : $\sum m_C = 0$,

$$-[\sigma] \cdot A \cdot 6a - [\sigma] \cdot A \cdot 3a + [F_F^{(1)}] \cdot 2a = 0, \quad \text{откуда} \quad [F_F^{(1)}] = 4,5[\sigma]A.$$

Второй вариант (рис. 2.20,в). Несущая способность исчерпывается при появлении пластических деформаций в 1-м и 3-м стержнях. Принимаем $N_1 = N_3 = [\sigma]A$ и составляем уравнение моментов относительно точки B : $\sum m_B = 0$,

$$[\sigma] \cdot A \cdot 3a + [\sigma] \cdot A \cdot 3a - [F_F^{(2)}] \cdot a = 0, \quad \text{откуда} \quad [F_F^{(2)}] = 6[\sigma]A.$$

Третий вариант (рис. 2.20,г). Несущая способность исчерпывается при появлении пластических деформаций во 2-м и 3-м стержнях. Принимаем $N_1 = N_2 = [\sigma]A$ и составляем уравнение моментов относительно точки A : $\sum m_A = 0$,

$$[\sigma] \cdot A \cdot 3a + [\sigma] \cdot A \cdot 6a - [F_F^{(3)}] \cdot 4a = 0, \quad \text{откуда} \quad [F_F^{(3)}] = 2,25[\sigma]A.$$

Допускаемой нагрузкой для конструкции будет наименьшая из трех найденных величин:

$$[F_F] = \min\{[F_F^{(1)}], [F_F^{(2)}], [F_F^{(3)}]\} = [F_F^{(3)}] = 2,25[\sigma]A.$$

Пример 2.12. Подобрать сечения стержней, если $A_1 = A_2 = A_3 = A$, $F = 870$ кН, допустимое напряжение $[\sigma] = 150$ МПа.

Решение. 1. Определение допустимой нагрузки. Несущая способность конструкции будет

исчерпана, когда пластические деформации возникнут во всех трех стержнях. Полагая $N_1 = N_2 = N_3 = [\sigma]A$ и составляя уравнение моментов относительно точки O , найдем допустимую нагрузку

$$\sum m_O = 0,$$

$$[\sigma] \cdot A \cdot 2 + [\sigma] \cdot A \cdot \sin \alpha \cdot 6 + [\sigma] \cdot A \cdot 6 = [F_F] \cdot 2,$$

откуда $[F_F] = 5,8[\sigma] \cdot A$.

2. Подбор сечений. Записываем условие прочности

$$F \leq [F_F] = 5,8[\sigma] \cdot A,$$

откуда находим искомую площадь

$$A = F / (5,8[\sigma]) = 870 \cdot 10^3 / (5,8 \cdot 150 \cdot 10^6) = 10 \text{ см}^2.$$

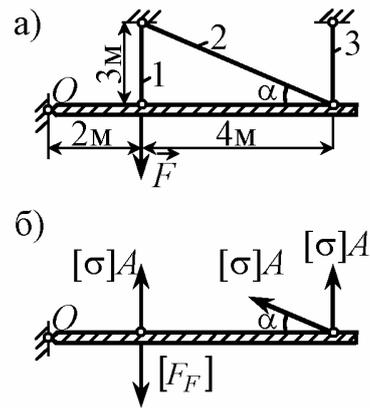
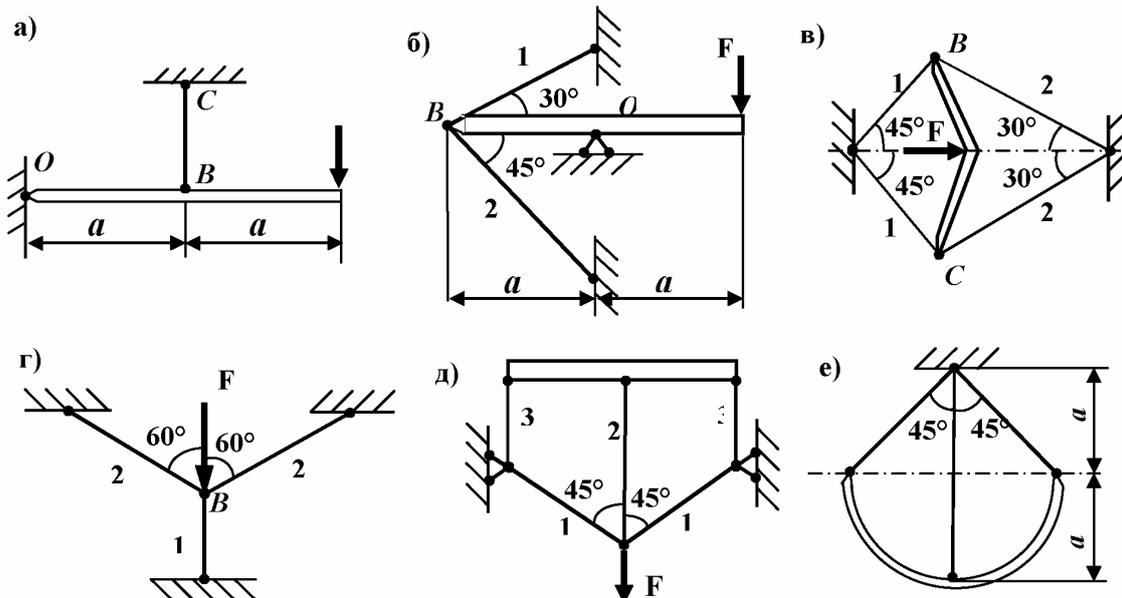


Рис. 2.21

Упражнения

а) тренировочные задания

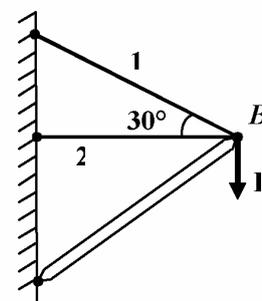
У2.19. Составить уравнения совместимости деформаций для заданных стержневых систем



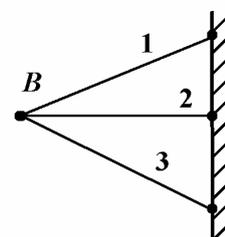
У2.20. Как изменится усилие в стержне 1, если не меняя всех прочих условий:

а) изменить материал стержня (сталь на медь, сталь на титан, медь на титан);

б) изменить сечение стержня (увеличить площадь сечения вдвое, уменьшить сечение вдвое) ?

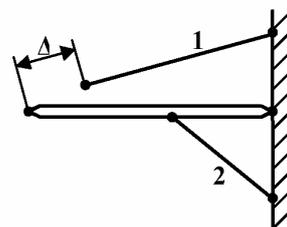


У2.21. При определении температурных усилий в стержневой системе было принято, что монтаж производится при температуре плюс 10 °С, а температура окружающей среды колеблется от минус 40 °С до плюс 40 °С. Наибольшее усилие в стержне 2 по расчету сказались равными 50 кН. На практике монтаж системы

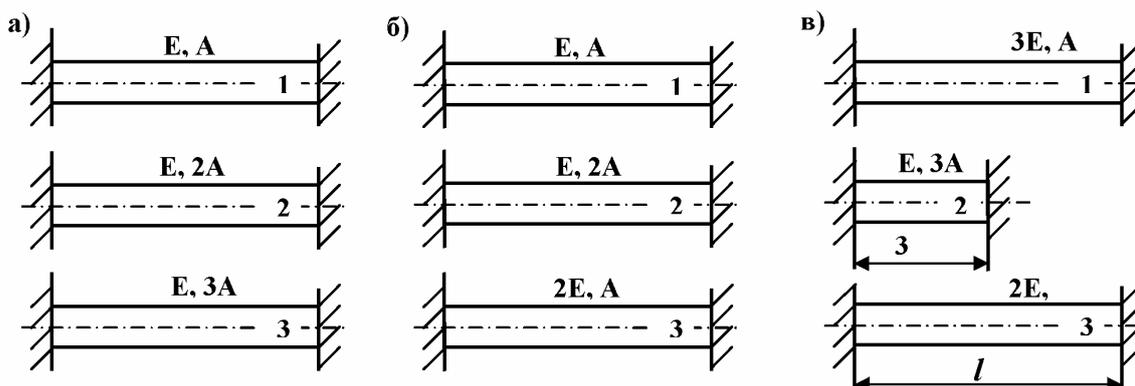


произвели при температуре плюс 20 °С. На сколько фактическое наибольшее усилие в стержне 2 будет отличаться от расчетного ?

У2.22. При определении сборочных усилий в стержневой системе было принято, что стержень 1 короче проектной длины на величину $\Delta_p = 0,3$ мм. При этом наибольшее усилие в системе оказалось равным 20 кН. На практике фактическая неточность оказалась равной $\Delta_\phi = 0,45$ мм. Спрашивается, на сколько фактическое максимальное усилие будет отличаться от расчетного ?



У2.23. Сравнить температурные напряжения, возникающие в трех стержнях, заделанных в абсолютно неподатливые стенки, при одинаковом перепаде температур.



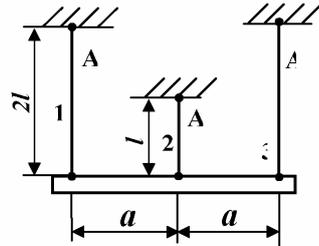
У2.24. Трещины в асфальтированных дорогах возникают чаще всего зимой. Почему?

У2.25. Чтобы стакан не лопнул при наполнении его кипятком, рекомендуется в него предварительно опустить чайную ложку и лить кипяток на ложку. какую роль играет в данном случае чайная ложка?

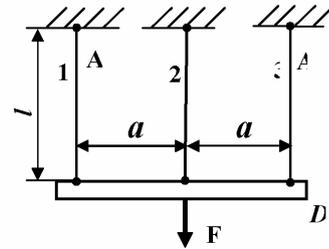
б) самостоятельная работа

У2.26. На некоторых железных дорогах сваривают рельсы в одну непрерывную нитку. Спрашивается, в каком интервале температур должна быть произведена сварка, чтобы при колебаниях температур от минус 40°C до плюс 40°C наибольшие сжимающие напряжения не превышали 75 МПа , а наибольшие растягивающие – 150 МПа , если $E=200\text{ ГПа}$, $\alpha=125\cdot 10^{-7}$?

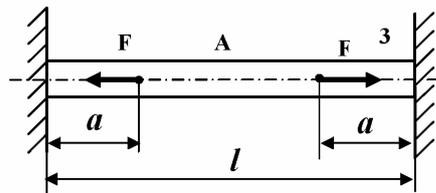
У2.27. Какие напряжения возникнут в стержнях при нагревании их на одну и ту же температуру $\Delta T=80^{\circ}\text{C}$, если $\alpha=12,5\cdot 10^{-6}$, $E=200\text{ ГПа}$?



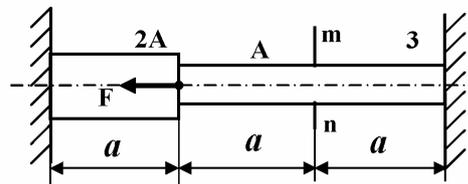
У2.28.(II) Жесткий брус ВД должен быть подвешен на трех одинаковых стержнях и воспринимать нагрузку F . Однако один из стержней изготовили короче проектной длины на величину Δ . Где этот короткий стержень целесообразно установить: в центре или на краю? Обоснуйте ваше заключение, считая заданными Δ , A , E и F .



У2.29.(II) Определить, при каком значении размера a обеспечивается равнопрочность бруса, если предел текучести материала при растяжении составляет две трети предела текучести при сжатии.



У2.30.(III) Брус, жестко закрепленный по концам, нагрет по всей длине на $\Delta T^{\circ}\text{C}$ и нагружен силой F . Считая заданными размеры бруса, F и Y , определить, при каком значении силы F сечение mn остается неподвижным. выполнить количественную оценку при следующих данных $A=8\text{ см}^2$, $\alpha=12,5\cdot 10^{-6}$, $\Delta T=10^{\circ}\text{C}$, $E=200\text{ ГПа}$.

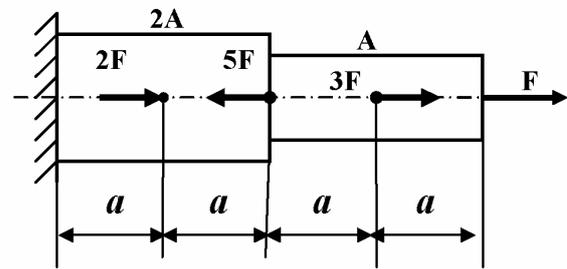


ТЕСТЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

Статически определимые системы

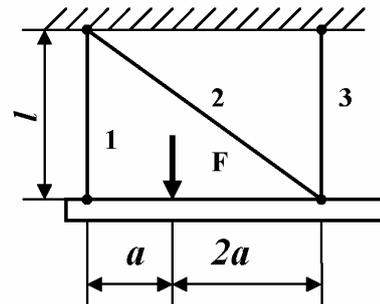
T2.1. Наибольшее по модулю напряжение равно, полагая $F/A = \sigma_0$

- 1) σ_0 2) $\sigma_0/2$ 3) $3\sigma_0/2$ 4) $2\sigma_0$



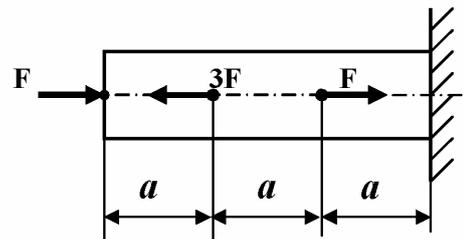
T2.2. Если $F = 30$ кН, $A_1 = 5$ см², $l = 0,5$ м, $E = 200$ ГПа, то удлинение стержня 1 (в мм) составит

- 1) 0,1 2) 0,2 3) 0,3 4) 0,5



T2.3. Если $F = 250$ кН, $A = 25$ см², $l = 0,5$ м, $E = 200$ ГПа, $a = 0,4$ м, то изменение длины среднего участка (в мм) составит

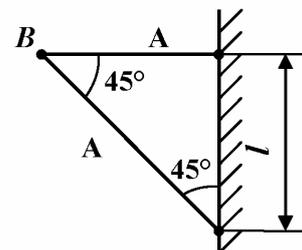
- 1) 0,2 2) 0,3 3) 0,4 4) 0,5



T2.4. Стержни кронштейна, изготовленные из одного материала с коэффициентом линейного расширения α , нагреваются на ΔT градусов. При этом вертикальное перемещение узла В составит, полагая

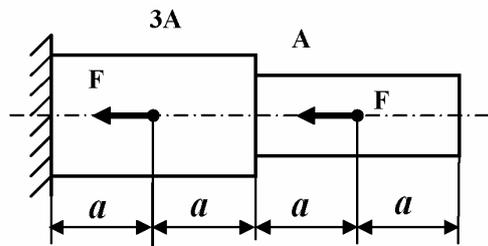
$$\Delta l_0 = \alpha l \Delta T$$

- 1) $0,5 \Delta l_0$ 2) Δl_0 3) $\sqrt{2} \Delta l_0$ 4) $2 \Delta l_0$



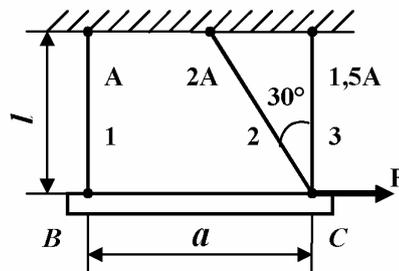
T2.5. Ступенчатый брус при нагружении заданными силами укоротится на величину, кратную $\Delta l_0 = Fa/EA$

- 1) Δl_0 2) $2\Delta l_0$ 3) $2\Delta l_0/3$ 4) $4\Delta l_0/3$



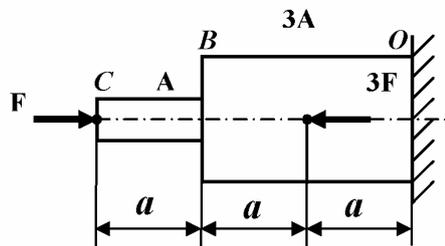
T2.6. Наибольшее напряжение в конструкции равно, полагая $\sigma_0 = F/A$

- 1) σ_0 2) $1,15\sigma_0$ 3) $1,41\sigma_0$ 4) $1,72\sigma_0$



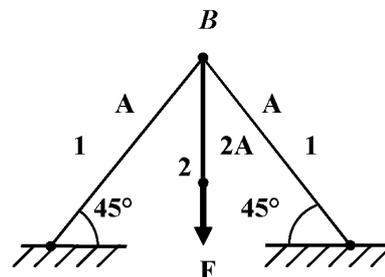
T2.7. Считая перемещение влево положительным и полагая $\Delta l_0 = Fa/EA$, определите перемещение сечения B

- 1) $-2\Delta l_0/3$ 2) $-\Delta l_0/3$ 3) $\Delta l_0/3$ 4) $2\Delta l_0/3$



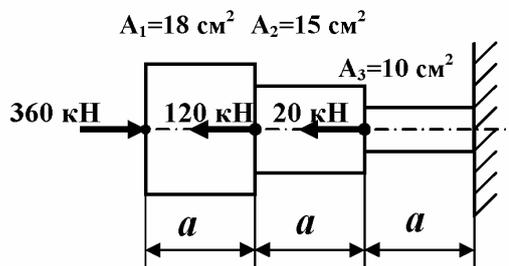
T2.8. Если предел текучести материала стержней равен σ_T , то при нагружении заданной силой F запас прочности конструкции равен, полагая $n_0 = \sigma_T A/F$

- 1) $1,3n_0$ 2) $1,4n_0$ 3) $1,5n_0$ 4) $1,6n_0$



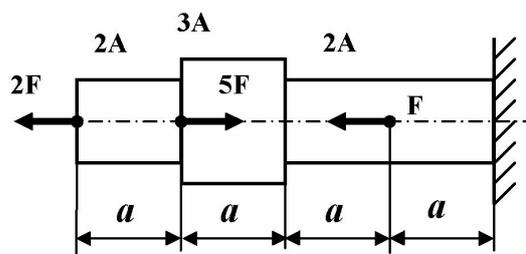
T2.9. При нагружении бруса заданными силами наибольшее по модулю напряжение (в МПа) равно

- 1) 250 2) 220 3) 200 4) 160



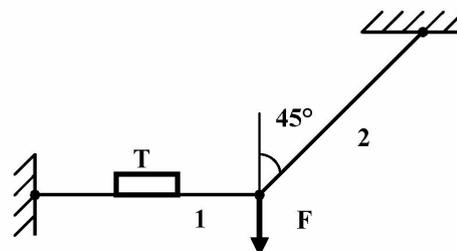
T2.10. Наибольшее по модулю напряжение в бруске равно, полагая $\sigma_0 = F/A$

- 1) σ_0 2) $1,5\sigma_0$ 3) $2\sigma_0$ 4) $3\sigma_0$



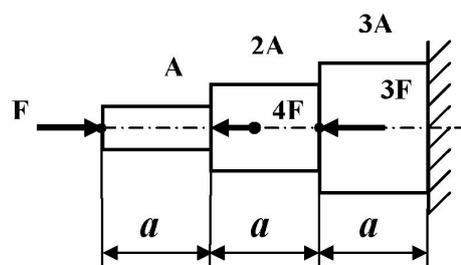
T2.11. Тензорезистор Т, прикрепленный вдоль оси стержня 1, показывает деформацию $\varepsilon_1 = 4 \cdot 10^{-4}$. Чему равна величина силы F (в кН), если площадь поперечного сечения стержня $A =$

- 10 см^2 , и модуль Юнга $E = 200 \text{ ГПа}$?
- 1) 60 2) 70 3) 80 4) 90



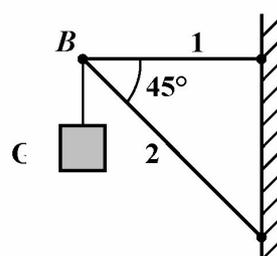
T2.12. Если $F = 320 \text{ кН}$, $A = 40 \text{ см}^2$, $\sigma_T = 240 \text{ МПа}$, то запас прочности бруса по пределу текучести равен

- 1) 1,5 2) 1,6 3) 2,0 4) 3,0



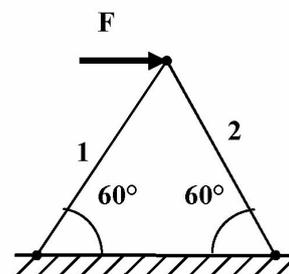
T2.13. Если $A_1 = 10 \text{ см}^2$, $A_2 = 16 \text{ см}^2$, $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$, то грузоподъемность кронштейна G (в кН) равна

- 1) 160 2) 172 3) 181 4) 190



T2.14. Если $F = 200 \text{ кН}$, $\sigma_{T1} = 200 \text{ МПа}$, $A_1 = 16 \text{ см}^2$, $\sigma_{T2} = 340 \text{ МПа}$, $A_2 = 10 \text{ см}^2$, то фактический запас прочности конструкции равен

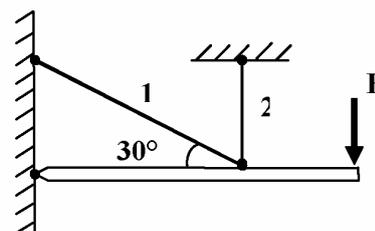
- 1) 1,5 2) 1,6 3) 1,7 4) 1,8



Статически неопределимые системы

T2.15. При нагружении заданной стержневой системы силой F отношение $\Delta l_1/\Delta l_2$ удлинений стержней 1 и 2 численно равно

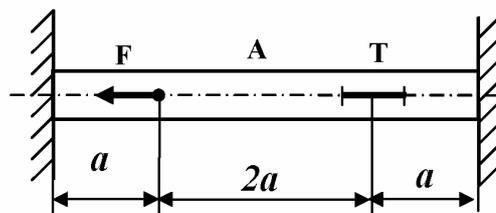
- 1) 2,0 2) $\sqrt{2}$ 3) 0,5 4) $\sqrt{3}$



T2.16. Деформация, замеренная тензомером T , равна $\varepsilon = 1,5 \cdot 10^{-4}$.

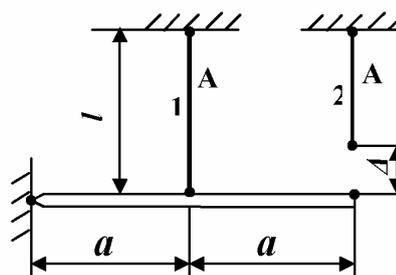
Какова величина силы F (в кН), если $EA = 200$ МН?

- 1) 60 2) 80 3) 100 4) 120



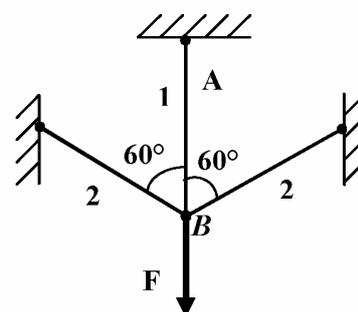
T2.17. Считая известными размеры a, l, Δ , площадь поперечного сечения A и модуль Юнга E , определите монтажное усилие в стержне 2 после сборки системы, полагая $N_0 = (EA/l)\Delta$

- 1) $0,1N_0$ 2) $0,2N_0$ 3) $0,3N_0$ 4) $0,4N_0$



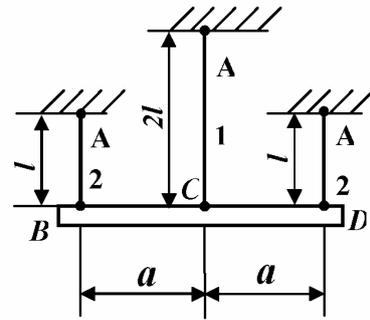
T2.18. Для разгрузки вертикального стержня 1 дополнительно установлены стержни 2. Если все три стержня абсолютно одинаковы, то за счет установки наклонных стержней 2 разгрузка стержня 1 (в процентах) составит

- 1) 23 2) 28 3) 33 4) 43



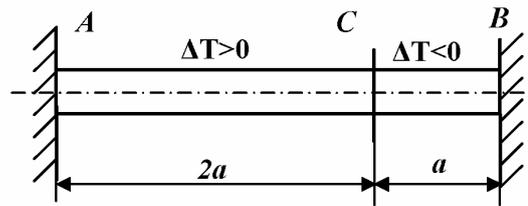
T2.19. Жесткий брус ВД подвешивается на трех титановых стержнях, каждый из которых короче проектной длины на 0,1%. Если $E = 100$ ГПа, то после сборки системы наибольшее монтажное напряжение составит (в МПа)

- 1) 20 2) 40 3) 60 4) 80



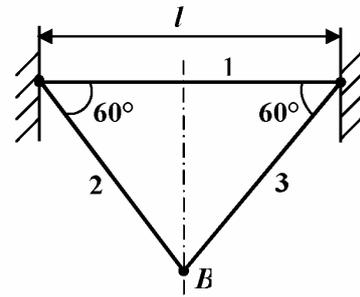
T2.20. Заделанный по концам брус подвергается температурному воздействию: часть АС нагревается, а часть СВ охлаждается на ΔT градусов. Определите напряжение в брус, полагая $\sigma_0 = \alpha E \Delta T$

- 1) $\sigma_0/3$ 2) $\sigma_0/2$ 3) $2\sigma_0/3$ 4) $3\sigma_0/4$



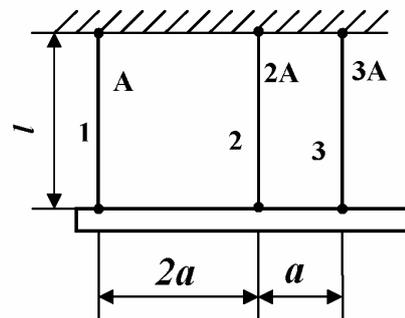
T2.21. Система состоит из трех одинаковых стальных стержней ($E = 200$ ГПа, $\alpha = 12,5 \cdot 10^{-6}$). На сколько градусов нужно нагреть всю систему, чтобы наибольшее напряжение достигло величины 100 МПа?

- 1) 40° 2) 50° 3) 60° 4) 80°



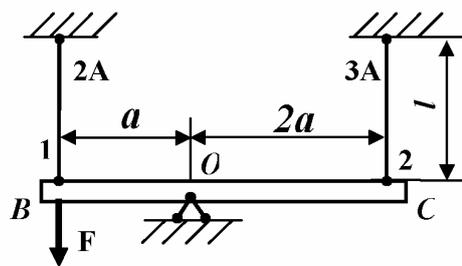
T2.22. При нагреве стержня 3 на ΔT градусов во всех стержнях системы возникли усилия. Какой температурный режим нужно создать для стержня 1, чтобы эти усилия исчезли?

- 1) охладить на ΔT 2) охладить на ΔT
3) нагреть на ΔT 4) нагреть на ΔT



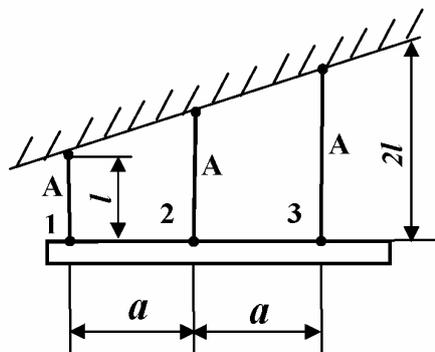
T2.23. Определите наибольшее по модулю напряжение в системе, полагая $\sigma_0 = F/A$

- 1) $\sigma_0/14$ 2) $\sigma_0/7$ 3) $\sigma_0/3$ 4) $\sigma_0/2$



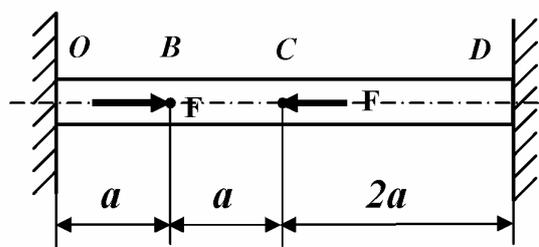
T2.24. Если все стержни системы нагреть на одно и то же число ΔT градусов, то при заданных величинах EA и α усилие в стержне 2 будет равно, полагая $N_0 = \alpha EA \Delta T$

- 1) 0 2) N_0 3) $1,5N_0$ 4) $2N_0$



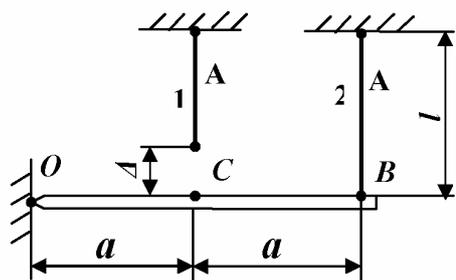
T2.25. Для стержня, изготовленного из хрупкого материала ($\sigma_{пчс} = 4\sigma_{пчс}$), опасным является участок

- 1) OC 2) BC 3) CD 4) одновременно CB и CD



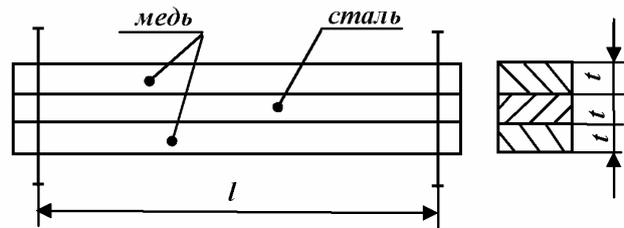
T2.26. Стержни 1 и 2 имеют одинаковую жесткость $s = EA/l$, причем стержень 1 изготовлен короче проектной длины на величину Δ . После сборки системы в стержне 1 возникнет монтажное усилие, равное

- 1) $0,4s\Delta$ 2) $0,6s\Delta$ 3) $0,8s\Delta$ 4) $1,2s\Delta$



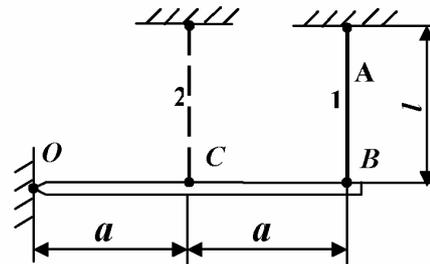
T2.27. Стальной стержень помещен между двумя медными стержнями. Все три стержня жестко соединены по концам. Если $\alpha_c = 12,5 \cdot 10^{-6}$, $E_c = 200$ ГПа, $\alpha_m = 16,5 \cdot 10^{-6}$, $E_m = 100$ ГПа, то при нагревании системы на 50° в стальном стержне возникнут напряжения, равные (в МПа)

1) 15 2) 20 3) 25 4) 30



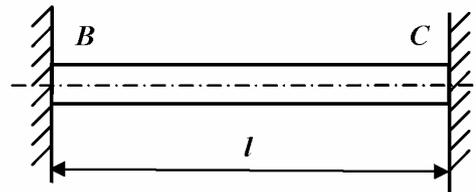
T2.28. Для разгрузки стержня 1 вводится дополнительный стержень 2 (показан пунктиром), совершенно аналогичный стержню 1. В результате напряжение в стержне 1 уменьшится на величину (в процентах)

1) 15 2) 20 3) 25 4) 30



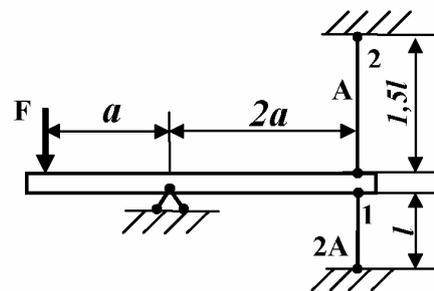
T2.29. На сколько градусов можно нагреть жестко защемленный по концам медный стержень, не нарушая его прочности, если $E = 100$ ГПа, $\alpha = 16 \cdot 10^{-6}$, $[\sigma] = 80$ МПа

1) 30 2) 40 3) 50 4) 60



T2.30. При нагружении системы силой F относительная деформация стержня 1, замеренная тензометром, составила величину $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-4}$. Если $A = 15$ см², $E = 200$ ГПа, то величина силы равна (в кН)

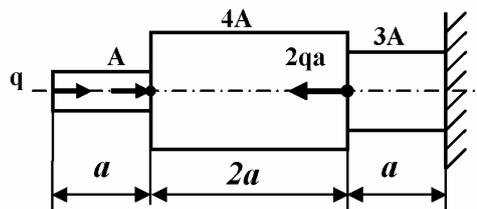
1) 100 2) 200 3) 300 4) 400



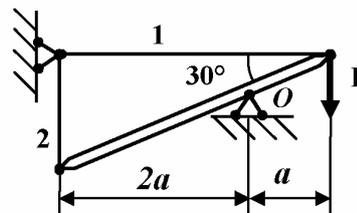
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант 1

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

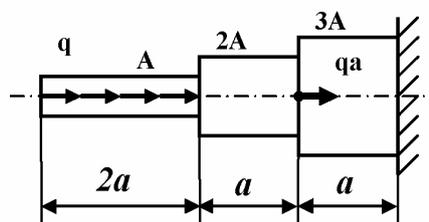


2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.

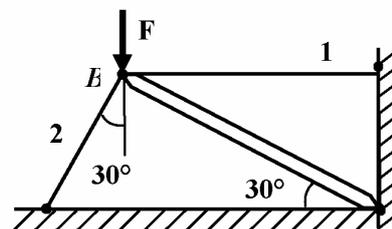


Вариант 2

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

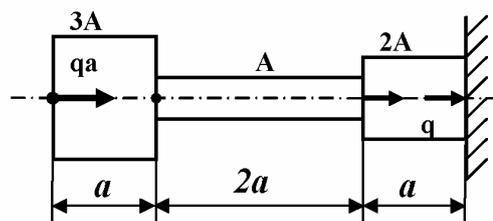


2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.

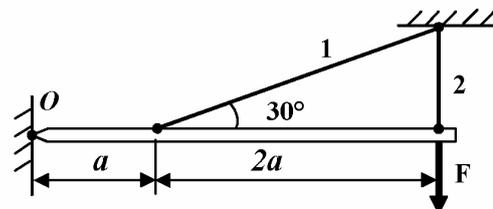


Вариант 3

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.



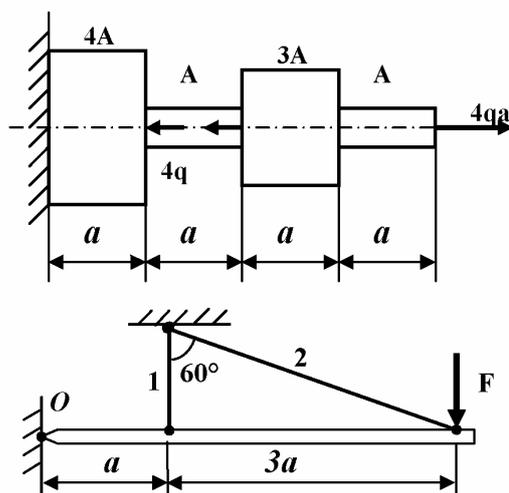
2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.



Вариант 4

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

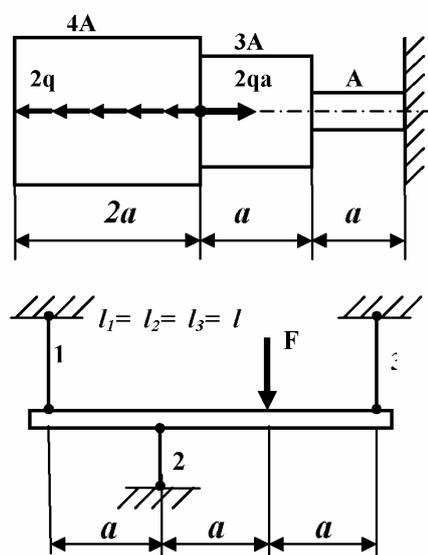
2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.



Вариант 5

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

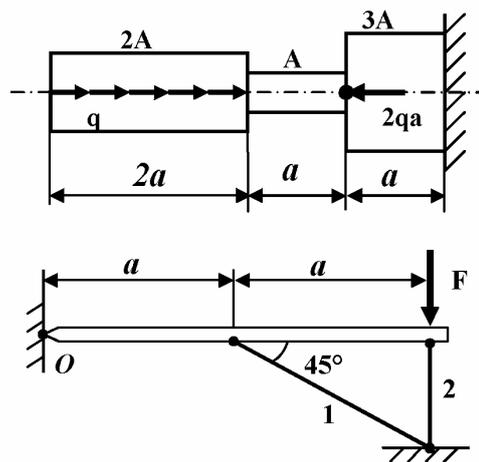
2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.



Вариант 6

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

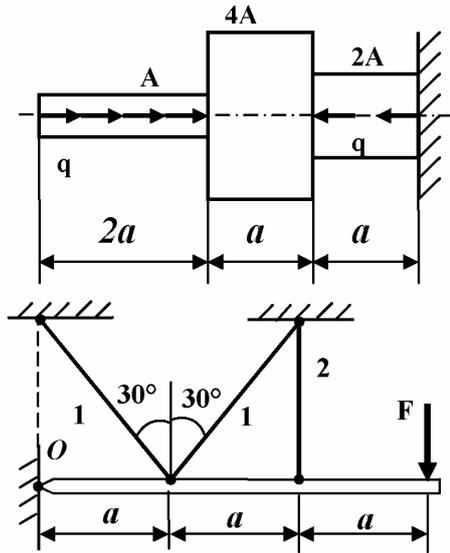
2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.



Вариант 7

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

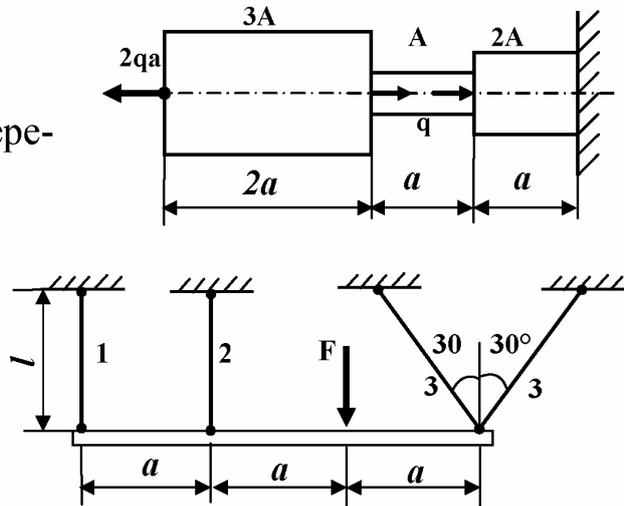
2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.



Вариант 8

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

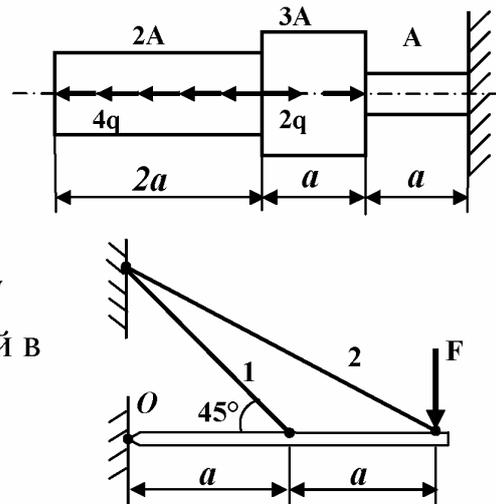
2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.



Вариант 9

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

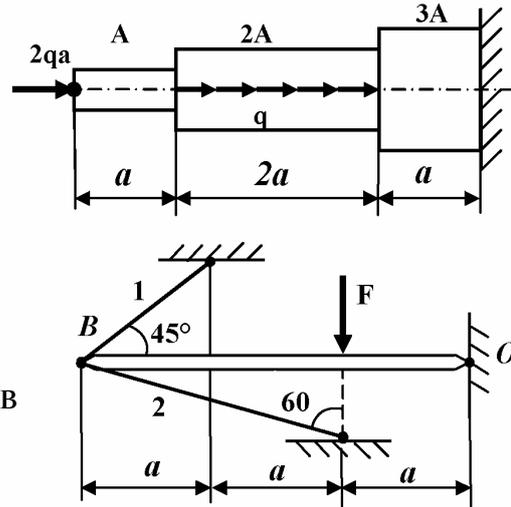
2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.



Вариант 10

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

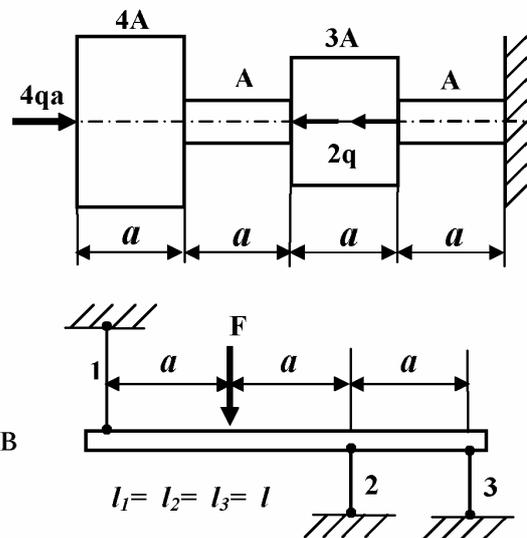
2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.



Вариант 11

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

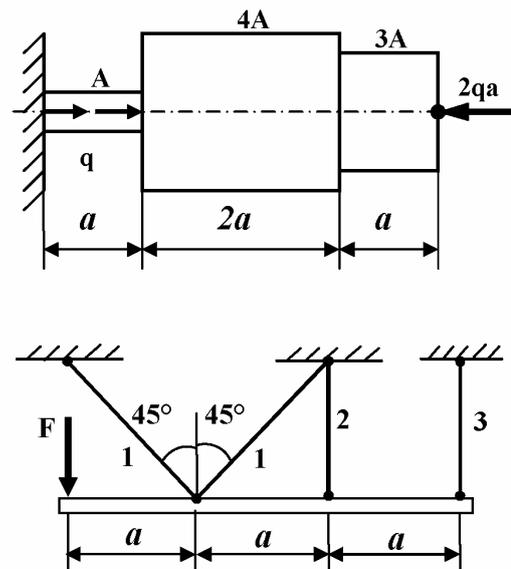
2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.



Вариант 12

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

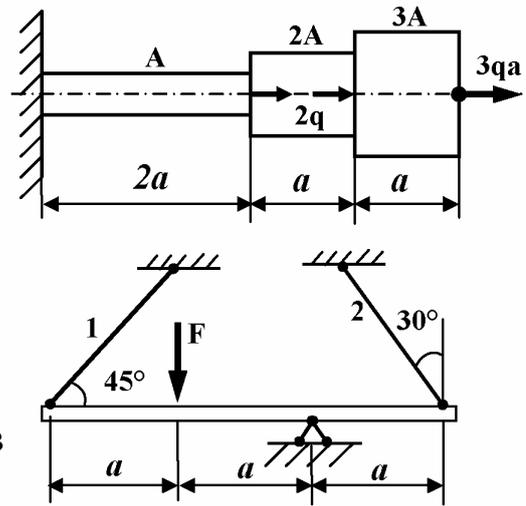
2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.



Вариант 13

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

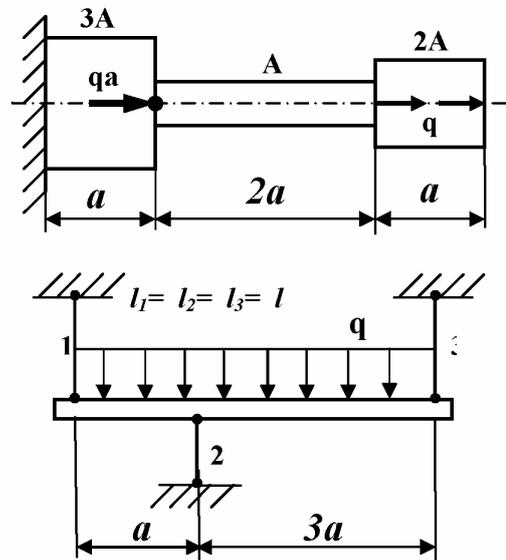
2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.



Вариант 14

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

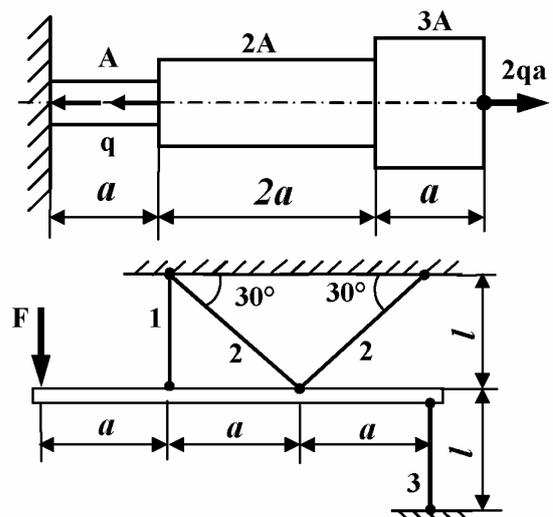
2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.



Вариант 15

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

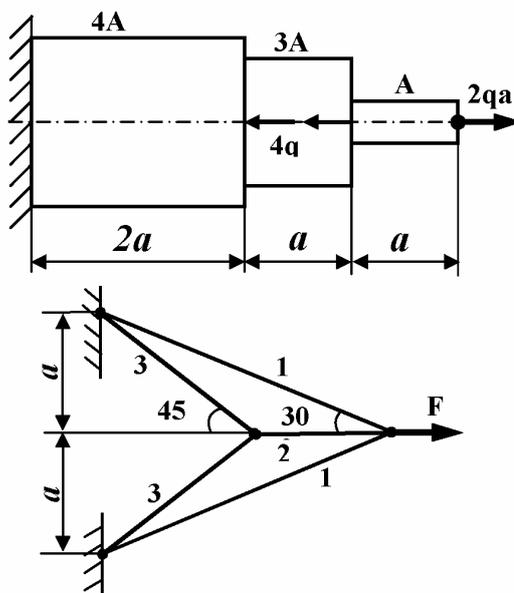
2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.



Вариант 16

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

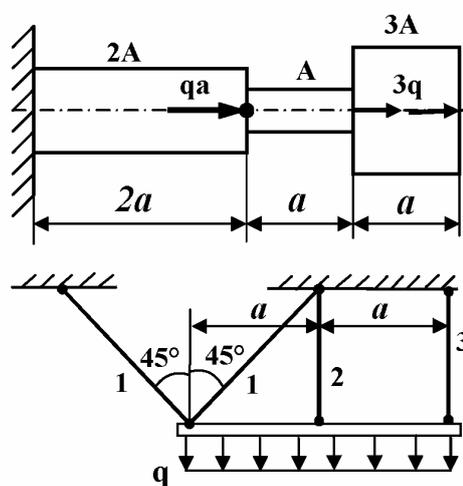
2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.



Вариант 17

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

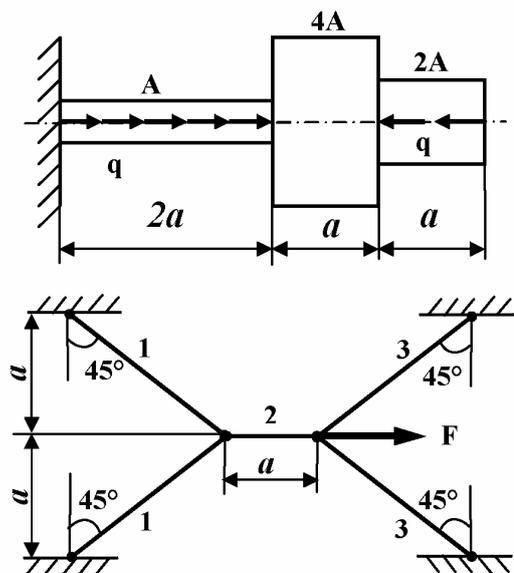
2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.



Вариант 18

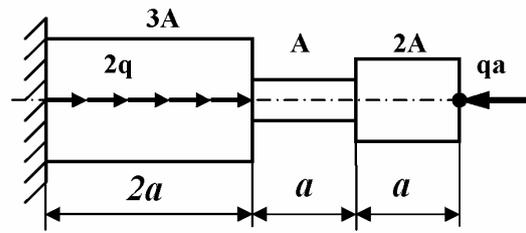
1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.

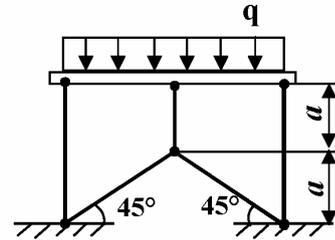


Вариант 19

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

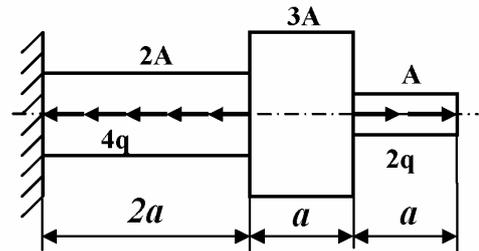


2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.

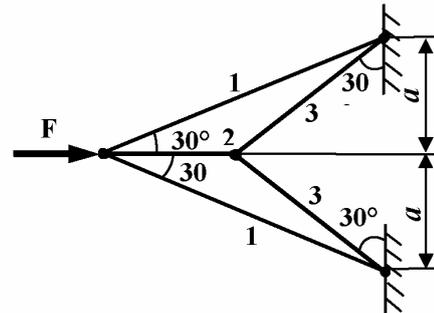


Вариант 20

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

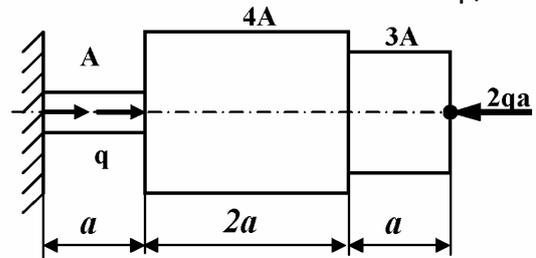


2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.

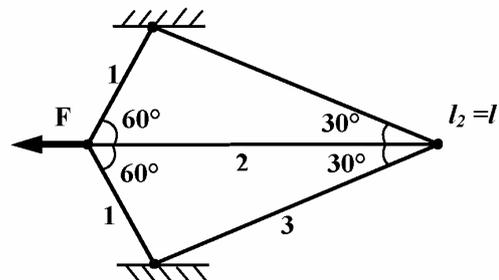


Вариант 21

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

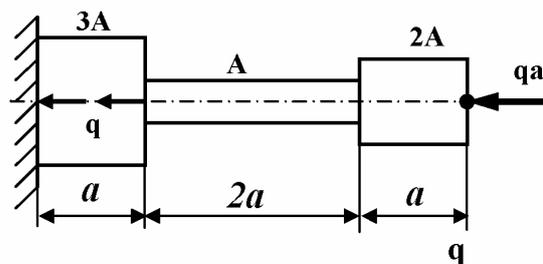


2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.

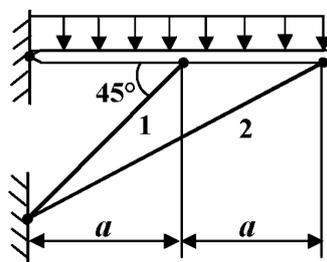


Вариант 22

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

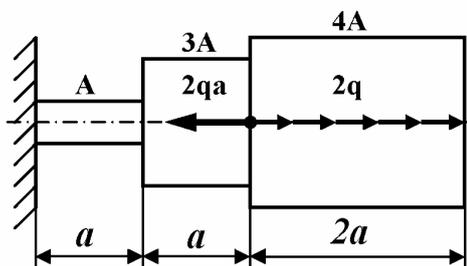


2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.

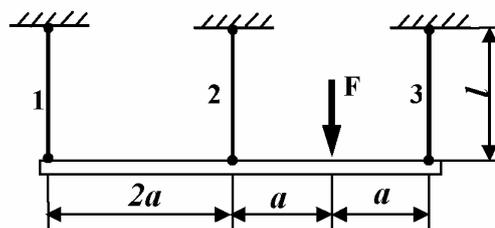


Вариант 23

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

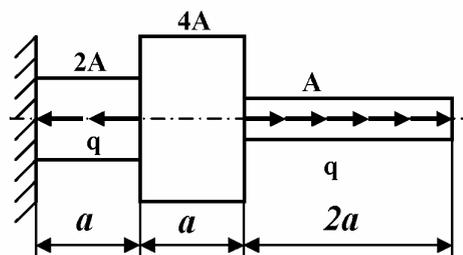


2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.

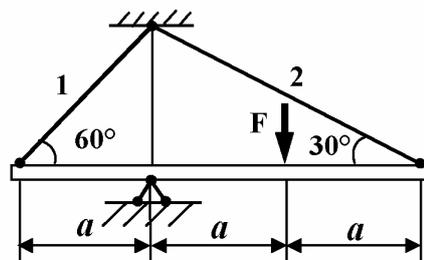


Вариант 24

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

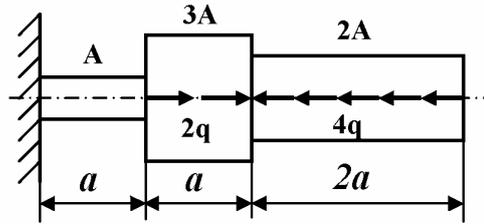


2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.

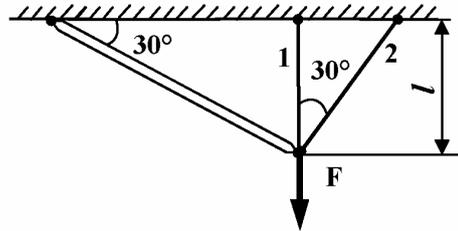


Вариант 25

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

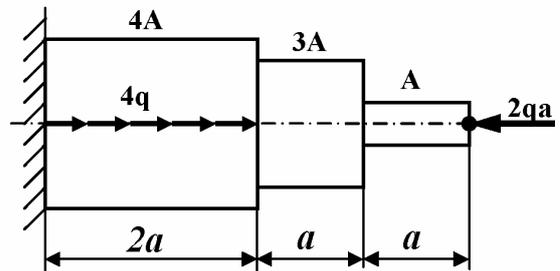


2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.

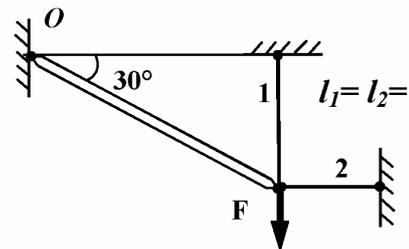


Вариант 26

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

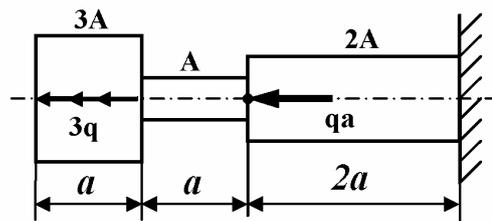


2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.

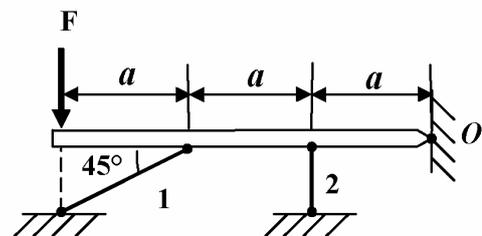


Вариант 27

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

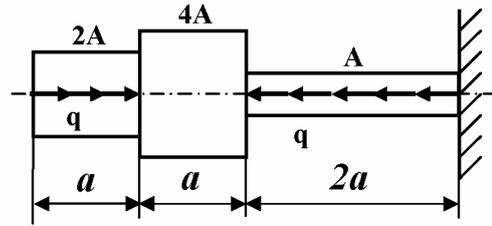


2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.

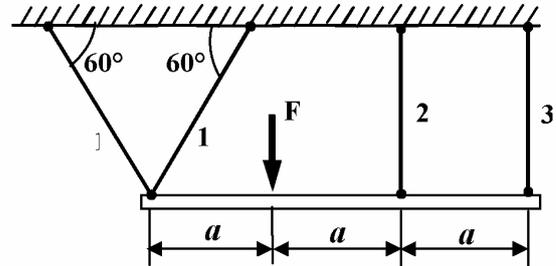


Вариант 28

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

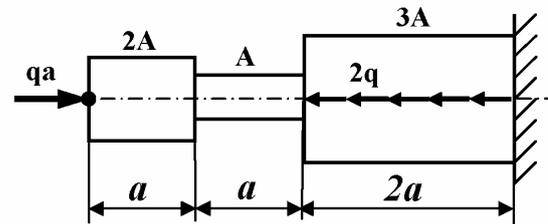


2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.

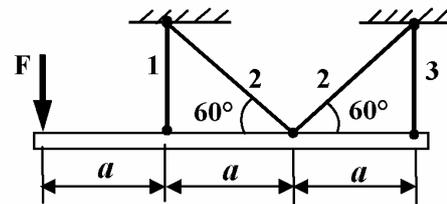


Вариант 29

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

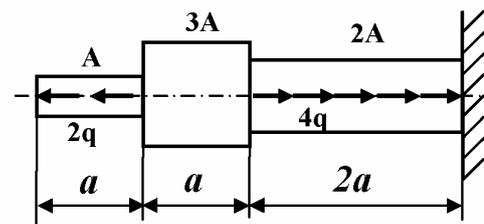


2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.

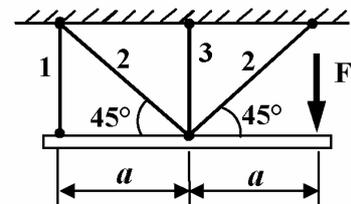


Вариант 30

1. Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.



2. Составить полную систему уравнений для определения усилий в стержнях.



Список литературы

1. Лихарев К.К., Сухова Н.А. Сборник задач по курсу “Сопротивление материалов”: Учеб. пособие для машиностроительных вузов. – М.: Машиностроение, 1980. – 222 с.
2. Минин Л.С. Хроматов В.Е. Тесты. Сопротивление материалов: Учеб.-метод. пособие для вузов. – М.: Центр тестирования МО РФ, 2002. – 84 с.
3. Минин Л.С. Расчетные и тестовые задания по сопротивлению материалов: Учеб. пособие для вузов/ Л.С. Минин, В.Е. Хроматов, К.П. Самсонов; Под ред. В.Е. Хроматова. – М.: Высш. шк., 2003. – 224 с.
4. Сборник задач по курсу “Механика материалов и конструкций”/ Л.С. Минин, К.А. Окопный, В.П. Радин, В.Е. Хроматов. – М.: Изд-во МЭИ, 1998. – 304 с.
5. Тимошенко С.П., Дж.Гере. Механика материалов: Перевод с англ. – М.: Мир, 1976. – 672 с.
6. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.З. Баумана, 1999. – 592 с.
7. Шалашилин В.И., Горшков А.Г., Трошин В.Н. Сопротивление материалов. – М.: Изд-во МАИ, 2000. – 616 с.

Содержание

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
2. ЦЕНТРАЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО СТЕРЖНЯ.....	5
2.1. Статически определимые системы.....	5
Краткая теория с примерами.....	5
Упражнения.....	15
<i>а) тренировочные задания.....</i>	15
<i>б) самостоятельная работа.....</i>	18
2.2. Статически неопределимые системы.....	20
Краткая теория с примерами.....	20
Общие сведения.....	20
Расчет по допускаемым напряжениям.....	21
Расчет по допускаемым нагрузкам.....	27
Упражнения.....	31
<i>а) тренировочные задания.....</i>	31
<i>б) самостоятельная работа.....</i>	33
ТЕСТЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ.....	35
Статически определимые системы.....	35
Статически неопределимые системы.....	38
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА.....	42
Список литературы.....	52