

ОПД.Ф.02.02 СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ
Методические рекомендации и контрольные задания
для студентов дневного и заочного отделения

Общие методические указания

Сопротивление материалов является одной из сложных дисциплин общетехнического цикла, изучаемых студентами общетехнических факультетов педвузов; занятия по этому курсу должны обязательно сопровождаться составлением конспекта и решением задач. При этом должно быть обращено особое внимание на ограничения, которые делаются в процессе выводов формул.

Для лучшего усвоения пройденного материала необходимо после проработки каждой темы ответить на вопросы для самопроверки, приведенные в методических указаниях и решить рекомендуемые задачи. Весьма важным при изучении. В лаборатории студент знакомится с испытательными машинами, измерительными приборами, методами и видами экспериментального исследования конструкционных материалов. В начале лабораторных занятий преподаватель путем краткого опроса должен установить готовность студентов к выполнению ими лабораторных работ. При выполнении лабораторных работ студенты пользуются инструкциями для лабораторных работ.

Отчет по выполненной работе сдается в письменном виде и сопровождается устными ответами на вопросы преподавателя. Форма отчета и контрольные вопросы, на которые студент должен уметь ответить, указаны в инструкции лабораторной работы.

Литература

1. Беляев Н.М. Сопротивление материалов. М., Наука, 1976 и последующие издания.
2. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов, "Высшая школа", М., 1975.
3. Кинасошвили Р.С. Сопротивление материалов. М., Наука, 1982.
4. Сборник задач по сопротивлению материалов
(под ред. Качурина В.В.) М. Наука, 1972 и последующие издания.
5. Степин П.А. Сопротивление материалов, "Высшая школа", М, 1973.

Программа курса

Введение

Тема 1. История развития сопротивления материалов.

Сопротивление материалов - составная часть механики. Основные задачи и объем курса. Место сопротивления материалов в цикле наук о прочности. Взаимосвязь с математикой, физикой, другими науками.

Значение курса для учителя трудового обучения и общетехнических дисциплин. Рассмотрение трех основных этапов развития науки: становление науки, развитие науки и период дифференциации науки.

Тема 2. Основные понятия и определения.

Допущения и гипотезы, принимаемые в сопротивлении материалов - изотропность, сплошность, отсутствие внутренних усилий до приложения нагрузки, принцип независимости действия сил, малость перемещений, линейная связь перемещений с приложенными силами.

Внутренние силы и общий метод их определения. Понятия о напряжениях - полном, нормальном, касательном. Связь внутренних усилий с напряжениями. Простые виды деформации - растяжения, сжатие, сдвиг, кручение, изгиб. Пути решения задач.

Тема 3. Центральное растяжение - сжатие.

Напряжения в поперечных сечениях стержней. Эпюры сил и напряжений. Деформации. Закон Гука. Модуль упругости (Юнга).

Механические свойства материалов. Диаграммы растяжения материалов, их особенности. Реальные значения прочностных характеристик для широкого круга материалов (резина, бетон, паутина, ткани, пластмассы, стали, алюминиевые сплавы, титановые сплавы, бронзы, латуни, магниевые стали и т.п.).

Влияние на механические свойства некоторых факторов: время, температура, химсостав, наклеп, термообработка. Понятие о концентрации напряжений. Понятие о допускаемых напряжениях. Условия прочности при центральном растяжении - сжатии. Понятие о ползучести, релаксации, контактных напряжениях, ударной вязкости.

Понятие об экспериментальных методах определения напряжений.

Тема 4. Сдвиг.

Абсолютный и относительный сдвиг. Закон Гука при сдвиге. Зависимость между модулями упругости при растяжении и сдвиге. Примеры расчета заклепочных болтовых соединений, сварных соединений на срез.

Тема 5. Геометрия сечений.

Экваториальный момент инерции. Полярный момент инерции. Определение размерности. Вычисление экваториальных (осевых) моментов инерции при параллельном переносе осей. Примеры вычисления осевых моментов инерции - прямоугольников, треугольников, круга, кольца. Вычисление полярных моментов инерции круга и кольца. Решение задач.

Тема 6. Изгиб.

Определение прямого поперечного изгиба. Поперечная сила и изгибающий момент. Дифференциальные зависимости между изгибающим моментом, поперечной силой и интенсивностью распределенной нагрузки. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов. Нормальные и касательные напряжения при изгибе.

Распределение напряжений по сечению балок. Условия прочности при изгибе. Рациональные формы поперечных сечений балок. Балки равного сопротивления изгибу.

Деформации при изгибе. Упругая линия балки. Пути решения задачи по определению прогибов и углов поворота балок. Метод начальных параметров.

Тема 7. Кручение.

Кручение стержней с круглыми поперечными сечениями. Связь крутящего момента с передаваемой мощностью и угловой скоростью вращения вала. Определение касательных напряжений при кручении круглых стержней, их распределение по сечению. Жесткость при кручении. Условия прочности.

Тема 8. Сложное напряженное состояние и понятие о теориях прочности.

Понятие напряженного состояния в точке. Понятие о главных напряжениях. Виды напряженного состояния. Примеры.

Назначение теории прочности. Краткие сведения о теориях наибольших нормальных напряжений, наибольших линейных деформаций, наибольших касательных напряжений.

Тема 9. Сложное сопротивление.

Общий метод решения задач сложного сопротивления. Внецентренное растяжение - сжатие. Косой изгиб. Изгиб с кручением, условие прочности. Кручение и сдвиг (расчет пружины с малым шагом).

Тема 10. Продольный изгиб.

Понятие об устойчивости и критической силе. Формула Л.Эйлера для определения критической силы балки на двух опорах. Обобщение формулы Л.Эйлера в зависимости от закрепления концов стержня. Пределы применимости формулы Л.Эйлера.

Тема 11. Прочность при переменных нагрузках.

Опыт эксплуатации различных конструкций и важность изучения вопросов прочности при переменных нагрузках.

Связь с понятием надежности. Физическая сущность природы разрушения при повторном нагружении. Основные понятия и терминология. Кривая выносливости. Влияние некоторых факторов на сопротивление материалов разрушению от повторных нагрузок. Пути решения задач по оценке усталостной долговечности.

Лабораторно-практические работы.

1. Испытание образцов материалов на растяжение.
2. Испытание образцов материалов на сжатие.
3. Испытание образцов на срез и сжатие.
4. Определение прогибов и углов поворота балок.
5. Решение задач по разделу "Изгиб балок" и выполнение контрольной работы по этой теме.
6. Выполнение домашней контрольной работы по темам: растяжение - сжатие, кручение, изгиб.

Методические указания по изучению курса.

Введение.

В начале изучения курса следует ознакомиться с его содержанием, с историей развития науки о сопротивлении материалов.

Сопротивление материалов - наука о прочности, жесткости и устойчивости отдельных элементов сооружений и машин. К таким элементам относятся стержни, балки, пластины, болты, заклепки и др.

Сопротивление материалов является одним из разделов механики реального твердого тела, способного деформироваться под влиянием приложенных к нему внешних сил.

В отличие от теоретической механики, в которой тела считаются абсолютно твердыми, в сопротивлении материалов основное внимание уделяется изучению деформации реальных твердых тел.

Основной задачей науки и сопротивления материалов является создание эффективных методов определения размеров элементов конструкции, которые обеспечивали бы надежную и долговечную их работу.

При решении указанной задачи сопротивление материалов опирается на достижения многих родственных наук, в первую очередь, механики абсолютно твердого тела, теории упругости и теории пластичности, а также физики твердого тела, металловедения и др.

В сочетании с аналитическими методами расчета в сопротивлении материалов изучаются экспериментальные данные, полученные в лабораторных условиях.

Основные понятия и определения.

В этой теме вводятся новые понятия, которыми студент будет оперировать постоянно при изучении курса сопротивления материалов, поэтому важно хорошо усвоить их.

В основу решения большинства задач, рассматриваемых в курсе сопротивления материалов, положены гипотезы об однородности, сплошности и изотропности материала, об идеальной его упругости, пластичности, а также принципы: независимости действия сил (принцип суперпозиций), неизменности начальных размеров, механической системы, позволяющей производить замену одной системы сил другой системой, статически эквивалентной. Введение указанных гипотез и принципов позволяет упростить решение задач сопротивления материалов без заметных погрешностей в результатах.

Необходимо обратить особое внимание на содержание метода сечения, позволяющего определять внутренние силовые факторы, возникающие в том или ином сечении тела в результате воздействия на тело внешних сил. Сущность его заключается в том, что твердое тело, находящееся в равновесии, разрезают (мысленно) на две части, отбрасывают одну из частей, заменяют действие отброшенной части на оставшуюся внутренними силами и составляют уравнения равновесия для оставшейся части, на которую действуют приложенные к ней внутренние и внешние силы.

Надо хорошо усвоить понятия о деформациях и напряжении как интенсивности внутренних сил. Уяснить физический смысл нормальных и касательных напряжений, действующих в произвольной точке элемента конструкций.

Вопросы для самопроверки.

1. Что такое деформация ? Какие деформации называют упругими и какие пластичными (остаточными) ?
2. Что называется напряжением в данной точке сечения тела ? На какие две составляющие может быть разложен вектор полного напряжения ?
3. Что называется прочностью, жесткостью и устойчивостью детали (конструкции) ?
4. В чем заключается сущность расчета на прочность и на устойчивость ?
5. По каким признакам и как классифицируются нагрузки в сопротивлении материалов ?
6. На каких гипотезах и допущениях основаны выводы расчетных зависимостей сопротивления материалов ?
7. Сформулируйте принцип независимости действия сил в применении к сопротивлению материалу.
8. В чем заключается метод сечения ? Какова цель применения метода сечений ? Укажите последовательность операций при использовании метода сечений ?
9. Что такое внутренние силовые факторы и сколько их может возникнуть в поперечном сечении бруса ?
10. С какими внутренними силовыми факторами, связано возникновение в поперечном сечении бруса нормальных напряжений и с какими - касательных напряжений ?
11. Какие основные задачи решаются наукой о сопротивлении материалов ?
12. Какие допущения о свойствах материалов приняты в курсе "Сопротивление материалов" ?

Растяжение - сжатие.

В этой теме рассматривается простой случай действия сил на стержень, т.е. тот случай, когда силы действуют вдоль оси стержня (осевое растяжение - сжатие). Изучение темы необходимо начинать с выяснения вопроса о внутренних силовых факторах, действующих в сечении стержня. Применение метода сечений позволяет найти величину и направление равнодействующей внутренней (продольной) силы упругости в рассматриваемом сечении. Следует иметь в виду, что в поперечном сечении стержня возникают только нормальные напряжения, которые в силу гипотезы плоских сечений распределены в плоскости сечения равномерно:

$$\sigma = \frac{N}{A}, \text{ где } N - \text{внутренняя сила, } A - \text{площадь поперечного сечения.}$$

Необходимо запомнить обе формы записи закона Гука, усвоить такие понятия, как модуль упругости при растяжении, коэффициент Пуассона, абсолютная и относительная деформация.

Познакомиться со статистическими испытаниями на растяжение, диаграммой испытания на растяжение малоуглеродистой стали и ее характерными точками.

При экспериментальном изучении растяжения и сжатия необходимо хорошо усвоить вопрос об определении характеристик прочности материала: пределах пропорциональности, упругости, текучести и прочности (временное сопротивление), учесть, что численные их значения условны, так как для их нахождения соответствующие силы делятся на первоначальную площадь поперечного сечения испытуемого образца.

Необходимо хорошо усвоить метод расчета по допускаемым напряжениям, уметь записать условие прочности на растяжение (сжатие), иметь представление об определении допускаемых напряжений

для пластических и хрупких материалов и коэффициенте запаса прочности.

Надо знать, что в ряде случаев необходимые для расчета бруса усилия невозможно найти только из уравнений равновесия. Такие задачи называют статически неопределенными. При решении таких задач, уравнения, которых не хватает для определения условий, составляют из условий деформации бруса или системы.

Вопросы для самопроверки.

1. Как можно нагрузить прямой брус, чтобы он работал только на растяжение(сжатие) ?
2. Какие внутренние силовые факторы возникают в поперечном сечении стержня при его растяжении или сжатии ?
3. Как строится эпюра продольных сил ?
4. Что такое продольная и поперечная деформация бруса при растяжении (сжатии) и какова зависимость между ними ?
5. По какой формуле определяется величина напряжения в поперечном сечении стержня ?
6. Сформулируйте закон Гука и приведите формулу, выражающую этот закон.
7. Как определяется удлинение (укорочение) участка бруса с постоянным поперечным сечением и постоянной продольной силой по всей его длине ?
8. Каков физический смысл модуля продольной упругости ?
9. Что называется коэффициентом Пуассона ?
10. Какое напряжение называется допустимым и как его определяют для пластических и хрупких материалов ?
11. Что называется условным пределом текучести и для каких материалов введена эта характеристика ?

12. Что называется пределами пропорциональности, упругости, текучести, прочности ?
13. Какие предельные напряжения приняты для различных групп материалов: хрупких, пластичных, хрупко-пластичных ?
14. Что такое требуемый коэффициент запаса прочности и каковы принятые его числовые значения, исходя из свойств материалов ?
15. Что такое допускаемое напряжение и как оно выбирается в зависимости от механических свойств материалов ?
16. Сформулируйте условие прочности и как записывается в математической форме это условие при расчетах на растяжение - сжатие ?
17. Сколько различных видов расчета можно производить из условия прочности ?
18. Какие системы конструкции называются статически определенными и какие - статически неопределенными ?
19. Каков общий порядок решения статически определяемых задач ?
20. По каким формулам определяют напряжение и деформацию в стержне с учетом его собственного веса ?
21. В каких случаях могут возникнуть в брусках (стержнях) температурные и монтажные напряжения ?
22. Что называется напряженным состоянием в точке тела ?
По каким формулам определяются нормальные и касательные напряжения, возникающие в наклонных площадках в случае плоского напряженного состояния ?

Задачи, рекомендуемые для самостоятельных решений:

5. №1.1; 1.2; 1.3; 1.5; 1.9; 1.12; 1.15; 1.21; 1.32; 1.53; 1.60; 1.66; 1.73; 1.83.

Сдвиг.

Сначала необходимо уяснить понятие "чистый сдвиг". При изучении деформаций обратите внимание на то, что одна из диагоналей выделенного элемента, по граням которого действуют касательные напряжения, удлиняется, а другая укорачивается. Это значит, что существует взаимосвязь между деформациями сдвига и растяжения - сжатия: она выражается формулой $\zeta = \frac{E}{2(1 + \mu)}$ указывающей на связь между модулем продольной упругости E и модулем сдвига ζ . Обратите внимание на аналогию между формулами, выражающими закон Гука при сдвиге ($\tau - G\gamma$) и при растяжении или сжатии ($\sigma - E\varepsilon$).

Необходимо рассмотреть примеры практического применения теории сдвига - расчеты на срез заклепочных и сварных соединений; следует иметь в виду, что касательные напряжения в плоскости среза принято считать равномерно распределенными. Следует обратить внимание на основные допущения, положенные в основу расчета на смятие.

Надо уметь показывать графические площадки, на которых возникают напряжения среза, смятия, скалывания.

Вопросы для самопроверки.

1. Что называется деформацией чистого сдвига ?
2. Что называется абсолютным и относительным сдвигом ?
3. Сформулируйте условие прочности при расчетах на срез.
4. Что такое смятие ? На каких допущениях основаны расчеты на смятие ?
5. Как определяется площадь смятия, если поверхность смятия плоская и если поверхность смятия цилиндрическая ?

6. Как определяются напряжения в поперечном сечении бруса при чистом сдвиге ?
7. Сформулируйте закон Гука для сдвига. Каков физический смысл модуля сдвига ?
8. Какая существует зависимость между модулями упругости первого и второго рода ?
9. Как рассчитываются заклепочные и сварные соединения на срез ?

Задачи, рекомендуемые для самостоятельных решений:

5, №3.1; 3.4; 3.8; 3.9; 3.15; 3.17; 3.19.

Геометрия сечений.

В теории изгиба важную роль играют моменты инерции сечения. Необходимо вспомнить и повторить из теоретической механики правила нахождения центров тяжести сечения и статические моменты инерции плоских фигур.

Уяснить вычисление моментов инерции для простейших плоских фигур (прямоугольника, треугольника, круга).

При разборе теоремы о переносе осей ($I_{yI} = I_y + d^2 A$) необходимо понять, что эта теорема справедлива только в том случае, если ось Y проходит через центр тяжести фигуры.

Необходимо разобраться в связи между осевыми моментами инерции и полярным моментом инерции.

В теории изгиба играют весьма важную роль главные центральные оси. Положение главных центральных осей инерции площади определяется углом наклона их (рис.1)

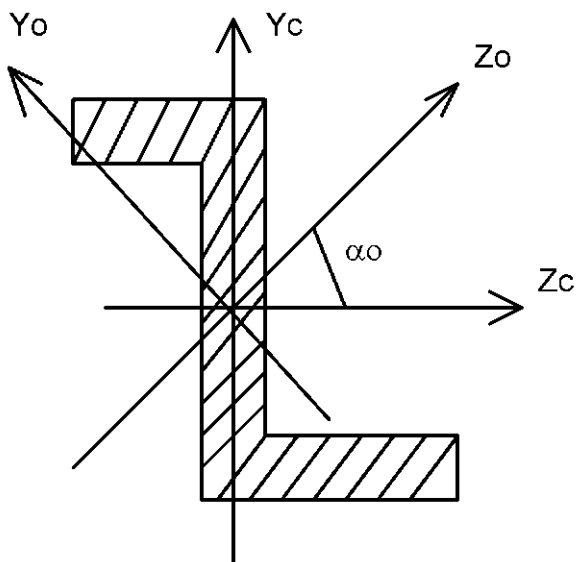


рис. 1.

относительно других осей, проходящих через центр тяжести сечения (моменты инерции относительно которых известны) по формуле

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2I_{\text{cos } \alpha}}{I_{\text{min}} + I_{\text{max}}}$$

После этого определяют главные моменты инерции.

Вопросы для самопроверки.

1. Что такое статический момент сечения? Как определяется статический момент сечения относительно произвольной оси? Чему равен статический момент сечения относительно центральной оси?
2. По каким формулам находят координаты центра тяжести плоской фигуры?
3. Что такое осевой момент инерции сечения и в каких единицах измеряется его величина?
4. Чему равна сумма осевых моментов инерции относительно двух взаимно перпендикулярных осей?
5. Что такое центробежный момент инерции?
6. Какова зависимость между осевыми и полярными моментами инерции данного сечения?
7. Какова зависимость между осевыми моментами инерции относительно параллельных осей?

8. Какие оси, проведенные в плоскости сечения, называются главными и какие главными центральными осями ?
9. Напишите формулы главных центральных осевых моментов инерции для прямоугольника, круга, кольца.
10. Как определить положение главных центральных осей составного сечения, имеющего ось симметрии ?
11. Относительно каких центральных осей осевые моменты инерции имеют наибольшие и наименьшие значения ?
12. Какой из двух моментов инерции треугольника больше: относительно оси, проходящей через основание, или относительно оси, проходящей через вершины параллельно основанию ?
13. Какой из двух моментов инерции квадратного сечения больше: относительно центральной оси, проходящей параллельно сторонам, или относительно оси, проходящей через диагональ ?

Задачи для самостоятельного решения:

5, № 5.1; 5.4; 5.9; 5.11.

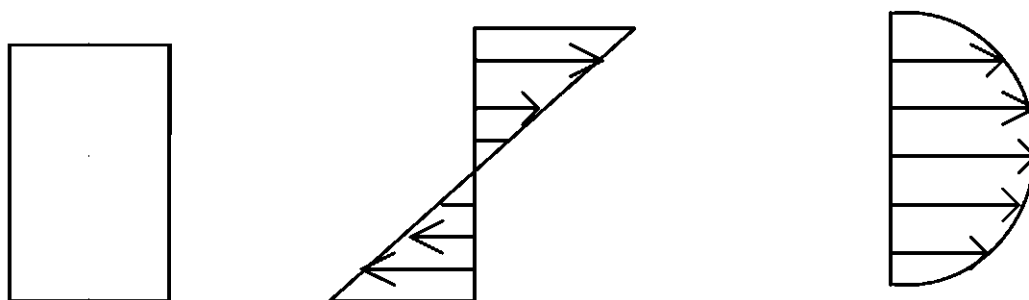
Поперечный изгиб.

Изучение этой темы надо начинать с выяснения вопроса о внутренних силовых факторах, действующих в поперечных сечениях балки при ее изгибе. Путем параллельного переноса всех внешних сил, в том числе сил реакций, в центр тяжести рассматриваемого сечения балки, легко установить, что внутренними силовыми факторами будут изгибающий момент M и поперечная сила Q . Необходимо помнить, что поперечная сила в данном сечении равна алгебраической сумме внешних сил, расположенных только по одну сторону (справа или слева) от рассматриваемого сечения, а изгибающий момент в одном сечении равен

алгебраической сумме моментов внешних сил (расположенных слева или справа от сечения), взятых относительно центра тяжести сечения. При этом необходимо строго придерживаться правила знаков для внешних и внутренних силовых факторов. Следует научиться свободно строить эпюры изгибающих моментов и перерезывающих сил. Для проверки правильности построения эпюр целесообразно пользоваться теоремой Журавского, устанавливающей зависимость между изгибающим моментом и прерывающей силы.

Необходимо уметь выводить формулы для определения нормальных и касательных напряжений в произвольной точке сечения балки. Обратите внимание на неравномерность распределения нормальных и касательных напряжений по высоте сечений (рис.2).

Рис.2.



Эпюра σ

Эпюра τ

Следует помнить, что формула для определения нормальных напряжений выведена для чистого изгиба, однако она применима и для случаев поперечного изгиба.

Научитесь выписывать условия прочности по максимальным и касательным напряжениям. Убедитесь путем сравнения эпюр изгибающих моментов и перерезывающих сил для балки прямоугольного сечения, что нормальные напряжения по величине намного больше касательных. Это обстоятельство позволяет в большинстве случаев

пренебречь касательными напряжениями и вести расчеты на изгиб только по нормальным напряжениям.

После этого следует перейти к изучению вопроса об определении углов поворота поперечных сечений и прогибов балки интегрированию дифференциального уравнения изогнутой оси балки. Необходимо познакомиться с универсальными уравнениями, дающими возможность вычислять углы поворота и прогибы, а также с графо-аналитическим методом. Рассмотрите методику расчета статически неопределимых балок.

Вопросы для самопроверки:

1. Дайте определение понятия "прямой чистый изгиб", "прямой поперечный изгиб".
2. Как находится изгибающий момент в каком-либо сечении балки ?
В каком случае изгибающий момент считается положительным ?
3. Как находится поперечная сила в каком-либо сечении балки ? Когда поперечная сила считается положительной ?
4. Какой случай называется чистым изгибом ?
5. Напишите формулу для определения нормального напряжения в произвольной точке поперечного сечения бруса, работающего на изгиб. Какой момент инерции входит в указанную формулу ?
6. Как записывается условие прочности при изгибе ?
7. Что называется осевым моментом сопротивления ?
8. Напишите формулы для определения осевых моментов сопротивления круга, кольца, прямоугольника.
9. Какие формы поперечных сечений рациональны для балок из пластичных материалов ?
10. Какие формы поперечных сечений следует применять для чугунных балок ?

11. В каких плоскостях возникают касательные напряжения при изгибе ?
Как находится их величина?
12. Как записывается дифференциальное уравнение натянутой оси балки ?
13. Как находят прогиб балки графо-аналитическим методом ?
14. Напишите универсальное уравнение для определения перемещений при изгибе.
15. В чем состоит сущность расчета на жесткость при изгибе ?

Задачи для самостоятельного решения:

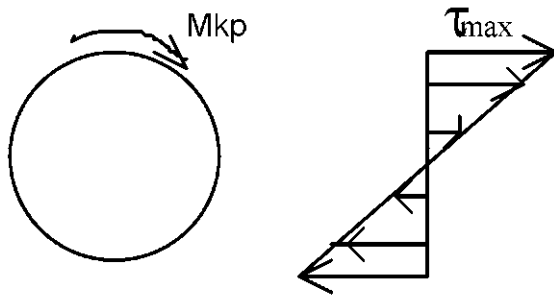
5, №6.1; 6.5; 6.34; 6.45; 6.59.

Кручение.

В начале изучения этой темы хорошо уясните допущения (гипотезы), на которых основана элементарная теория кручения стержня круглого сечения.

Разберитесь в построении эпюры крутящих моментов. Эпюра наглядно показывает изменение величины крутящего момента по длине вала.

Необходимо уметь самостоятельно выполнять вывод формулы для напряжения при кручении стержня круглого сечения. Касательные напряжения в поперечном сечении круглого стержня распределяются неравномерно, изменяясь по линейному закону - от 0 на оси до максимального значения у поверхности стержня (рис.3).



Обратите внимание на новую характеристику сечения - полярный момент инерции и его определение для сплошных круглых и кольцевых сечений.

Необходимо уметь рассчитывать диаметр вала из условия прочности по касательным напряжениям и из условия жесткости.

Научитесь выполнять анализ напряжений сечения проволоки цилиндрической пружины малого шага. Этот анализ удобно выполнять с помощью эпюр напряжений.

Вопросы для самопроверки:

1. Дайте определение понятия "крутящий момент в поперечном сечении бруса".
2. Что такое эпюра крутящих моментов? Как производить ее построение?
3. Какие напряжения возникают в поперечном сечении круглого стержня при кручении? Как находится их величина в произвольной точке поперечного сечения?
4. Как нужно нагрузить брус, чтобы он работал только на кручение?
5. Каким образом определить в любом поперечном сечении бруса величину крутящего момента?
6. Сформулируйте правило знаков при определении величины крутящего момента.

7. На каких гипотезах и допущениях основаны выводы расчетных зависимостей при кручении ?
8. По какому закону распределяются напряжения в поперечном сечении круглого бруса при кручении ?
9. Какой величиной характеризуется величина деформации при кручении ?
10. По каким формулам определяются величины деформации кручения (относительный угол закручивания) в радианах на метр и в градусах на метр ?
11. Что такое полярный момент инерции поперечного сечения бруса ?
12. По каким формулам определяется полярный момент инерции круга и кругового кольца ?
13. Что такое жесткость сечения бруса ?
14. Как определяется при кручении напряжение в любой точке круглого поперечного сечения бруса и как определяется наибольшее напряжение ?
15. Напишите математическое выражение условия прочности и жесткости при кручении. Сколько различных видов расчета можно производить из этого условия ?

Задачи для самостоятельных решений.

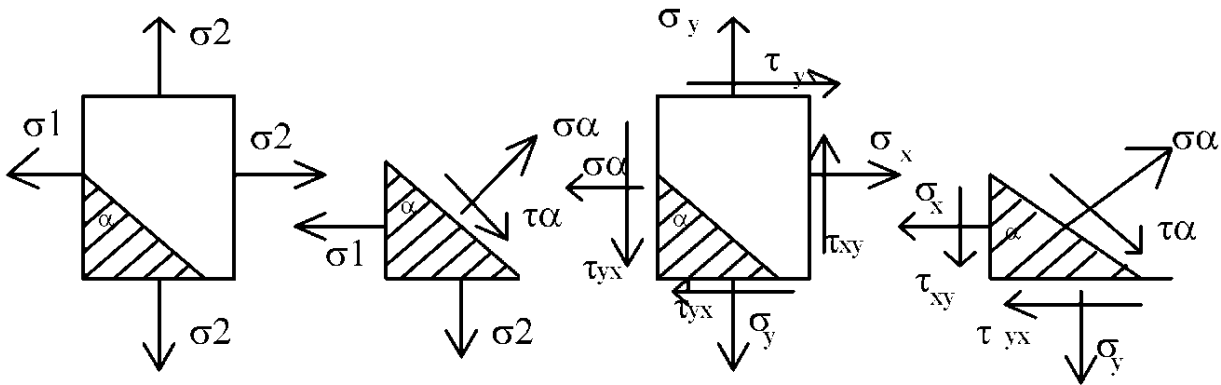
5, № 4.3; 4.7; 4.49; 4.53; 4.55.

Сложное напряженное состояние и понятия о теориях прочности.

В начале изучения этого раздела необходимо хорошо усвоить, что понимается под напряженным состоянием в произвольной точке деформированного тела. Следует помнить, что напряжения, действующие в какой-либо площадке, проведенной через рассматриваемую точку, зависят от ориентации этой площадки.

Анализ напряженного состояния в точке деформированного тела осуществляется методом продольного перехода к бесконечно малым объемам. Для этого в окрестности исследуемой точки выделяют элементарный параллелепипед с ребрами dx , dy , dz . Учитывая малость размеров параллелепипеда, можно считать, что все его грани есть площадки, проходящие через данную точку и тогда напряжения на гранях параллелепипеда могут рассматриваться как напряжения, действующие в рассматриваемой точке.

Рис.4,5



Необходимо знать определение основных видов напряженного состояния: линейного (одноосного), плоского (двухосного) и объемного (трехосного), а также уметь изображать напряжения, действующие по граням выделяемых элементарных объемов при различных видах напряженного состояния (рис. 4,5).

Следует ясно представлять, какие площадки среди бесчисленного множества площадок, проходящих через исследуемую точку деформируемого тела, называются главными и какие напряжения действуют по ним. Обратите внимание на более простое изображение сложного напряженного состояния через главные напряжения $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$).

Необходимо усвоить методику определения напряжения по различным площадкам при произвольном напряженном состоянии, в частности, рассмотреть линейное и плоское напряженное состояние.

При исследовании плоского напряженного состояния возникают задачи двух видов:

1. Для напряженного состояния, заданного главными напряжениями σ_1 , σ_2 , надо определить нормальное σ_α и касательные τ_α напряжения по произвольно ориентированной площадке, заданной углом (рис.4.).
2. Для напряженного состояния, заданного в общем виде (рис.5), нужно определить нормальные и касательные напряжения по произвольно ориентированной площадке, а также найти положение главных площадок и величину главных напряжений.

Следует иметь в виду, что указанные задачи решаются как аналитически, так и графически с помощью кругов Мора. Необходимо знать обобщенный закон Гука для различных видов напряженного состояния и потенциальную энергию упругой деформации.

Прежде чем приступить к изучению различных теорий прочности, необходимо хорошо усвоить их значения. Надо ясно представлять, в каких условиях расчета на прочность приходится прибегать к гипотезам прочности. Далее необходимо изучить основные теории прочности и уметь записывать условие прочности по каждой теории для данного напряженного состояния.

Вопросы для самопроверки:

1. Что называется напряженным состоянием в данной точке деформируемого тела ?
2. Какие имеются виды напряженного состояния материала ?
3. Как определить напряжение на наклонной площадке растянутого стержня ?

4. В чем заключается закон парности касательных напряжений ?
5. Как называются площадки, по которым действуют наибольшие и наименьшие нормальные напряжения ?
6. Какие напряжения называются главными ?
7. Как производится графическое построение для определения напряжений в наклонных площадках в случае плоского напряженного состояния ?
8. Чему равно наибольшее касательное напряжение в случае плоского и объемного напряженного состояния ?
9. Напишите формулу обобщенного закона Гука.
10. Чему равно изменение объема при сложном напряженном состоянии ?
11. Как определяется потенциальная энергия упругой деформации ?
12. Как формируются основные теории прочности ?
13. Как записывается условие прочности по этим теориям ?

Задачи для самостоятельных решений :

5, № 2.1; 2.8; 2.11.

Сложное сопротивление.

На практике часто встречается случай, когда в результате действия нагрузки в поперечных сечениях бруса одновременно появляется несколько компонентов внутренних сил. Тогда говорят, что брус находится в условиях сложного сопротивления. Таковы, например, случаи одновременного изгиба в двух плоскостях (косой изгиб) одновременного растяжения или сжатия с изгибом и, в частности, внецентренного растяжения - сжатия, одновременного кручения и изгиба с растяжением (или сжатием) или без него и др.

Задачи на сложное сопротивление решаются, исходя из принципа независимости действия сил. Этот принцип позволяет получить окончательный результат решения задачи при совместном действии различных силовых факторов путем наложения (суммирования) результатов, вызванных каждым силовым фактором в отдельности.

Таким образом, умея определять нормальные и касательные напряжения в отдельных характерных точках сечения бруса как алгебраическую сумму напряжений, можно, затем, пользуясь той или иной теорией прочности, проверить прочность рассматриваемого элемента.

Главное напряжение определяется в общем случае формулой:

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2}(\sigma_x \pm \sqrt{\sigma_x^2 + \tau_{xy}^2}),$$

где σ_x - нормальное напряжение, действующее на площадку выделенного элемента в рассматриваемой точке в направлении оси стержня x ;

τ_{xy} - касательное напряжение, действующее в той же площадке.

Следует иметь в виду, что напряжение σ_x надо рассматривать как алгебраическую сумму нормальных напряжений, вызванных растягивающими и изгибающими внешними силовыми воздействиями, а касательное напряжение τ - как алгебраическую сумму касательных напряжений в данной точке, вызванных кручением и изгибом.

Необходимо более детально рассмотреть задачу об определении напряжений для трех случаев сложного сопротивления: косоугольного изгиба, внецентренного растяжения (сжатия), совместного действия изгиба и кручения.

Вопросы для самопроверки.

1. Какой случай изгиба называется косым изгибом ?

2. Возможен ли кривой изгиб при чистом изгибе ?
3. В каких точках поперечного сечения возникают наибольшие напряжения при кривом изгибе ?
4. Как определяются деформации при кривом изгибе ?
5. Может ли балка круглого поперечного сечения испытывать кривой изгиб ?
6. Как находят напряжения в произвольной точке поперечного сечения при внецентренном растяжении или сжатии ?
7. Чему равно напряжение в центре тяжести поперечного сечения при внецентренном растяжении или сжатии ?
8. Какие напряжения возникают в поперечном сечении стержня при изгибе с кручением?
9. Как находятся опасные сечения стержня при изгибе с кручением ?
10. В каких точках круглого поперечного сечения возникают наибольшие напряжения при изгибе с кручением ?
11. Как пишутся условия прочности стержня по всем четырем теориям, если известны $\sigma_{И}$ и $\tau_{К}$?
12. Как находится величина расчетного момента при изгибе с кручением стержня круглого поперечного сечения ?
13. По какой теории прочности (3 или 4) получится большая величина расчетного момента при заданных величинах $M_{И}$ и $M_{К}$?

Задачи, рекомендуемые для самостоятельных решений:

5, № 10.7; 10.25; 10.72; 10.73; 10.88.

Продольный изгиб.

В начале изучения данной темы необходимо разобраться в вопросе об устойчивых и неустойчивых формах равновесия применительно к

деформирующимся телам. В качестве примеров потери устойчивости рассмотреть центрально сжатый стержень: круглое кольцо или трубу, подверженные внешнему давлению, балку, работающую на изгиб.

Опасность явления потери устойчивости заключается в том, что оно может наступить при напряжении, значительно меньшем предела прочности материала. Это напряжение называется критическим; для стержней большой гибкости его можно определить по формуле Эйлера. Исследования профессора Ф.С.Ясинского дали возможность установить величину критического напряжения и для стержней малой и средней гибкости, для которых формулу Эйлера применить нельзя.

Следует иметь в виду, что практический расчет на устойчивость производится как на обыкновенное сжатие, однако допускаемое напряжение при расчете на устойчивость должно быть понижено по сравнению с допускаемым напряжением при сжатии. Это понимание основного допускаемого напряжения определяется коэффициентом продольного изгиба, величина которого меньше единицы и зависит от материала и гибкости стержня.

Поскольку для подбора сечения сжатого стержня необходимо знать значения коэффициента, который, в свою очередь, зависит от размеров сечения, приходится несколько раз проделывать вычисления, применяя способ последовательных приближений.

Вопросы для самопроверки.

1. В чем заключается явление потери устойчивости сжатого стержня ?
2. Какая сила называется критической ?
3. По какой формуле находится величина критической силы ?
4. Какая величина называется гибкостью стержня ?
5. По какой формуле определяется критическое напряжение ?

6. Чему равен коэффициент длины, для различных случаев закрепления концов стержня ?
7. В каких случаях можно пользоваться формулой Эйлера ?
8. Как находится критическое напряжение для стержней малой и средней гибкости ?
9. Как производится расчет стержней на устойчивость ?

Прочность при переменных нагрузках.

Эта тема имеет важное значение, так как в деталях машин часто возникают переменные напряжения. Надо хорошо уяснить понятие предела выносливости и научиться строить диаграммы для несимметричного цикла. Необходимо также знать все факторы, от которых зависит величина коэффициента концентрации напряжений. Особое внимание следует обратить на практические меры по борьбе с изломами усталости:

- а) повышение предела прочности при достаточной пластичности;
- б) создание однородной, мелкозернистой структуры;
- в) проектирование внешних очертаний детали без резких переходов;
- г) тщательную обработку поверхности.

Надо подробно разобрать примеры определения допускаемых напряжений для различных деталей машин, воспринимающих переменные нагрузки. Правильный выбор допускаемого напряжения и формы сечения обеспечивает более экономичное использование материала и снижение веса конструкции.

Вопросы для самопроверки.

1. Что называется пределом выносливости?
2. Какая эмпирическая зависимость имеется между пределом выносливости и пределом прочности?
3. Как находится предел выносливости при несимметричном цикле ?

4. Какие напряжения называются местными?
5. В чем заключается разница между теоретическим и действительным коэффициентами концентрации напряжений ?
6. Как влияет на величину действительного коэффициента концентрации напряжений характер обработки материала ?
7. Как влияют размеры детали на величину предела выносливости ?
8. Как устанавливаются допускаемые напряжения при переменных нагрузках ?
9. Какие практические меры применяются по борьбе с изломами усталости

Указания по выполнению и оформлению контрольной работы.

При выполнении контрольной работы необходимо соблюдать следующие требования:

1. Контрольная работа выполняется в отдельной тетради.
2. На обложке тетради необходимо указать фамилию, имя, отчество, название института и факультета, наименование предмета, а для студентов заочного отделения - дату отправления контрольной работы и точный почтовый адрес студента.
3. Работа выполняется обязательно чернилами, четко и аккуратно. Необходимо оставлять справа поля шириной не менее 40 мм для пометок и замечаний рецензента. Решение каждой задачи рекомендуется начинать с новой страницы.
4. Решение задачи должно сопровождаться краткими пояснениями, в случае необходимости пояснение иллюстрируется чертежами, либо эскизами. Рекомендуется решать задачу в общем виде, а затем, подставляя численные значения величины, вычислить результат. Полученные результаты необходимо округлять в соответствии с существующими правилами вычислений.
5. Контрольное задание выполняется согласно учебному плану и должно быть сдано на проверку до начала экзаменационной сессии.
6. Незачтенная работа возвращается студенту для полной или частичной переработки. Повторная работа рецензируется в том случае, если к ней приложена ранее незачтенная работа.

Контрольная работа и методические указания по выполнению контрольной работы.

Задача №1.

Расчет ступенчатого бруса.

Для ступенчатого бруса $E=2 \cdot 10^5$ н/мм²; $\sigma_T=240$ н/мм²

необходимо определить:

1. Осевые усилия по его длине и построить эпюру осевых усилий.
2. Определить нормальные напряжения в поперечных сечениях и построить эпюру нормальных напряжений.
3. Определить запас прочности для опасного сечения.
4. Определить полное перемещение свободного конца бруса и построить эпюру перемещений.

Данные для расчета приведены в таблице 1 и рис.6.

К решению задачи №1 можно приступить после изучения тем "Основные понятия и определения", "Растяжение и сжатие".

При расчете ступенчатого бруса его надо разбить по длине на отдельные участки. Границами участков являются сечения, в которых приложены внешние силы или сечения с разной жесткостью.

При определении осевой силы в сечении надо воспользоваться методом, сечений на основании которого осевая сила в сечении равна алгебраической сумме внешних сил. При этом силы, растягивающие брус, берут со знаком "плюс", а сжимающие - со знаком "минус".

Полученные значения осевых усилий и напряжений для наглядности изображают в выбранном масштабе на диаграммах, называемых эпюрами.

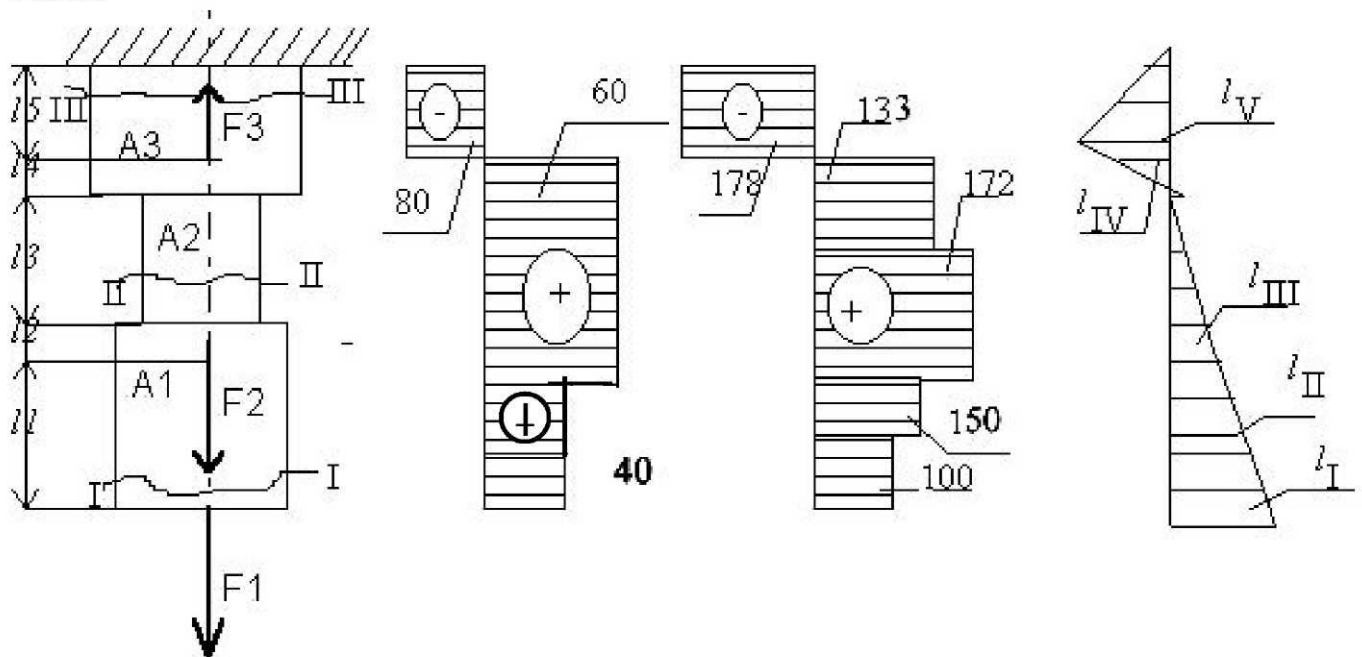
Для определения продольной деформации стержня примените принцип независимости действия сил, то есть определите перемещение

от каждой внешней силы в отдельности, а суммарное перемещение будет равно их алгебраической сумме.

Пример1. Для заданного ступенчатого бруса (см. рис.7) из стали 3 требуется:

- 1) построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса;
- 2) вычислить коэффициент запаса прочности для опасного сечения;
- 3) построить эпюру перемещений.

Рис.7.



Эпюра "N" кН Эпюра " σ " н/м² Эпюра " Δl " м

l_1	l_2	l_3	l_4	l_5
м	м	м	м	м
0,5	1,5	0,7	0,6	0,5

A_1	A_2	A_3
м ²	м ²	м ²
$4 \cdot 10^{-4}$	$3,5 \cdot 10^{-4}$	$4,5 \cdot 10^{-4}$

F_1	F_2	F_3
кН	кН	кН
40	20	140

Решение.

1. Рассекаем брус сечениями I - I, II - II, III - III. Определяем продольные силы упругости в сечениях этих участков:

$$N_I = F_1 = 40 \text{ кН}$$

$$N_{II} = F_1 + F_2 = 40 + 20 = 60 \text{ кН}$$

$$N_{III} = F_1 + F_2 - F_3 = 40 + 20 - 140 = -80 \text{ кН}$$

2. Определяем нормальные напряжения в поперечных сечениях:

$$\sigma_1 = \frac{N_I}{A_I} = \frac{40000}{4 \cdot 10^{-4}} = 100 \cdot 10^6 \text{ Н / м}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{N_{II}}{A_I} = \frac{60000}{4 \cdot 10^{-4}} = 150 \cdot 10^6 \text{ Н / м}^2$$

$$\sigma_2^I = \frac{N_{II}}{A_2} = \frac{60000}{3,5 \cdot 10^{-4}} = 172 \cdot 10^6 \text{ Н / м}^2$$

$$\sigma_2^{II} = \frac{N_{II}}{A_3} = \frac{60000}{4,5 \cdot 10^{-4}} = 133 \cdot 10^6 \text{ Н / м}^2$$

$$\sigma_3 = \frac{N_{III}}{A_3} = \frac{-80000}{4,5 \cdot 10^{-4}} = -178 \cdot 10^6 \text{ Н / м}^2$$

3. Определяем запас прочности опасного сечения:

$$\pi = \frac{\sigma_I}{\sigma_{\max}} = \frac{240}{178} = 1,33$$

4. Определяем перемещение свободного конца стержня по принципу независимости действия сил и построим эпюру (рис.7)

$$\Delta l_V = \Delta l_5 = -\frac{N_{III} \cdot l_5}{EA_3} = -\frac{0,08 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 4,5 \cdot 10^{-4}} = -0,00044 \text{ м}$$

$$\Delta l_{IV} = \Delta l_V + \Delta l_4 = -0,00044 + \frac{0,6}{2 \cdot 10^5 \cdot 4,5 \cdot 10^{-4}} = -0,00004 \text{ м}$$

$$\Delta l_{III} = \Delta l_{IV} + \Delta l_3 = -0,00004 + \frac{0,06 \cdot 0,7}{2 \cdot 10^5 \cdot 3,5 \cdot 10^{-4}} = 0,00056 \text{ м}$$

$$\Delta l_{II} = \Delta l_{III} + \Delta l_2 = 0,00056 + \frac{0,06 \cdot 1,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 0,00168 \text{ м}$$

$$\Delta l_I = \Delta l_{II} + \Delta l_1 = 0,00168 + \frac{0,04 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 0,00193 \text{ м}$$

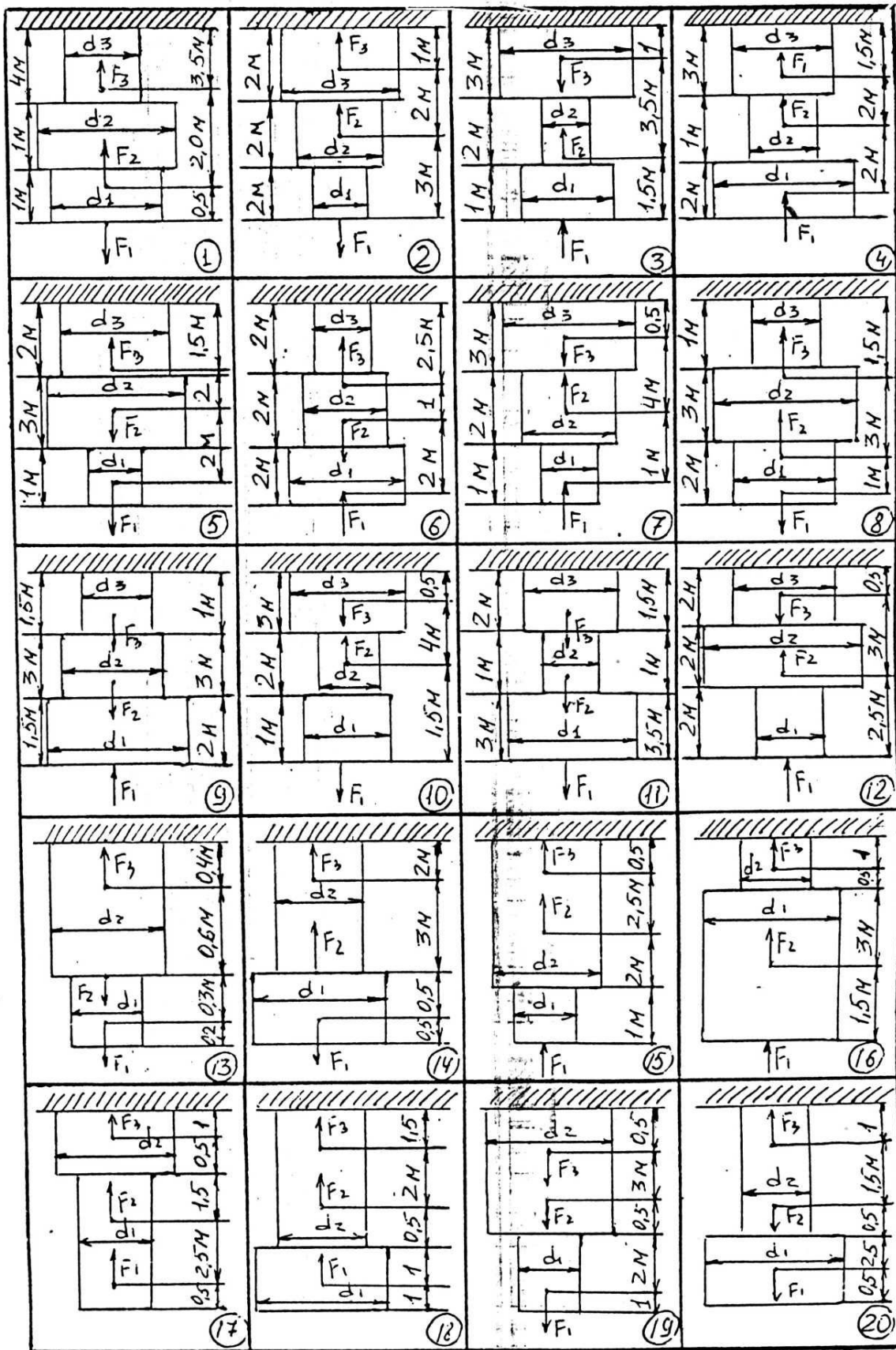


рис. 6

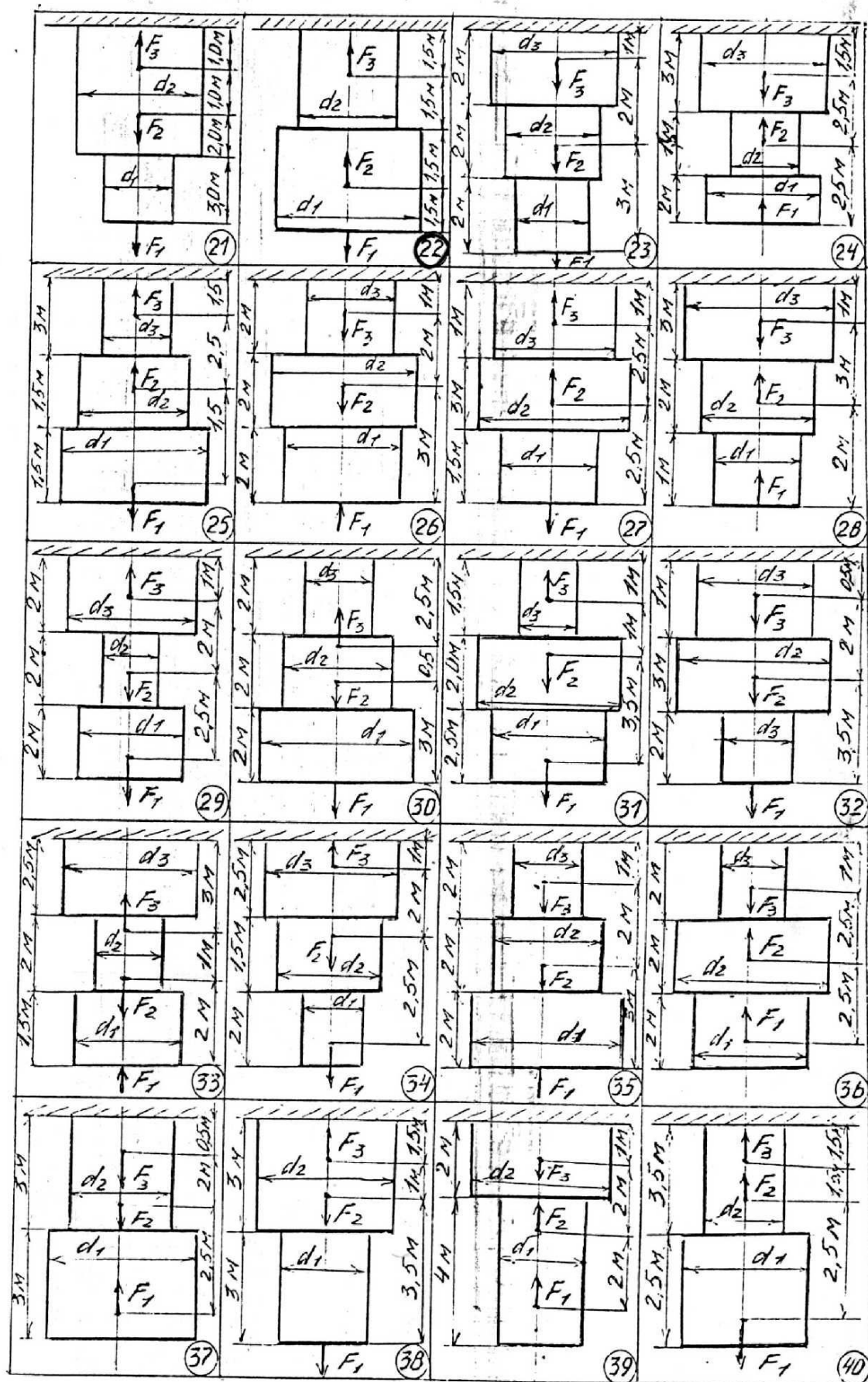


Рис. 6

Таблица 1.

N	F ₁	F ₂	F ₃	d ₁	d ₂	d ₃		N	F ₁	F ₂	F ₃	d ₁	d ₂	d ₃
вар.	кН	кН	кН	мм	мм	мм		вар.	кН	кН	кН	мм	мм	мм
1	40	30	40	30	40	20		26	40	50	20	30	60	20
2	40	40	30	20	30	40		27	20	40	50	20	60	30
3	30	40	40	35	30	40		28	20	60	30	20	40	50
4	50	40	40	45	30	40		29	30	20	60	40	20	50
5	30	50	20	25	45	30		30	60	30	20	50	30	20
6	30	20	50	45	30	25		31	60	20	30	30	50	20
7	50	20	30	20	25	45		32	30	60	20	20	50	30
8	50	20	40	25	45	30		33	20	15	30	40	20	60
9	30	30	50	40	30	25		34	15	30	20	20	40	60
10	50	30	40	40	30	50		35	30	20	15	60	40	20
11	20	30	40	50	30	40		36	40	30	20	40	60	20
12	30	40	20	30	50	40		37	20	20	50	50	30	-
13	20	50	30	20	40	-		38	10	40	50	30	50	-
14	40	20	50	30	15	-		39	50	40	10	20	40	-
15	40	50	40	30	40	-		40	10	50	40	40	20	-
16	40	30	30	40	20	-		41	30	10	5	20	30	-
17	30	50	30	20	30	-		42	20	8	4	20	28	-
18	20	30	50	50	30	-		43	20	30	30	15	40	-
19	40	40	50	25	40	-		44	25	10	5	20	15	-
20	50	30	20	50	20	-		45	15	20	30	25	20	-
21	50	40	20	20	40	-		46	30	25	10	50	30	-
22	50	30	30	40	20	-		47	20	15	10	20	25	-
23	30	40	50	20	30	40		48	10	15	20	20	10	-
24	40	30	50	30	20	50		49	40	55	25	30	35	-
25	40	20	30	40	30	20		50	30	15	50	20	15	-

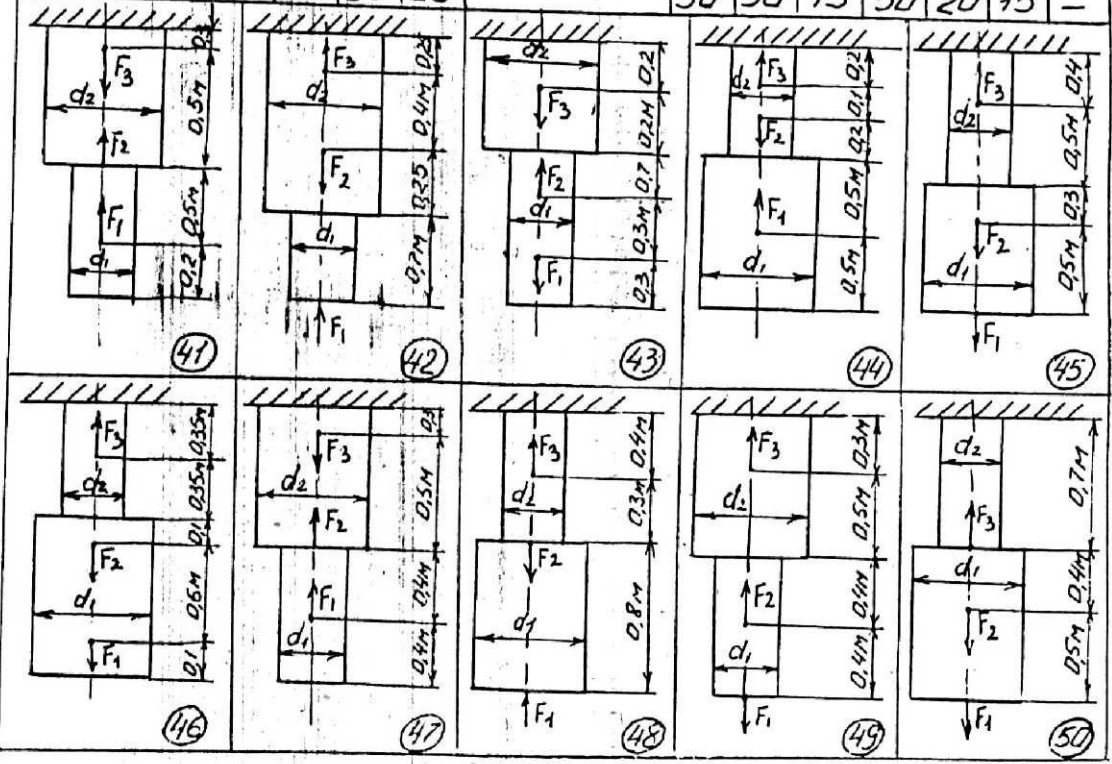


Рис. 6

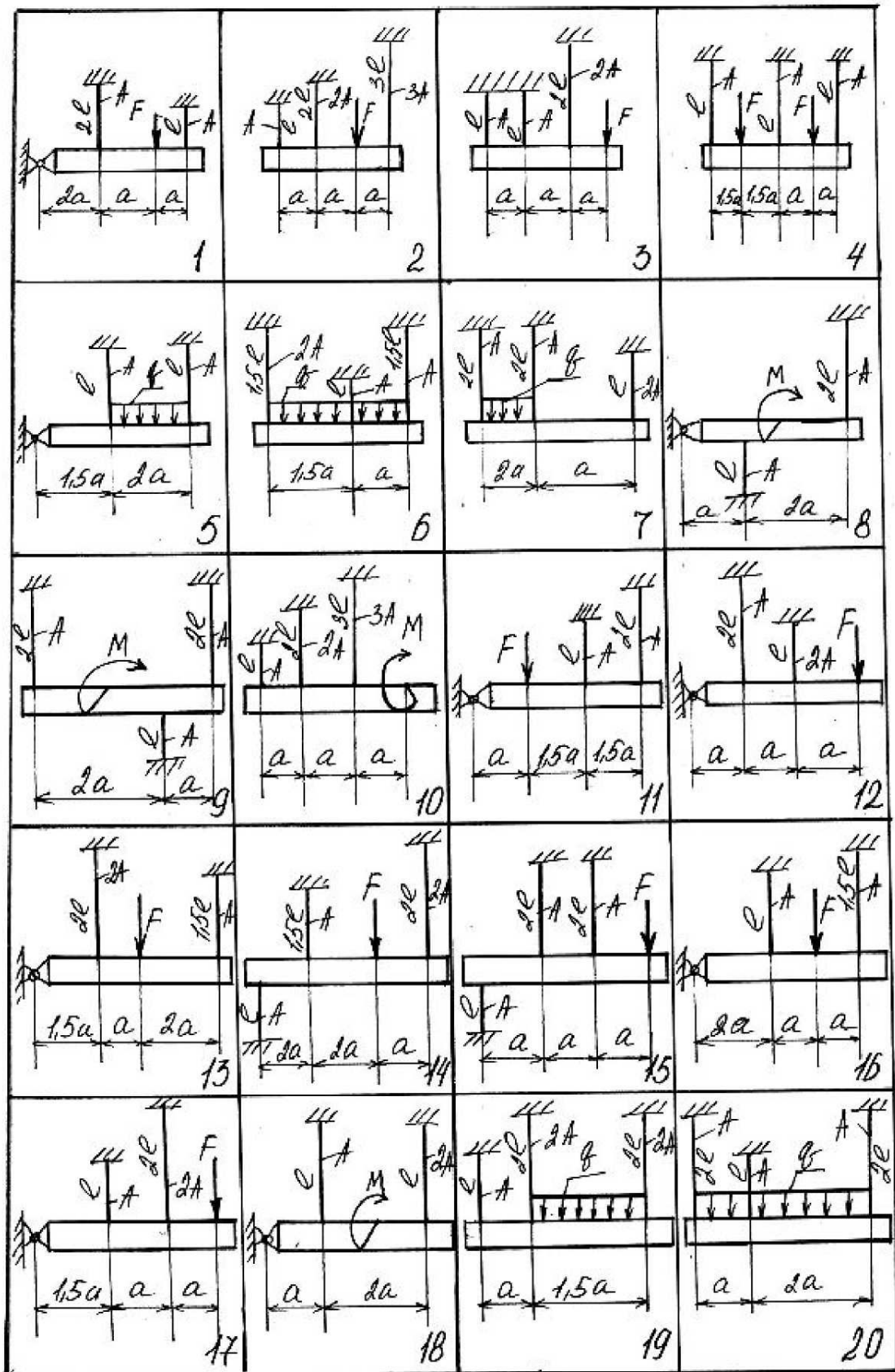


рис. 8

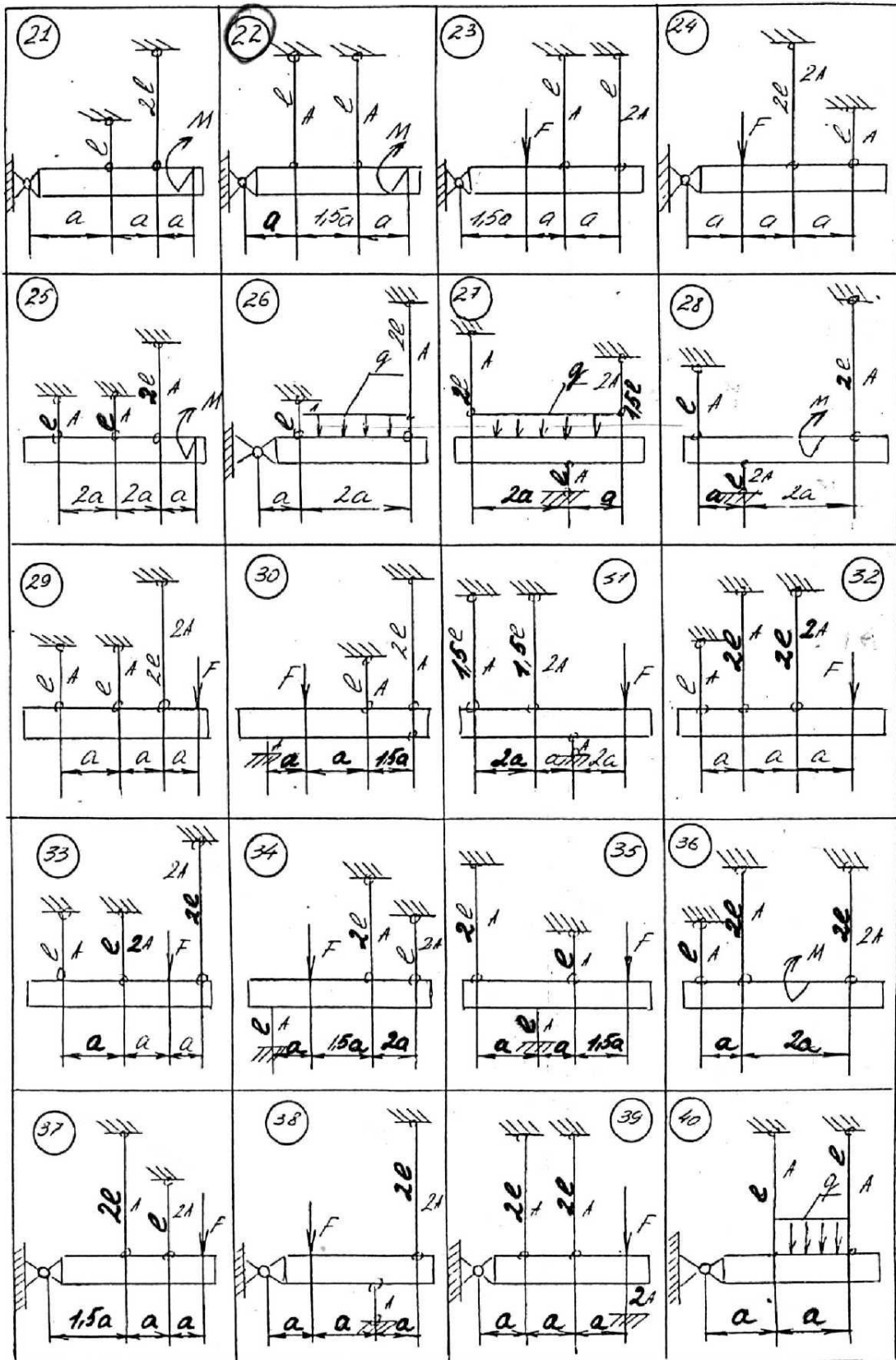


Рис. 8

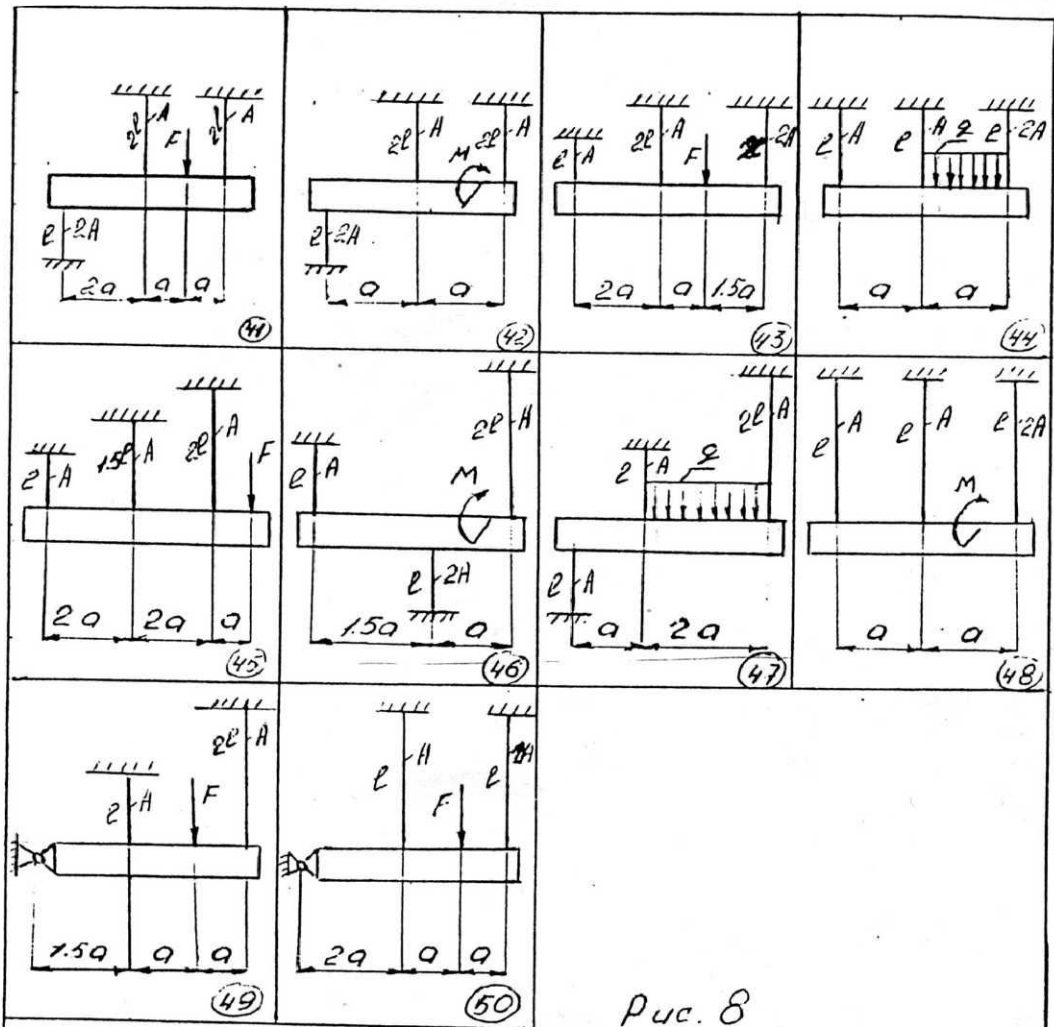


Рис. 8

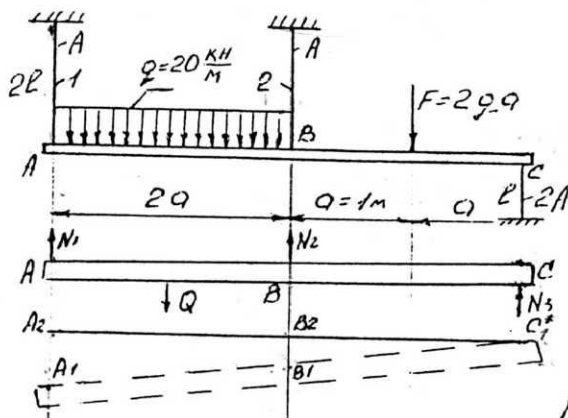


Рис. 9

Задача № 2

Расчет статически неопределимой стержневой системы.

Для заданной статически неопределимой стержневой системы (рис.8) требуется:

- 1) определить усилия и напряжения в поперечных сечениях стержней, выразив их через F или M , или q , при этом горизонтальный брус, подвешенный на стержнях, считать абсолютно жестким;
- 2) из условия прочности стержней определить допускаемое значение $[F]$ или $[M]$, или $[q]$, если предел текучести $\sigma_T=240$ н/мм², коэффициент запаса прочности $K_T=1,5$.

Данные для расчета см. в табл.2.

Таблица 2.

№ варианта	а, м	A, мм ²	l, м	№ варианта	а, м	A, мм ²	l, м
1	1	200	1	26	1	220	2
2	1,5	400	1,2	27	1,4	230	1,8
3	2	300	1,4	28	1,8	240	2,3
4	0,5	150	1,5	29	1,0	250	2,4
5	2	250	1,5	30	2	300	1,8
6	1,4	400	2	31	2,2	350	1,2
7	2,5	350	1,6	32	1	180	2,2
8	0,75	100	1,5	33	0,5	100	1,8
9	1,25	125	2,4	34	0,75	150	2,4
10	1,8	225	2,4	35	1	125	2,2
11	1	200	1,5	36	2	200	1,8
12	1	250	1,4	37	2	220	1,4
13	2,5	200	1,5	38	2,5	320	2,5
14	2,0	200	1	39	2,5	330	2,5
15	2,5	300	1	40	2,5	280	2,0
16	1,5	250	1,5	41	1,5	260	2
17	1,8	300	2	42	1,8	240	2
18	2	300	1,5	43	2,4	320	2,2
19	2,5	200	1	44	2	250	1,8
20	2,4	300	1,5	45	2,4	270	2
21	2,6	250	1,2	46	2,4	340	2,5
22	2	300	2	47	2,6	360	2,5
23	1,8	200	1,5	48	2,4	380	3,0
24	2	400	1,2	49	2,4	390	3,0
25	1,5	230	1,4	50	2,6	400	3,0

Для такой системы сил статика дает два уравнения равновесия.

Этих уравнений недостаточно для решения задачи. Дополнительные уравнения составляют из условия деформации системы.

Чтобы составить дополнительные уравнения, необходимо представить стержневую систему в деформированном виде и непосредственно из чертежа (геометрически) установить зависимость между перемещениями стержневой системы.

Если в начале решения задачи окажется затруднительным изображение положения бруса после деформации (не совсем ясно, какие стержни будут растянуты, а какие сжаты), то в таких случаях следует предположить, что все стержни испытывают растяжение и соответственно изобразить систему в деформированном состоянии. В соответствии с этим усилия в стержнях должны быть изображены как растягивающие.

В результате решения задачи может оказаться, что усилия в отдельных стержнях получаются со знаком "минус". Это значит, что для этих стержней предположение о направлении усилий было неверно - фактически они испытывают сжатие.

Пример2. Для заданной стержневой системы (рис.9) требуется:

- 1) определить усилия в стержнях, считая брус ABC абсолютно жестким.
- 2) из условия прочности определить площадь поперечного сечения стержней, если $\sigma_T=200 \text{ н/мм}^2$; $K_T=2$.

Решение. Рассмотрим равновесие бруса под действием заданных нагрузок и неизвестных усилий N_1 , N_2 , N_3 . Указанные усилия образуют плоскую систему параллельных сил, для которой статика дает два уравнения равновесия. Следовательно, задача статически неопределима. Проектируя все силы на вертикальную ось, получаем:

$$N_1 - q \cdot 2a + N_2 - F + N_3 = 0 \text{ откуда } N_1 + N_2 + N_3 = 4qa$$

Равенство нулю суммы моментов относительно точки A дает:

$$-q2a \cdot a + N_2 \cdot 2a - F \cdot 3a + N_3 \cdot 4a = 0$$

$$\text{или } N_2 + 2N_3 = 4qa$$

Из рис.9 следует: удлинения (укорочения) стержней равны

$$\Delta l_1 = AA_1; \quad \Delta l_2 = BB_1; \quad \Delta l_3 = CC_1$$

Проведя вспомогательную прямую C_1A_2 , параллельную первоначальному положению бруса, получаем подобные треугольники $A_1A_2C_1$ и $B_1B_2C_1$.

Из подобия треугольников получаем:

$$\frac{A_2A_1}{B_2B_1} = \frac{4a}{2a}; \quad \frac{\Delta l_1 - \Delta l_3}{\Delta l_2 - \Delta l_3} = 2, \text{ откуда } \Delta l_1 = 2\Delta l_2 - \Delta l_3$$

Это и есть уравнение совместности деформаций. Выражая удлинения стержней по формуле Гука, получаем:

$$\frac{N_1 2l}{EA} = 2 \frac{N_2 2l}{EA} - \frac{N_3 l}{EA}, \text{ откуда } N_1 = 2N_2 - \frac{1}{4}N_3$$

Решая систему из трех уравнений с тремя неизвестными:

$$N_1 + N_2 + N_3 = 4qa, \quad N_2 + 2N_3 = 4qa, \quad N_1 - 2N_2 + \frac{1}{4}N_3 = 0$$

$$\text{находим } N_1 = \frac{32}{21}qa, \quad N_2 = \frac{20}{20}qa, \quad N_3 = \frac{38}{21}a.$$

Величины всех усилий получились положительными. Это указывает на то, что предварительно выбранные направления этих усилий верны, т.е. стержни 1 и 2 работают на растяжение, а стержень 3 работает на сжатие.

Определяем напряжения в стержнях:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{32}{21A}; \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{A} = \frac{20qa}{21A}; \quad \sigma_3 = \frac{N_3}{2A} = \frac{38qa}{42A}$$

Наибольшие напряжения возникают в стержне 1. Из условия прочности этого стержня определим площадь A :

$$\sigma_1 = \frac{32qa}{21A} \leq [\sigma] \quad ([\sigma] = \frac{\sigma_T}{K_T}) \text{ откуда}$$

$$A = \frac{32qaK_T}{21} = \frac{32 \cdot 20 \cdot 1 \cdot 2}{21 \cdot 200 \cdot 10^5} = 3,05 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

Напряжения в стержнях 2 и 3 при найденной площади поперечного сечения.

$$\sigma_2 = \frac{20 \cdot 20 \cdot 1}{21 \cdot 3,05 \cdot 10^{-4}} = 62,5 \text{ н/мм}^2$$

$$\sigma_3 = \frac{32 \cdot 20 \cdot 1}{42 \cdot 3,05 \cdot 10^{-4}} = 50 \text{ н/мм}^2$$

Задача 3.

Расчет соединений на сдвиг (срез) и смятие.

Для различных видов соединений определить напряжения среза, смятия, растяжения, а также определить необходимые параметры деталей соединения (рис. 10-17).

Данные для расчетов взять из таблицы к эскизам соединений.

Принять допускаемые напряжения

$$[\sigma_{см}] = 320 \text{ н/мм}^2 \quad [\tau_{ср}] = 100 \text{ н/мм}^2 \quad [\sigma_p] = 160 \text{ н/мм}^2$$

К решению данной задачи следует приступить после изучения темы "Сдвиг". Следует обратить внимание на то, что расчеты соединений являются условными и что явление "среза" всегда осложнено наличием других напряжений, которыми для упрощения расчетов обычно пренебрегают. Надо уметь показывать на чертежах площадки, на которых возникают напряжения среза, смятия, растяжения.

Пример 3. Два листа толщиной $t=10$ мм соединены внахлестку-шестью заклепками диаметром $d=20$ мм (рис. 18). Определить величину допускаемых растягивающих усилий и необходимую ширину листов при допускаемых напряжениях:

$$[\sigma_{см}] = 320 \text{ н/мм}^2 \quad [\tau_{ср}] = 120 \text{ н/мм}^2 \quad [\sigma_p] = 160 \text{ н/мм}^2$$

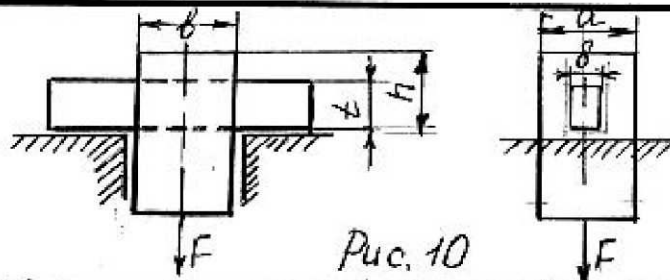


Рис. 10

$N_{\text{бap}}$	$F, \text{кН}$	$b, \text{мм}$	$N_{\text{бap}}$	$F, \text{кН}$	$b, \text{мм}$
1	20	40	4	35	25
2	30	35	5	45	40
3	40	50	6	50	60

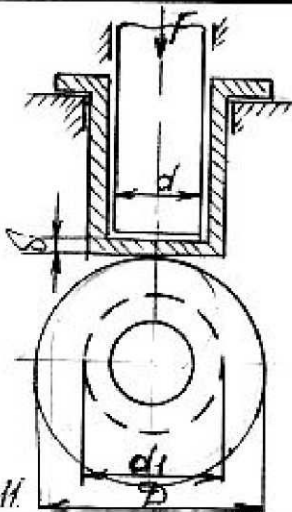


Рис. 11

$N_{\text{бap}}$	$F, \text{кН}$	$d, \text{мм}$	$\delta, \text{мм}$	$d_1, \text{мм}$	$N_{\text{бap}}$	$F, \text{кН}$	$d, \text{мм}$	$\delta, \text{мм}$	$d_1, \text{мм}$
7	30	20	8	30	10	60	30	2	40
8	40	25	6	35	11	70	35	4	45
9	50	28	4	45	12	80	40	6	50

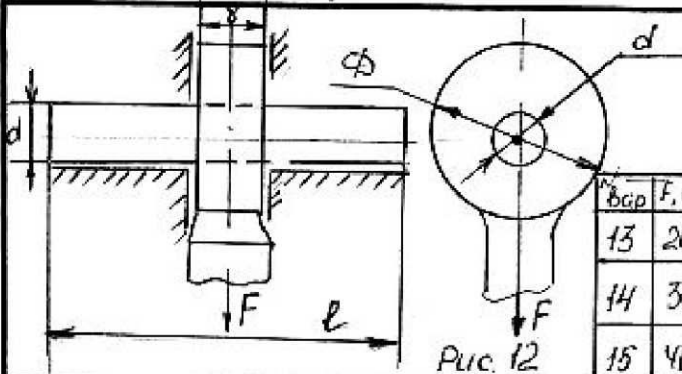


Рис. 12

$N_{\text{бap}}$	$F, \text{кН}$	$d, \text{мм}$	$\delta, \text{мм}$	$b, \text{мм}$	$N_{\text{бap}}$	$F, \text{кН}$	$d, \text{мм}$	$\delta, \text{мм}$	$b, \text{мм}$
13	20	18	30	50	16	50	30	50	70
14	30	20	40	60	17	70	36	40	60
15	40	24	50	70	18	80	40	60	80

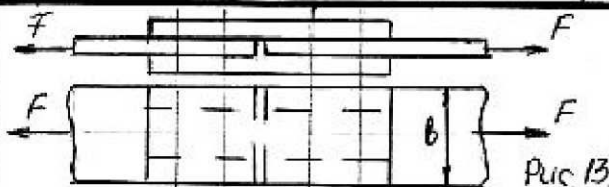
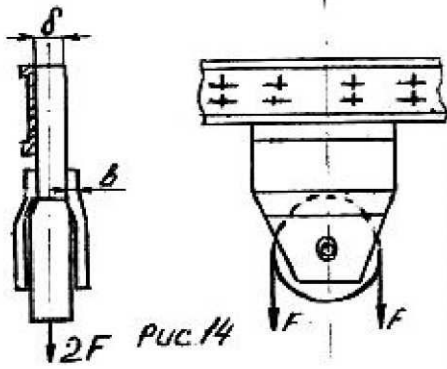
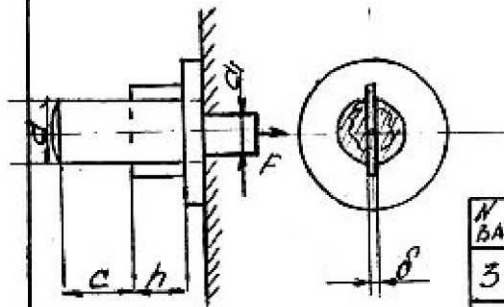


Рис. 13

$N_{\text{бap}}$	$d, \text{мм}$	$n, \text{шп}$	$N_{\text{бap}}$	$d, \text{мм}$	$n, \text{шп}$
19	18	4	22	30	4
20	20	6	23	36	6
21	24	8	24	40	8

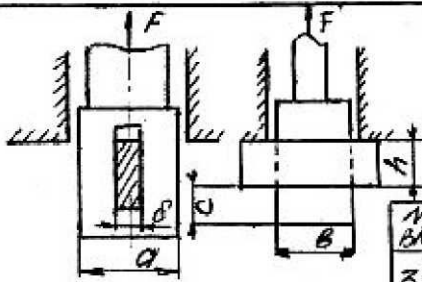


N BAP	F KH	δ MM	B MM	N BAP	F KH	δ MM	B MM
25	40	20	6	28	70	40	6
26	50	30	8	29	80	45	8
27	60	25	10	30	90	50	10



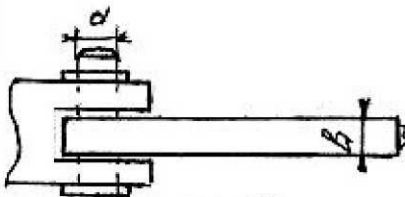
PLC. 15

N BAP	F KH	δ MM	δ_1 MM	δ' MM	N BAP	F KH	δ MM	δ_1 MM	δ' MM
31	50	22	18	8	34	100	30	24	10
32	70	20	16	10	35	120	32	26	12
33	90	24	20	12	36	140	36	30	14



PLC. 16

N BAP	F KH	δ MM	B MM	δ' MM	N BAP	F KH	δ MM	B MM	δ' MM
37	80	40	20	15	41	90	35	25	8
38	100	30	15	10	42	110	40	20	12
39	120	50	30	18	43	130	60	50	15
40	140	60	40	20	44	150	50	20	10



PLC. 17

N BAP	F KH	δ MM	B MM	δ' MM	N BAP	F KH	δ MM	B MM	δ' MM
45	60	14	20	18	48	70	40	30	35
46	50	20	25	25	49	80	25	20	20
47	40	20	30	20	50	90	50	30	40

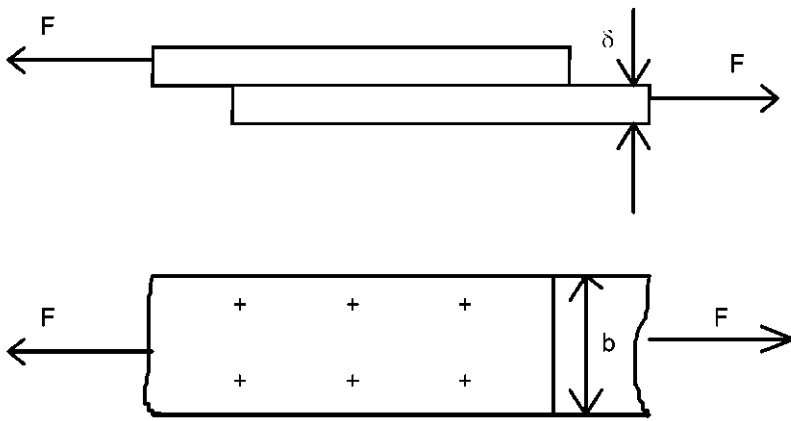


рис. 18

Решение. Из условия прочности на срез определим величину допускаемых

растягивающих усилий $\tau_{\text{ср}} = \frac{F}{A_{\text{ср}}} \leq [\tau_{\text{ср}}] \quad A_{\text{ср}} = \frac{\pi d^2}{4} \cdot z \cdot n,$

где n-число заклепок, z- число плоскостей среза (z=1), и тогда

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4} \cdot n \cdot z}, \text{ откуда } F = [\tau_{\text{ср}}] \cdot n \cdot \frac{\pi d^2}{4} = \frac{120 \cdot 6 \cdot 3,14 \cdot 100}{4} = 226 \text{ кН}$$

Из условия прочности на растяжения определим ширину листов в:

$$\sigma_{\text{ср}} = \frac{F}{A_{\text{раст}}} = \frac{F}{\delta(b - n \cdot d)} \leq [\sigma_{\text{р}}], \text{ отсюда}$$

$$b = \frac{F + [\sigma_{\text{р}}] \cdot \delta \cdot n \cdot d}{[\sigma_{\text{р}}]} = \frac{226000 + 160 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 20}{160 \cdot 10} = 180 \text{ мм}$$

Произведем проверочный расчет на смятие

$$\sigma_{\text{см}} \leq [\sigma_{\text{см}}] \quad \sigma_{\text{см}} = \frac{F}{n \cdot d \cdot \delta} = \frac{226000}{6 \cdot 20 \cdot 10} = 188 \text{ н / мм}^2 \quad \langle [\sigma_{\text{см}}] = 320 \text{ н / мм}^2$$

Задача 4.

Расчет вала на кручение .

Для заданного вала (рис. 19) требуется:

- 1) построить в выбранном масштабе эпюру крутящих моментов;

2) определить диаметры отдельных его участков (из условия прочности на кручение);

3) построить эпюру углов закручивания, произведя отчет углов от ведущего шкива

Данные для расчета из таблицы 3.

Таблица 3.

1	2	3	4	5	6	7	8
№ вар.	н ₁ /в	н ₂ /кв т	н ₃	об/м ин	а	в/вм	с
1	50	20	25	100	0,2	0,4	0,3
2	30	10	20	200	0,15	0,3	0,2
3	60	10	20	300	0,25	0,15	0,3
4	40	20	30	400	0,2	0,2	0,3
5	20	10	20	500	0,2	0,2	0,2
6	20	15	10	600	0,2	0,2	0,4
7	30	20	20	700	0,4	0,1	0,2
8	40	30	20	800	0,2	0,3	0,1
9	30	20	10	900	0,1	0,4	0,2
10	20	30	20	800	0,1	0,4	0,3
11	35	20	15	700	0,7	0,5	0,5
12	150	100	50	600	0,5	0,3	1,0
13	40	25	20	500	0,4	0,2	0,8
14	110	60	30	400	0,4	0,1	0,9
15	40	15	25	300	0,5	0,2	0,7
16	75	40	15	200	0,8	0,6	0,2
17	90	60	25	100	0,6	0,3	0,4
18	65	35	20	90	0,3	0,2	0,4
19	140	110	60	120	0,3	0,2	0,2
20	120	80	40	150	0,2	0,3	0,4
21	130	90	40	140	0,6	0,4	0,2
22	100	65	25	240	0,7	0,6	0,3
23	90	45	20	250	0,6	0,8	0,4
24	120	30	30	280	0,7	0,7	0,5
25	80	55	35	180	0,6	0,4	0,3
26	110	50	40	160	0,8	0,9	0,7
27	85	45	40	170	0,7	0,9	0,8
28	72	54	36	220	0,5	0,3	0,7
29	75	60	45	240	0,3	0,5	0,7
30	120	40	20	100	0,9	0,2	0,6
31	15	10	35	90	0,7	0,9	0,8
32	75	80	25	80	0,4	0,6	0,5
33	55	65	25	100	0,3	0,2	0,3
34	45	50	35	70	0,2	0,4	0,6
35	80	65	45	100	0,7	0,8	0,9
36	50	40	30	90	0,4	0,6	0,7
37	70	60	40	100	0,9	0,6	0,4
38	55	40	18	120	0,5	0,8	0,7
39	65	55	35	140	0,4	0,3	0,2
40	40	30	100	100	0,2	0,6	0,7
41	60	40	20	80	0,5	0,8	0,4
42	150	100	75	240	0,4	0,7	0,3

43	95	70	45	250	0,4	0,6	0,2
44	110	85	50	200	0,6	0,7	0,5
45	130	90	55	180	0,4	0,3	0,2
46	70	45	30	150	0,2	0,2	0,4
47	85	50	25	200	0,5	0,3	0,4
48	100	65	30	240	0,4	0,7	0,6
49	90	70	35	200	0,5	0,6	0,3
50	140	110	50	250	0,4	0,2	0,2

2. Найти скручивающие моменты, передаваемые каждым шкивом.

3. Построить эпюру крутящих моментов.

4. Определить диаметры вала на отдельных его участках, округляя полученные величины до стандартных размеров в большую сторону ($d=30,35,40,45,50,60,70,80,90,100,110,125,140,160,180,200$ мм).

5. Определить величину углов закручивания отдельных участков вала и построить эпюру углов закручивания для всего вала.

Пример 4. На стальной вал посажены четыре шкива

(рис. 20). Мощность, передаваемая шкивами, составляет:

$N_1 = 10$ кВт $N_2 = 20$ кВт $N_3 = 30$ кВт. Количество оборотов вала:

$n = 300$ об/мин. Необходимо :

1) построить эпюру крутящих моментов ;

2) определить из условия прочности диаметры вала на отдельных его участках;

3) построить эпюру углов закручивания вала.

Принять: $[\tau] = 100$ н/мм² $G = 8 \cdot 10^4$ н/мм².

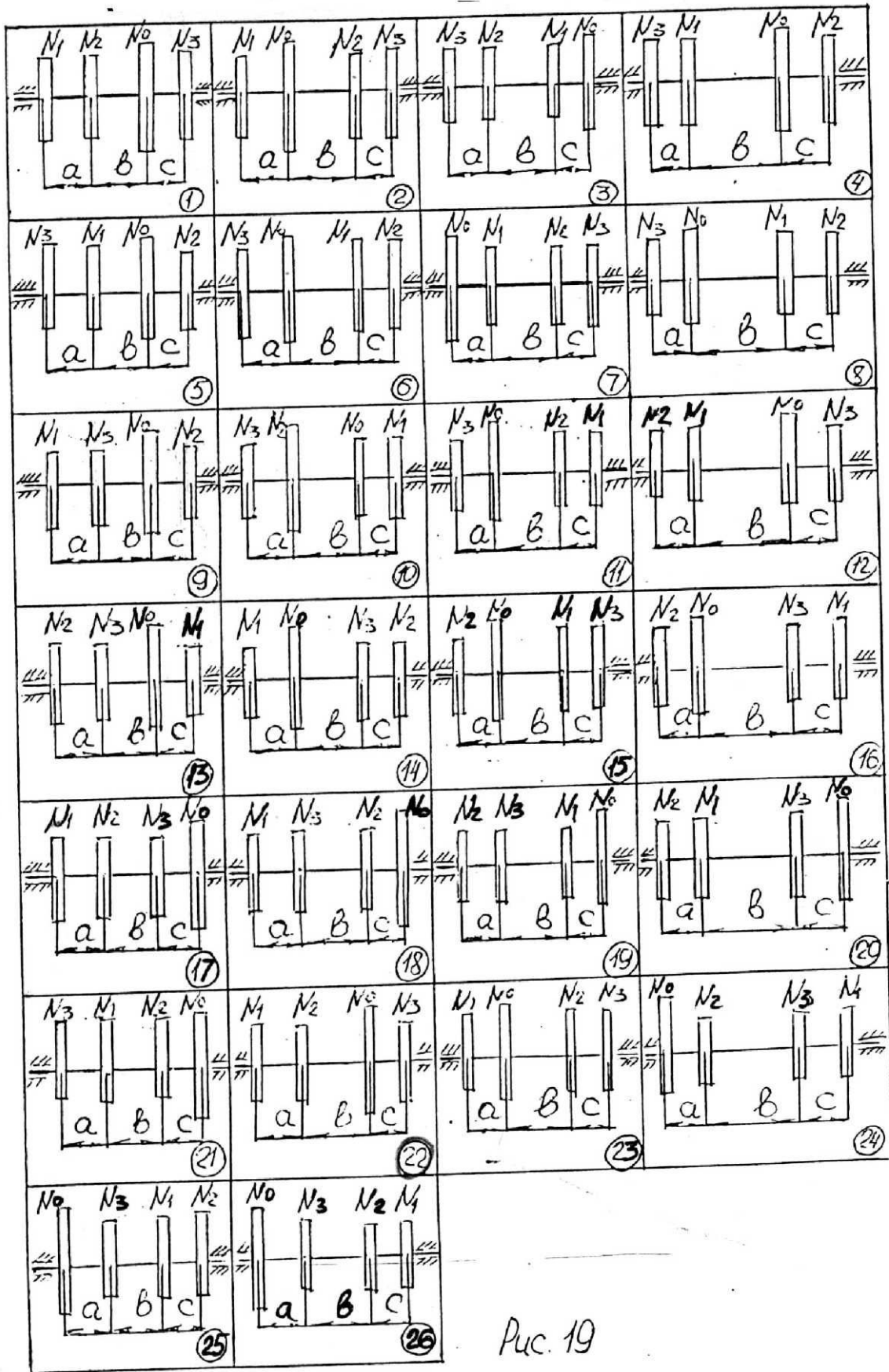


Рис. 19

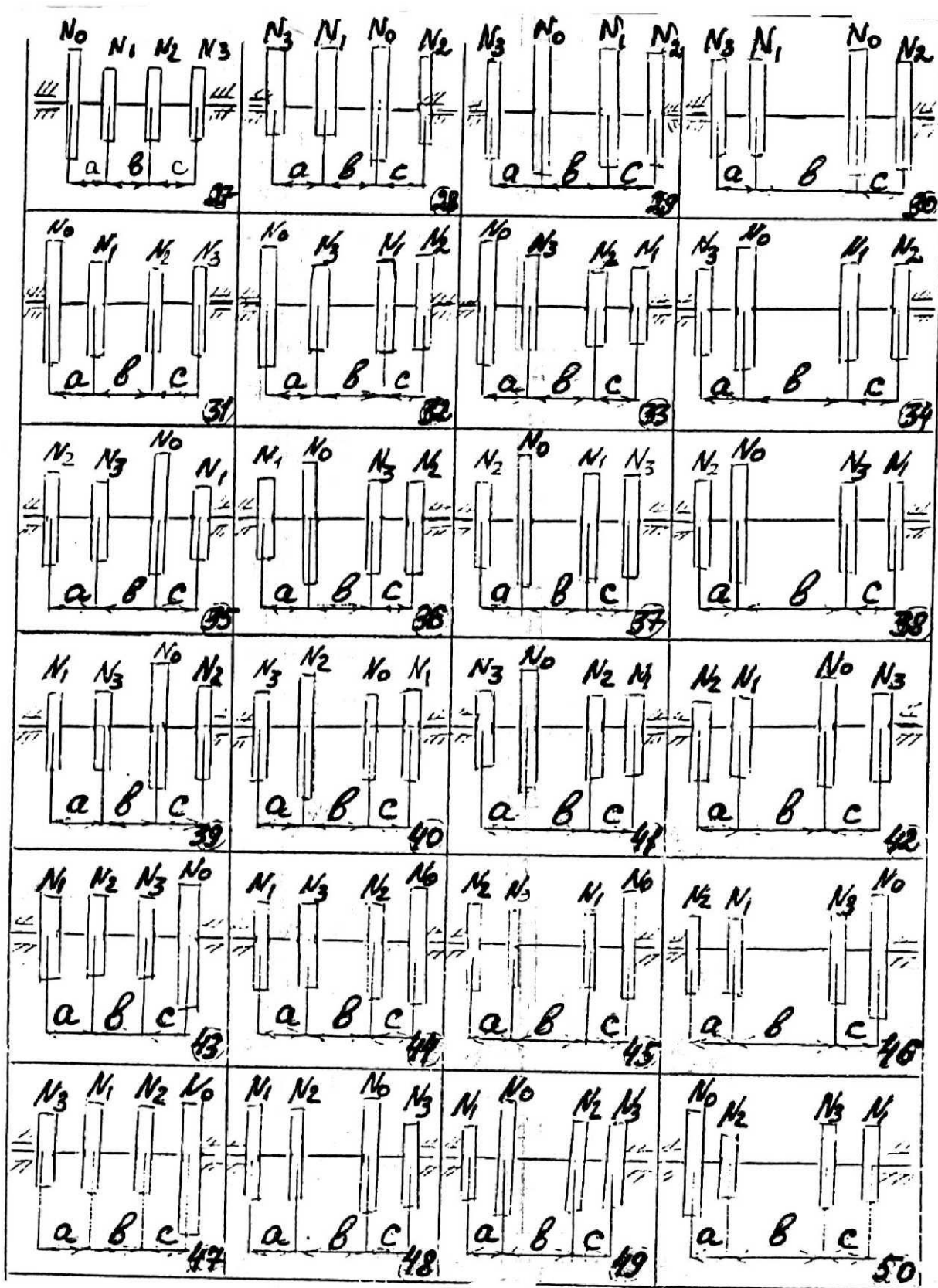
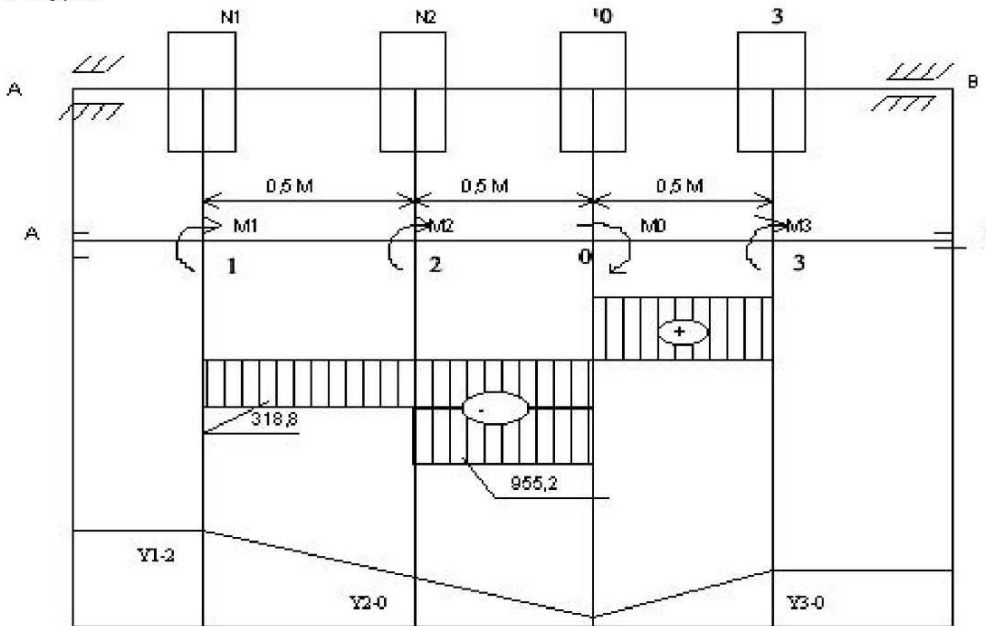


рис. 19

Рис.20



Решение. Мощность на ведущем шкиве равна сумме мощностей на ведомых шкивах, т. е: $N_0 = N_1 + N_2 + N_3 = 10 + 20 + 30 = 60$ кВт

Угловая скорость вращения вала $\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{3,14 \cdot 3000}{30} = 314$ рад/с.

Величины скручивающих моментов, которые передаются на вал от отдельных шкивов вычисляются по формуле:

$$M = 1000 \frac{N}{\omega} \text{ нм (N в кВт, } \omega \text{ в рад/с)}$$

$$M_1 = 1000 \frac{10}{31,4} = 318,4 \text{ нм, } M_2 = 2M_1 = 636,8 \text{ нм, } M_3 = 3M_1 = 955,2 \text{ нм,}$$

$$M_0 = 6M_1 = 1910,4 \text{ нм}$$

Величина крутящих моментов на отдельных участках вала равна:

на участке А-1 и 3-В $M_K = 0$

на участке 1-2 $M_K = -M_1 = -318,4$ нм

на участке 2-0 $M_K = -M_1 - M_2 = -955,2$ нм

на участке 0-3 $M_K = -M_1 - M_2 + M_0 = 955,2$ нм

По полученным данным на рис. 20 построена эпюра крутящих моментов.

Диаметр вала определим по формуле: $d \geq \sqrt[3]{\frac{M_k}{0,2 [\tau]}}$

на участке 1-2
$$d_{1-2} = \sqrt[3]{\frac{318,4 \cdot 10^{-6}}{0,2 \cdot 100}} = 0,0252$$

принимаем $d_{1-2} = 0,03\text{м} = 30\text{мм}$

на участке 2-0
$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{955,2 \cdot 10^{-6}}{0,2 \cdot 100}} = 0,036$$

принимаем $d_2 = 0,04\text{м} = 40\text{мм}$

на участке 0-3 $d_{0-3} = d_{2-0} = 40\text{мм}$

Углы закручивания на отдельных участках вала определяем по формуле:

$$\varphi = \frac{M_{bp} \cdot l}{GI_p} \quad (I_p = \frac{\pi d^4}{32}) \approx 0,1 \cdot d^4$$

Угол поворота сечения А относительно сечения 1 равен нулю:

сечение 1 относительно сечения 2

$$\varphi_{1-2} = \frac{318,4 \cdot 10^{-6} \cdot 0,5 \cdot 32}{8 \cdot 10^{-4} \cdot 3,14 \cdot 0,03^4} = 0,025 \text{ рад}$$

Сечения 2 относительно сечения 0

$$\varphi_{2-0} = \frac{955,2 \cdot 10^{-6} \cdot 0,5 \cdot 32}{8 \cdot 10^{-4} \cdot 3,14 \cdot 0,04^4} = 0,023 \text{ рад}$$

Угол поворота сечения 1 относительно сечения 0 равен сумме углов

$$\varphi_{1-2}, \varphi_{2-0}, \varphi_{1-0} = 0,025 + 0,023 = 0,048 \text{ рад}$$

Угол поворота сечения 3 относительно сечения 0:

$$\varphi_{3-0} = \frac{955,2 \cdot 10^{-6} \cdot 0,5 \cdot 32}{8 \cdot 10^{-4} \cdot 3,14 \cdot 0,04^4} = 0,023 \text{ рад}$$

Угол поворота сечения В относительно сечения 3 равен нулю.

Эпюры углов закручивания построены на рис. 20 .

Задача 5.

Расчет балки на изгиб.

Для заданной балки (рис. 21) требуется:

- 1) построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов;
- 2) из расчета на прочность подобрать двутавровое, круглое и прямоугольное сечение (для прямоугольного сечения h : $v=2$, если $[\sigma] = 160 \text{ н / мм}^2$, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ н / мм}^2$).

Данные для расчета приведены в таблице 4.

Таблица 4.

№ вар.	q кН/м	F кН	M кНм	a м	b м	c м	d м
1	2	3	4	5	6	7	8
1	20	100	15	5	4	3	5
2	25	80	20	1	2	4	5
3	30	70	22	3	5	1	1
4	35	90	24	1	2	4	5
5	40	60	30	2	4	6	6
6	45	50	32	1	5	3	1
7	50	30	36	2	2	1	5
8	55	20	40	2	1	1	4
9	60	120	44	3	1	1	3
10	70	40	50	3	2	1	2
11	12	32	22	2	2	5	1
12	16	24	18	2	3	3	2
13	10	20	24	1	3	4	2
14	8	18	26	3	2	3	2
15	6	30	20	3	2	4	2
16	15	34	16	2	4	2	2
17	14	26	25	1	3	4	2
18	16	22	30	2	4	3	1
19	12	30	24	3	3	2	2
20	10	24	28	2	4	1	3
21	8	36	20	2	3	3	2
22	16	24	30	4	3	1	2
23	12	18	26	3	2	3	2
24	8	16	18	4	2	2	2
25	10	22	24	5	2	2	1
26	6	20	25	4	3	2	1
27	14	24	20	3	2	3	2
28	6	32	28	1	5	1	3
29	8	26	22	2	2	4	2
30	15	28	32	1	3	4	2
31	10	20	24	2	4	2	2
32	14	16	28	1	5	3	1
33	6	24	30	2	3	3	2
34	8	18	20	3	4	1	2
35	12	30	26	2	2	4	2
36	15	28	25	1	3	4	2
37	10	22	16	2	1	5	2
38	12	20	18	3	1	5	1
39	14	24	24	2	2	4	2
40	6	25	30	1	2	4	3

41	16	22	22	2	1	5	2
42	8	28	32	2	3	4	1
43	14	26	18	2	2	5	1
44	10	18	24	2	3	2	3
45	12	34	16	2	3	3	2
46	16	24	30	2	4	4	1
47	8	12	20	2	2	1	5
48	10	16	22	2	1	2	3
49	14	22	16	2	2	2	5
50	12	24	16	1	2	5	2

Задача 5. К решению задачи следует приступить после изучения темы "Поперечный изгиб". Особое внимание необходимо обратить на построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов. Для усвоения этого вопроса следует самостоятельно решать несколько задач, разобрать пример 5 и только после этого приступить к решению контрольной задачи. Необходимо также изучить вопрос о напряжениях, возникающих при изгибе в поперечных сечениях балки. Для подбора поперечного сечения балки необходимо воспользоваться формулой $W_x = \frac{M_{\max}}{[\sigma]}$

По полученному значению осевого момента сопротивления можно подобрать соответствующий стандартный профиль или выразив момент сопротивления через геометрические размеры сечения, определить необходимую их величину.

Пример 5. Для заданной балки (рис. 22) требуется:

- 1) построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов
- 2) из условия прочности по нормальным напряжениям подобрать двутавровое сечение, если $[\sigma] = 160 \text{ н/мм}^2$ $q = 0,01 \text{ кн/м}$

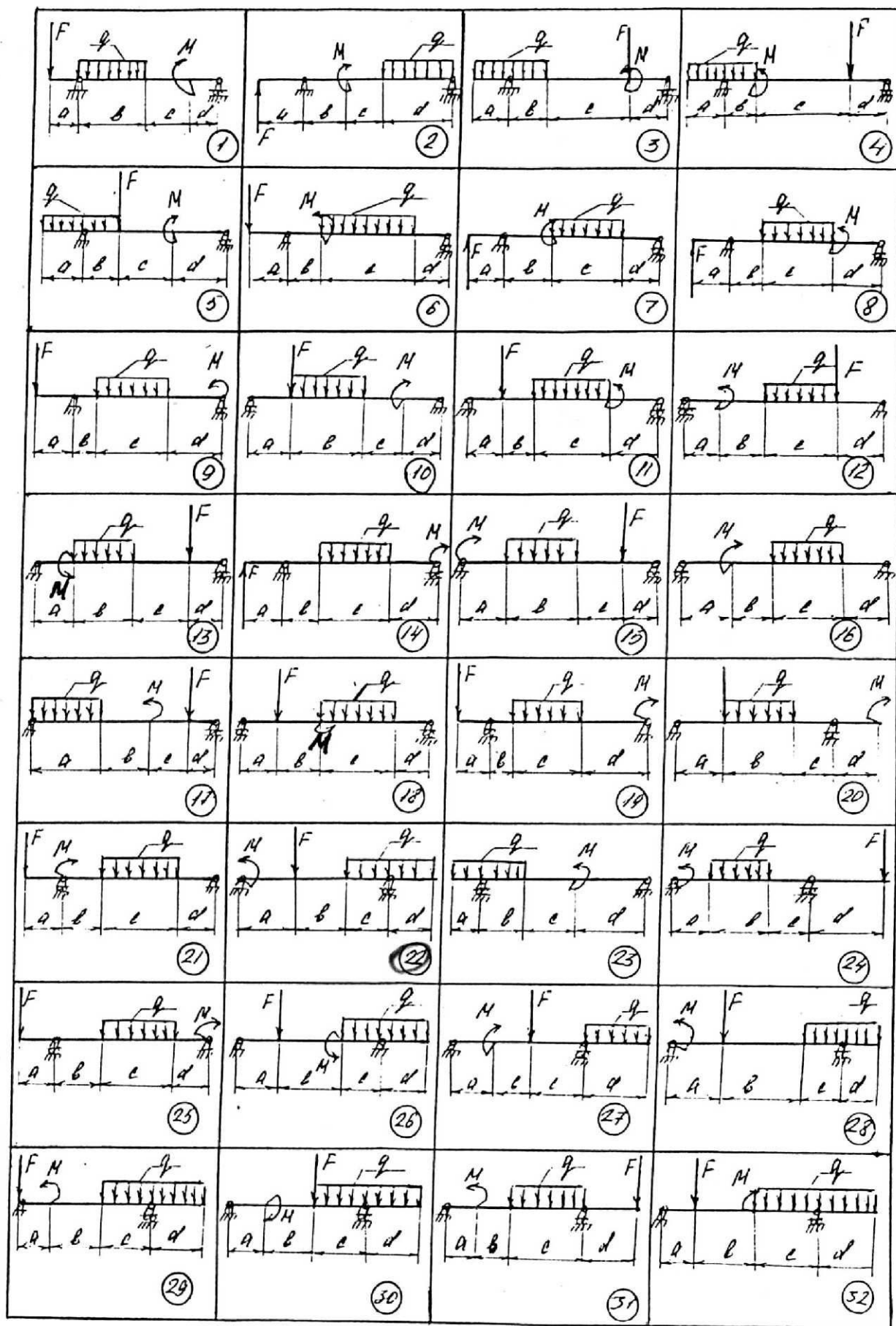


Рис. 21

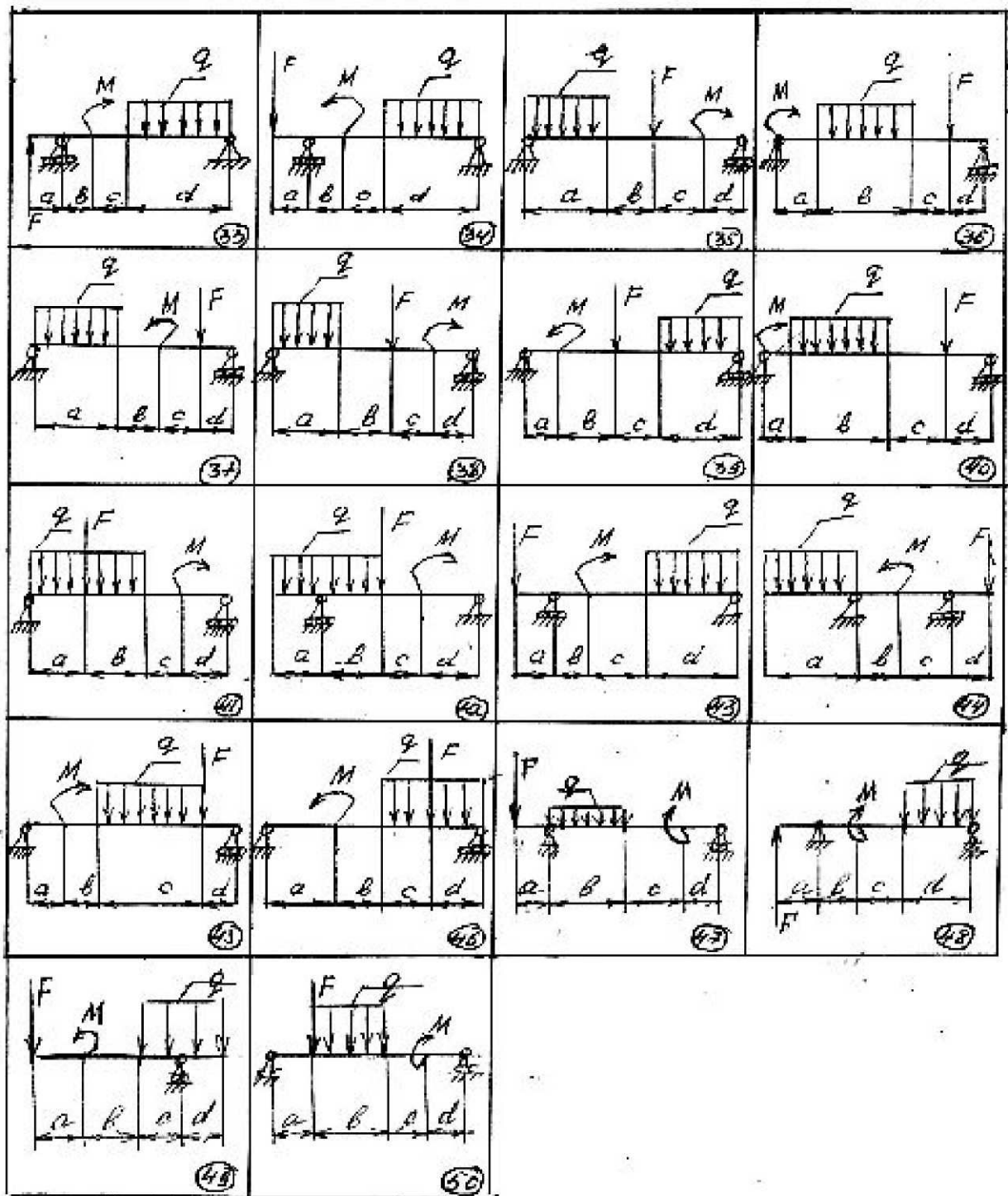
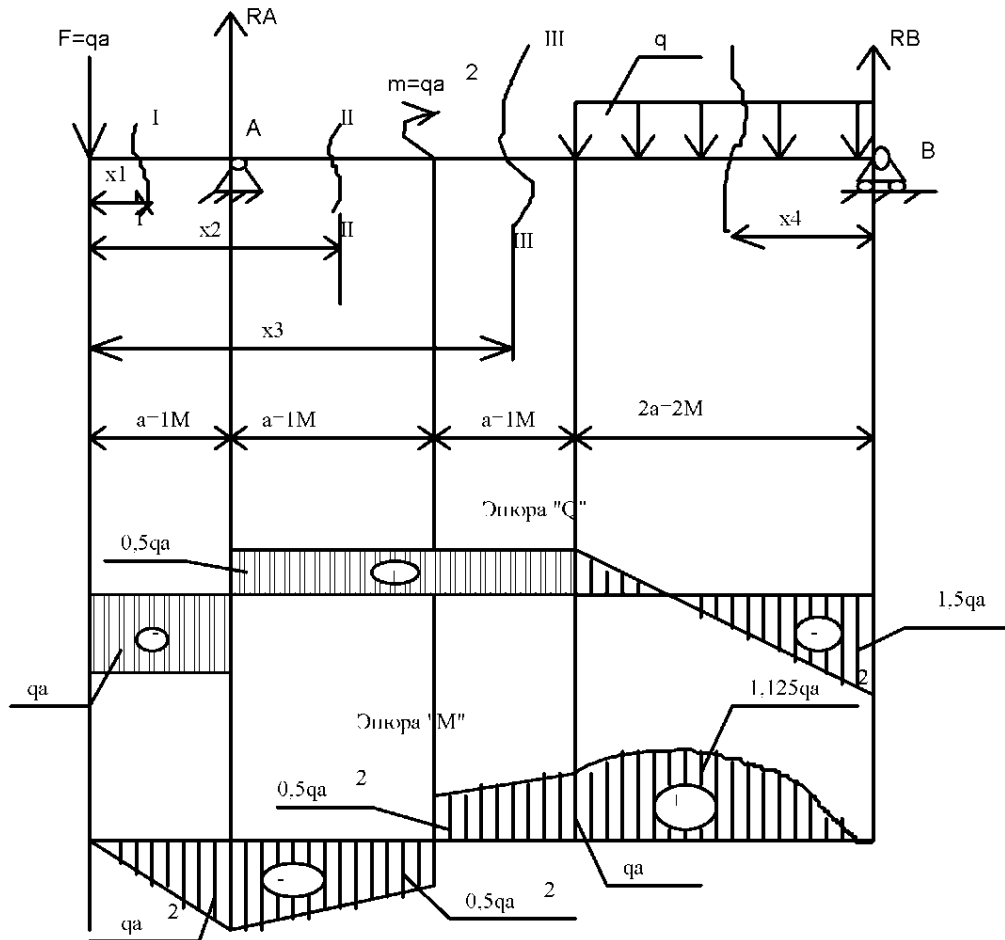


Рис. 21

Рис.22



Решение.

Определяем опорные реакции. С этой целью составляем уравнения статики.

$$\sum M_A = 0; Fa - m - q \cdot 2a \cdot 3a + R_B \cdot 4a = 0$$

откуда $R_B = 1,5qa$

$$\sum M_B = 0; qa \cdot 2a - m - R_A \cdot 4a + F \cdot 5a = 0$$

откуда $R_A = 1,5qa$.

Составляем для проверки сумму проекций на вертикальную ось всех сил, действующих на балку, получаем:

$$-F + R_A - 2qa + R_B = -qa + 1,5qa - 2qa + 1,5qa = 0$$

Следовательно, опорные реакции найдены правильно.

В соответствии с характером загрузки устанавливаем, что балка имеет четыре различных участка, для которых должны быть составлены аналитические выражения Q и M .

Для сечения 1-1 имеем: $Q_1 = -F = -qa$ $M_1 = -Fx_1 = -qax_1$ $0 \leq x_1 \leq a$

Для этого участка поперечная сила не зависит от x_1 и поэтому на протяжении всего участка она не меняет своей величины.

На этом же участке изгибающий момент изменяется по линейному закону, поэтому достаточно знать лишь две ординаты эпюры моментов.

При $x_1=0$ $M_1=0$

$$x_1=a \quad M_1=-qa^2$$

Для сечения II-II находим

$$Q_{II} = -F + R_A = -qa + 1,5qa = 0,5qa$$

$$M_{II} = -Fx_2 + R_A \cdot (x_2 - a) = -qax_2 + 1,5qa \cdot (x_2 - a) \quad a \leq x_2 \leq 2a$$

При $x_2=a$ $M_2=-qa^2$

$$x_2=2a \quad M_2=-0,5qa^2$$

Для сечения III-III имеем:

$$Q_{III} = -F + R_A = -qa + 1,5a = 0,5qa$$

$$M_{III} = -Fx_3 + R_A(x_3 - a) + m = -qax_3 + 1,5qa(x_3 - a) + qa^2$$

$$2a \leq x_3 \leq 3a$$

При $x_3=2a$ $M_3=0,5qa^2$

$$x_3=3a \quad M_3=qa^2$$

Найдем теперь выражения поперечной силы и пригибающего момента для четвертого участка. Однако, прежде чем это сделать, вспомим, что M и Q можно найти как из равновесия левой части, так и из равновесия правой отсеченной части. Каждый раз к выбору решения надо подходить с точки зрения, возможной простоты и наименьшего количества вычислений. В данном случае выгодно рассматривать правую часть:

$$Q_{Iy} = -R_B + qx_4 = -1,5qa + qx_4$$

$$M_{Iy} = R_B x_4 - q \frac{x_4^2}{2} = 1,5qax_4 - \frac{qx_4^2}{2}$$

$$0 \leq x_4 \leq 2a$$

В полученных равенствах Q_{Iy} и M_{Iy} являются функциями, причем Q_{Iy} меняется по линейному закону, а M_{Iy} по закону параболы.

В связи с этим необходимо вычислить значение M_{Iy} в нескольких точках: при $x_4=0$ $Q_{Iy} = 1,5$ $M_{Iy} = 0$

$$\text{при } x_4 = a \quad O_{1y} = -0,5 \quad M_{1y} = a$$

$$\text{при } x_4 = 2a \quad O_{1y} = 0,5 \quad M_{1y} = a$$

По найденным величинам построены эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (рис. 22)

Наибольшее значение изгибающего момента возникает в сечении, значение которого определяется из условия $Q(x) = 0$, т.е. там, где поперечная сила равна нулю, изгибающий момент принимает максимальное значение. Это подтверждается дифференциальной зависимостью $\frac{dM}{dx} = 0$. В нашем случае при $O_{1y} = 0$ имеем $x_0 = 1,5$

а. Максимальный изгибающий момент равен

$$M_{\max} = M_{1y}(X_0) = 1,125 qa^2$$

Определяем требуемый момент сопротивления

$$W = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{1,125 qa^2}{[\sigma]} = \frac{1,125 \cdot 10^6}{160} = 70 \text{ мм}^3.$$

Подбираем двутавр сортамента 1956 г. (ГОСТ 8239 - 56) № 14.

Задача 6.

Расчет на устойчивость.

Для стойки (рис. 23) определить допускаемое значение сжимающей силы при заданной величине $[n_y]$. Материал стойки сталь 3. Размеры поперечного сечения стойки: $b = 0,04$ м; $h = 0,06$ м; $d = 0,05$ м. Остальные данные приведены в таблице 5.

К решению задачи следует приступить после изучения темы " продольный изгиб " и " устойчивость ".

Решение задачи необходимо начинать с определения главных центральных моментов инерции заданного сечения и соответствующих радиусов инерции. Для стандартных профилей при решении этой задачи нужно воспользоваться соответствующими таблицами. Полученные результаты позволяют установить в какой из главных плоскостей

N _{BAR}	l, M	[M _y]	N _{BAR}	l, M	[M _y]	N _{BAR}	l, M	[M _y]	N _{BAR}	l, M	[M _y]
1	2	2,5	14	2,5	2,8	27	4,8	2,6	40	4,5	2,6
2	2,5	3	15	1,75	2	28	4,6	2,8	41	4,8	2,4
3	3	2,2	16	2	3,0	29	3,8	2,7	42	3,4	2,6
4	1,5	2,3	17	2	2,6	30	3,5	3	43	3,2	3
5	4	2,6	18	3	2,5	31	3,2	2,8	44	3,7	3,5
6	3,5	3,2	19	4	2,8	32	3	2,8	45	3,1	2,7
7	4,2	2,3	20	4	2,6	33	2,2	2,5	46	3,3	2,4
8	3,4	3,2	21	4,5	3	34	2,4	2	47	3,9	2
9	2,8	2	22	5	2	35	2,6	2,2	48	4,1	2,7
10	4,5	2,1	23	4	2,8	36	2,8	2,4	49	3,4	2,5
11	2	2,4	24	3,6	2,8	37	3	2	50	3,6	2,0
12	2	3,1	25	3	3	38	4	2,2			
13	3	2,4	26	3,5	2,6	39	4,2	2,8			

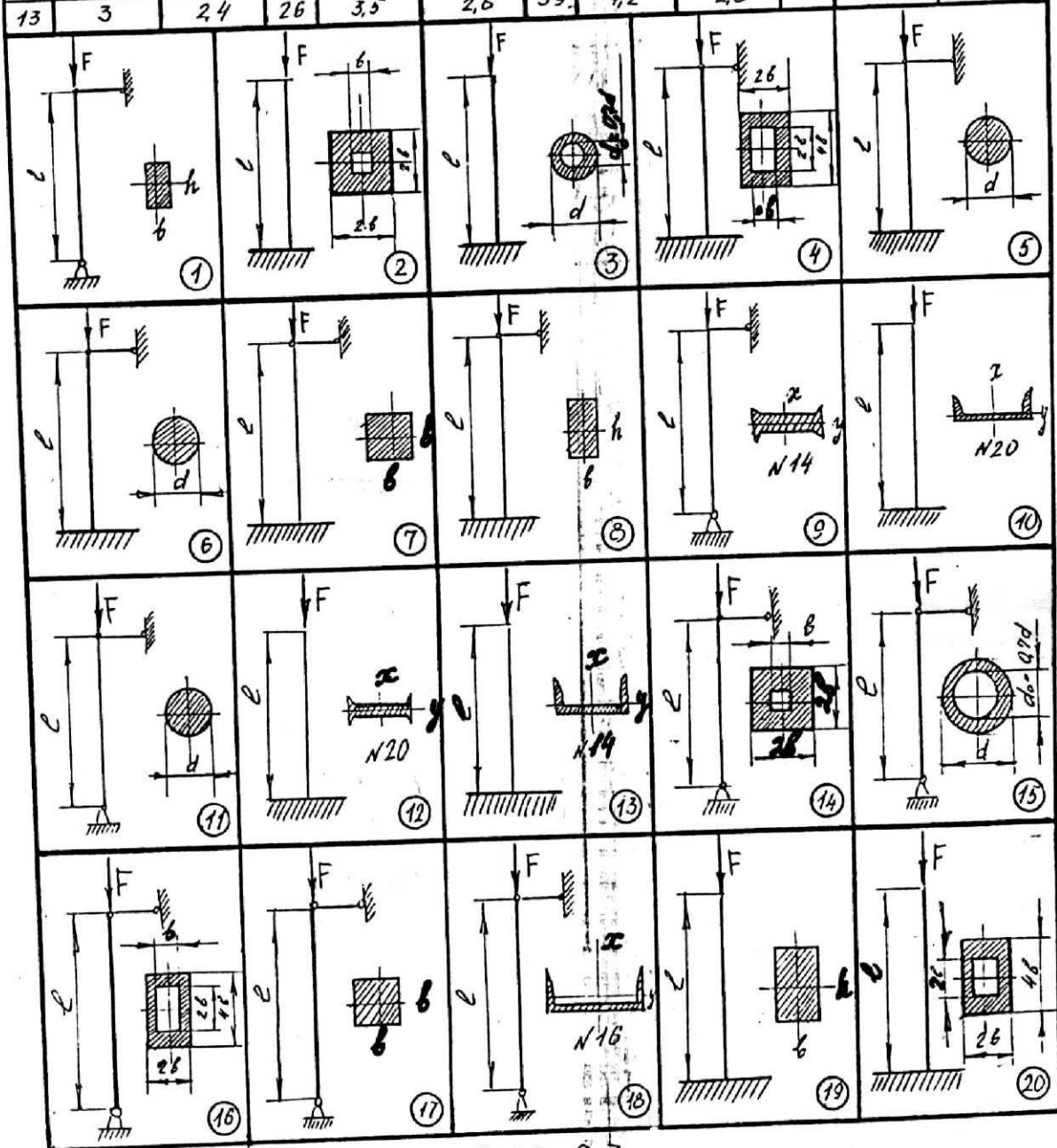
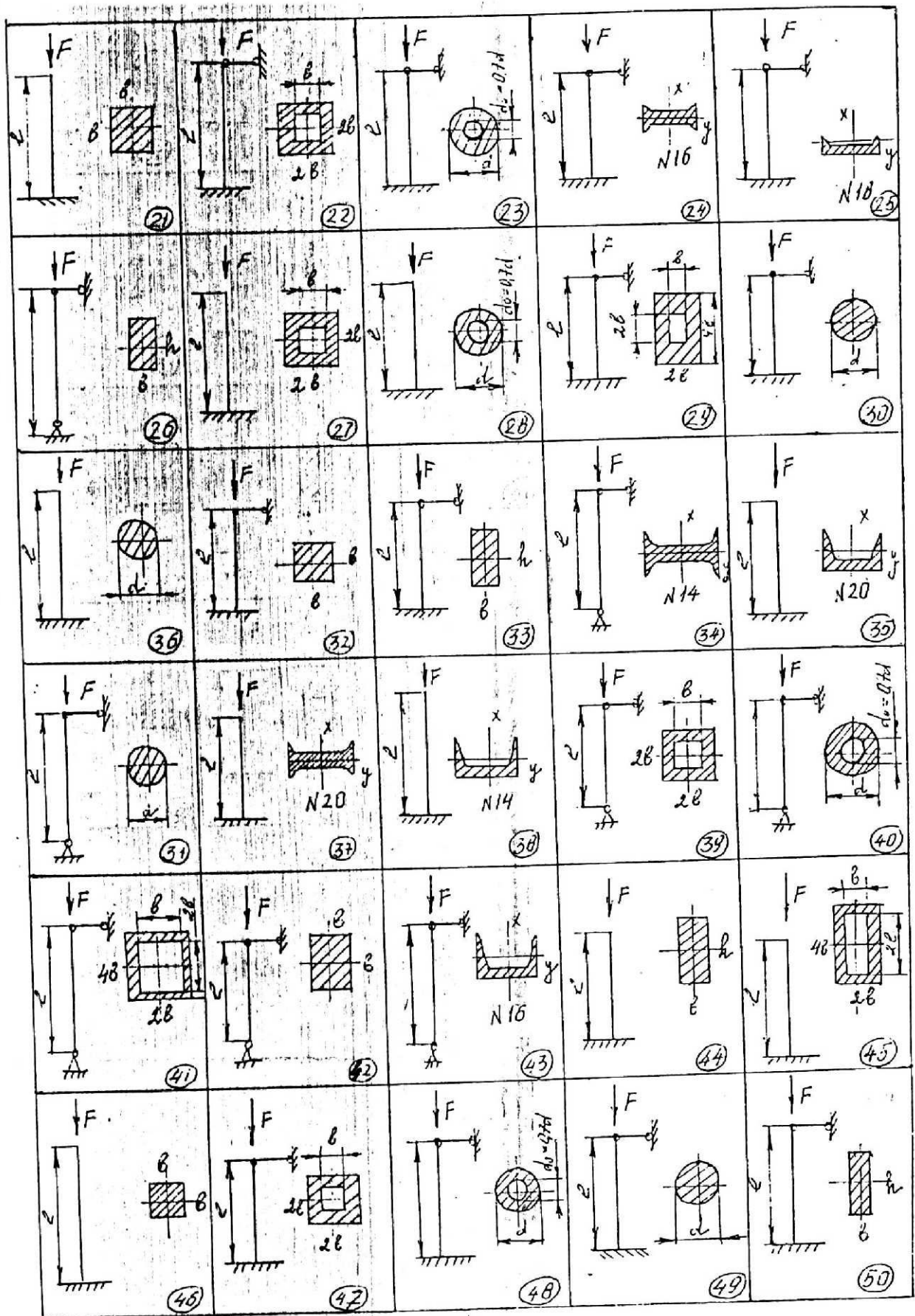


РИС. 23



PLK. 23

инерции произойдет потеря устойчивости при превышении сжимающей силой практического значения. Затем необходимо определить

гибкость стойки по формуле $\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}$

Если гибкость стойки больше предельной (для стали 3 $\lambda_{\text{пред}} = 100$) то критическая сила определяется по формуле Эйлера. Если гибкость стойки лежит в пределах $40 \leq \lambda \leq 100$ следует воспользоваться эмпирической формулой Ясинского $\sigma_{\text{кр}} = a - b\lambda$, где a и b - коэффициенты, зависящие от материала. Для стали 3 коэффициенты a и b могут быть приняты равными $a = 304 \text{ н / мм}$, $b = 1,12 \text{ н/мм}$.

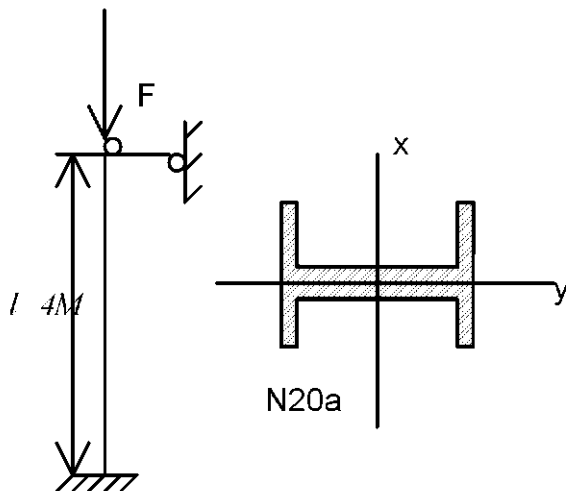
При гибкостях $\lambda < 40$ стержни сложно рассчитывать на прочность без учета опасности продольного изгиба, т.е. считать критическим напряжением предел текучести материала стойки.

Допустимая нагрузка на стойку определяется по формуле

$$F = \frac{F_{\text{кр}}}{[n_y]}$$

Пример 6. Проверить на устойчивость стойку (рис.24) из стали 3, если $[n_y] = 3,5$ $F = 100 \text{ кН}$

Рис.24.



Решение. Из таблицы ГОСТ 8239 - 56 для двутавра № 20 а:

$$I_x = 2030 \text{ см}^4 \quad I_y = 155 \text{ см}^4$$

$$\lambda = 28,9 \text{ см}^2 \quad i_x = 8,37 \text{ см} \quad i_y = 2,32 \text{ см}.$$

Гибкость стойки : $\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}$, где $i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}$.

В нашем случае $i_{\min} = i_y$; $I_{\min} = I_y$; $\mu = 0,7$ тогда $\lambda = \frac{0,7 \cdot 400}{2,32} = 120$.

Следовательно, применима формула Эйлера для определения критической силы : $F_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2} = \frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 155}{(0,7 \cdot 4)^2 \cdot 10^3} = 0,39 \text{ кН}$.

Определяем действительное значение коэффициента запаса устойчивости: $n_y = - \frac{F_{кр}}{F} = \frac{390}{100} = 3,9 \gg [n_y]$.

Следовательно, проверка устойчивости прямолинейной формы равновесия стойки дала удовлетворительный результат.

Задача 7.

Расчет бруса на совместное действие изгиба и кручения.

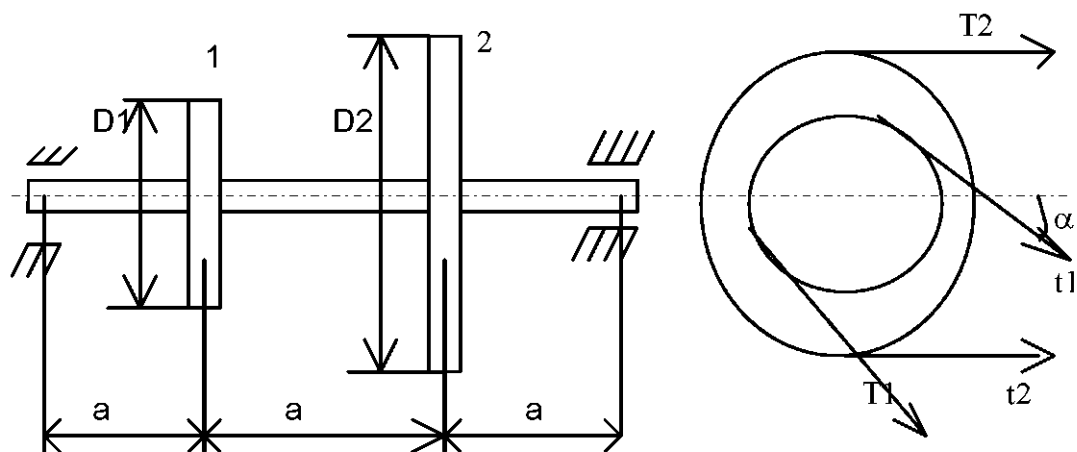
Определить, применив третью теорию прочности, требуемый диаметр стального вала трансмиссии (рис. 26) . Вал делает n об/мин и передает мощность N квт. Диаметры шкивов $d_1 = 0,4\text{м}$; $d_2 = 0,8\text{м}$; $a = 1\text{м}$; $[\sigma] = 80\text{н/мм}$. Остальные данные приведены в таблице 6. На рис. 25 T_1, T_2, t_1, t_2 - натяжение ветвей ременных передач, причем принять $T_1 = 2t_1$; $T_2 = 2t_2$.

Таблица 6.

№ вар	N квт	n об мин	α°	№ вар	N квт	n об мин	α°
1	20	500	0	26	10	400	150
2	15	600	30	27	25	500	120
3	25	700	60	28	30	100	135
4	40	800	180	29	45	500	45
5	35	400	135	30	100	1000	60
6	30	90	270	31	70	700	120
7	18	300	210	32	60	600	210
8	24	1000	240	33	50	500	240

9	32	450	300	34	40	400	300
10	50	750	120	35	30	300	30
11	10	100	150	36	20	200	45
12	45	200	180	37	20	300	60
13	50	300	0	38	25	600	120
14	5	400	60	39	35	500	135
15	60	900	45	40	40	700	225
16	65	850	120	41	45	400	240
17	70	950	240	42	50	600	210
18	75	1000	180	43	55	300	600
19	80	560	0	44	30	200	45
20	85	650	30	45	15	300	30
21	90	750	60	46	24	300	0
22	95	360	270	47	32	500	225
23	100	900	210	48	30	200	135
24	80	800	240	49	28	100	120
25	90	900	300	50	10	150	60

Рис.25.



Задача7. К решению задачи следует приступить после изучения материала, относящегося к сложному сопротивлению. В поперечных сечениях вала при заданном нагружении возникают три внутренних силовых фактора: поперечная сила, изгибающий момент M , крутящий момент $M_{кр}$. Для выяснения опасного сечения необходимо построить эпюры M_H и $M_{кр}$. Эпюру поперечных сил строить не нужно, т.к. касательные напряжения от изгиба не учитываются в силу их малости по сравнению с касательными напряжениями от кручения. Эпюру изгибающих моментов необходимо строить отдельно в горизонтальной и вертикальной плоскостях.

Расчет на прочность ведут по эквивалентному напряжению для опасной точки. Опасной является точка, для которой эквивалентное

Handwritten musical exercises on a grid, numbered 1 to 50. Each exercise consists of a staff with notes and fingerings. The exercises are arranged in a 10x5 grid. The notes are 'a' and 'a' (likely representing 'a' and 'a' on a staff). Fingerings are indicated by numbers 1 and 2. Some exercises include slurs and accents.

Рис. 26

напряжение имеет наибольшее значение. Эквивалентное напряжение можно вычислить в зависимости от принятой теории прочности по формулам: $\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$ и $\sigma_{\text{экв}}^{\text{IV}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$, где σ и τ - нормальное и касательное напряжения в опасной точке поперечного сечения.

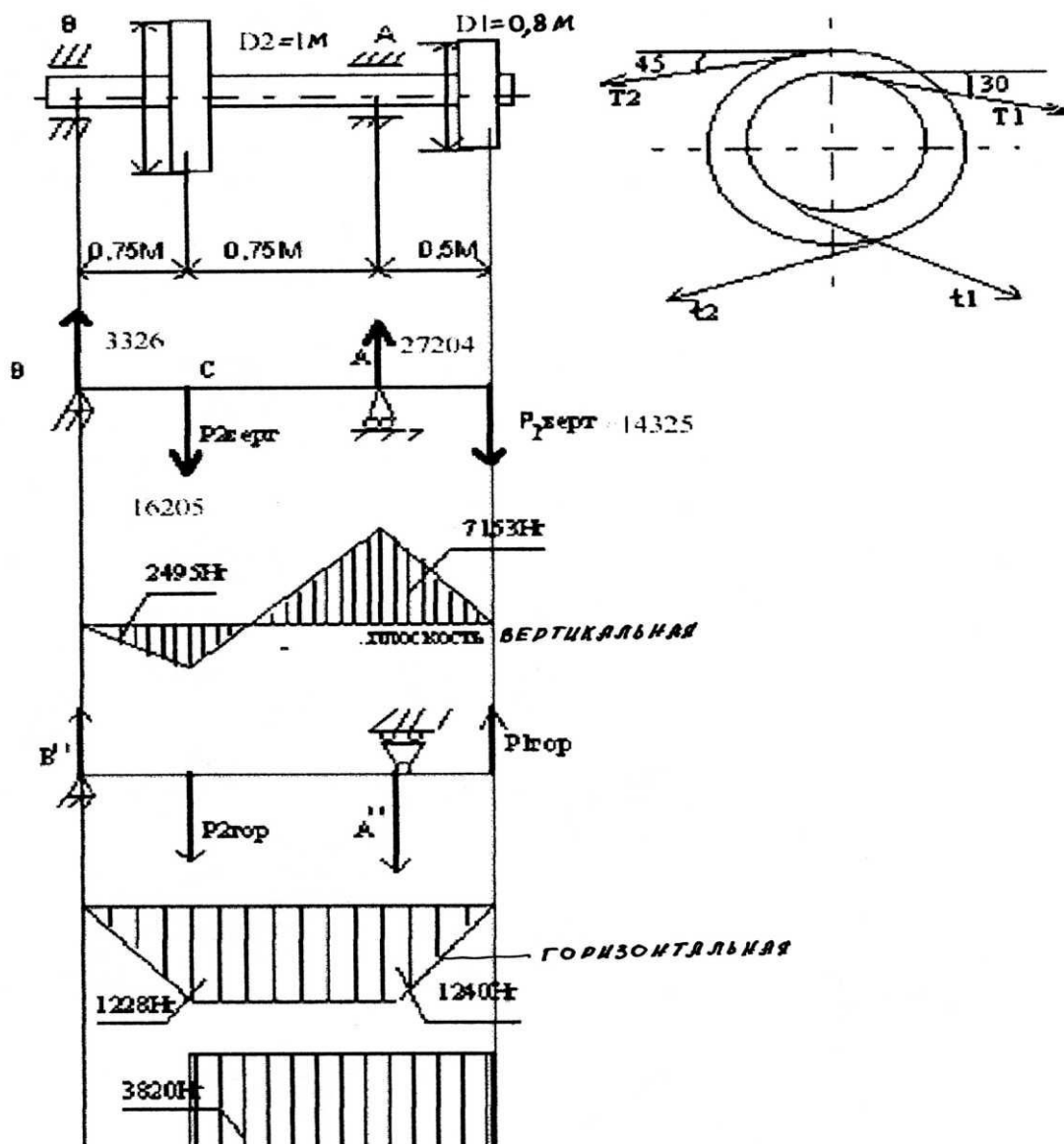
При расчете брусьев круглого поперечного сечения вычисляют так называемый эквивалентный момент для опасного сечения. По теории прочности наибольших касательных напряжений $M_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sqrt{M_{\text{и}}^2 + M_{\text{кр}}^2}$.

По теории удельной потенциальной энергии формоизменения $M_{\text{экв}} = \sqrt{M_{\text{и}}^2 + 0,75M_{\text{кр}}^2}$.

Вычислив для опасного сечения эквивалентный момент по указанной теории прочности, определяют диаметр вала из условия:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}}{W_x} \leq [\sigma_p].$$

Пример 7. Проверить прочность вала постоянного поперечного сечения $d=0,1$ м из стали 3 с $\sigma_{\text{T}}=260$ н/мм² (рис. 27), если требуемый коэффициент запаса $[n_y]=1,6$. Расчет выполнить по четвертой теории прочности. Принять $N=100$ кВт $n=250$ об/мин.



Решение. Определяем момент, передаваемый валом
 $M = 9550 \frac{N}{n} = 9550 \cdot \frac{100}{250} = 3820 \text{ нм}$. Определяем силы, которые передаются от шкивов на вал, принимая, что натяжение ведущей ветви ремня на каждом шкиве в два раза больше от натяжения ведомой ветви ремня.

Обозначим через t и находим:

$$t_1 = \frac{2M}{D_1} = \frac{2 \cdot 3820}{0,8} = 9550 \text{ Н} \quad T_1 = 2t_1 = 19100 \text{ Н}$$

$$t_2 = \frac{2M}{D_2} = \frac{2 \cdot 3820}{1} = 7640 \text{ Н} \quad T_2 = 2t_2 = 15280 \text{ Н}$$

Определяем усилия, действующие на вал от натяжения ветвей ременных передач $P_1 = T_1 + t_1 = 28650 \text{ Н}$ $P_2 = T_2 + t_2 = 22920 \text{ Н}$.

Вычисляем горизонтальные и вертикальные составляющие сил, приложенных к валу.

$$P_{1\text{верт}} = P_1 \cos 60 = 28650 \cdot 0,5 = 14325 \text{ Н}$$

$$P_{2\text{верт}} = P_2 \cos 45 = 22920 \cdot 0,707 = 16205 \text{ Н}$$

$$P_{1\text{гор}} = P_1 \sin 60 = 28650 \cdot 0,866 = 24811 \text{ Н}$$

$$P_{2\text{гор}} = P_2 \sin 45 = 22920 \cdot 0,707 = 16205 \text{ Н}$$

Находим опорные реакции от вертикальных и горизонтальных сил и строим эпюры изгибающих моментов в вертикальных и горизонтальных плоскостях.

$$M_A = -B^I \cdot 1,5 + P_{2\text{верт}} \cdot 0,75 - P_{1\text{верт}} \cdot 0,5 = 0 \quad B^I = 3326 \text{ Н}$$

$$M_C = -P_{2\text{верт}} \cdot 0,75 + A^I \cdot 1,5 + P_{1\text{верт}} \cdot 2 = 0 \quad A^I = 27204 \text{ Н}$$

вертикальная

Вертикальные изгибающие моменты в характерных сечениях

равны:

$$M_{C\text{верт}} = 2495 \text{ Нм} \quad M_{A\text{верт}} = -7163 \text{ Нм}$$

$$M_A = 0 \quad -B^{II} \cdot 1,5 + P_{2\text{гор}} \cdot 0,75 + P_{1\text{гор}} \cdot 0,5 = 0 \quad B^{II} = 16376 \text{ Н}$$

горизонтальная

$$M_B = 0 \quad -P_{2\text{гор}} \cdot 0,75 - A^{II} \cdot 1,5 + P_{1\text{гор}} \cdot 2 = 0 \quad A^{II} = 24982 \text{ Н}$$

Горизонтальные изгибающие моменты в характерных сечениях

равны: $M_{C\text{гор}} = 12283 \text{ Нм}$ $M_{A\text{гор}} = 12405 \text{ Нм}$.

Как видно из рис. 27, опасным является сечение А, для которого, как

не трудно убедиться, эквивалентный момент имеет наибольшее значение:

$$M_{\text{эка}}^{IV} = \sqrt{M_{A\text{верт}}^2 + M_{A\text{гор}}^2 + 0,75 M_{\text{кр}}^2} = \sqrt{7163^2 + 12405^2 + 0,75 \cdot 3820^2} = 14700 \text{ Нм}.$$

Определим эквивалентные напряжения :

$$\sigma_{\text{эка}}^{IV} = \frac{M_{\text{эка}}^{IV}}{W_x}, \quad (W_x = 0,1d^3)$$

$$\sigma_{\text{эка}}^{IV} = \frac{14700}{0,1(0,1)^3} = 147 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2 = 147 \text{ Н/мм}^2$$

$$\text{Фактический коэффициент запаса прочности: } n = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\text{эка}}} = \frac{260}{147} = 1,8 [n] = 1,6$$

Следовательно, прочность вала обеспечена.