

**ОПД.Ф.02.02 СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ**  
**РАУКОВОДСТВО К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ**  
**ВЫПУСК 1. ОСЕВОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ. СРЕЗ И СМЯТИЕ**  
Методическое пособие для самостоятельной работы студентов

Учебное пособие содержит минимально необходимый теоретический материал по темам "Осевое растяжение – сжатие. Срез и смятие", который может потребоваться при прочностных расчётах. Акцент сделан на методические рекомендации, дающие возможность решать типовые задачи, которые даны с подробными решениями, что позволяет использовать пособие в процессе самостоятельной работы над курсом "Сопротивление материалов".

Для повышения обучающих возможностей пособия и обеспечения удобства в освоении новой информации в начале пособия даны все имеющиеся обозначения, а в конце содержится материал по геометрическим характеристикам плоских сечений и сортаменту прокатных профилей.

## ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ ВЕЛИЧИН и их наиболее употребляемые единицы

- $A$  – площадь поперечного сечения,  $\text{м}^2$ ;  
 $E$  – модуль продольной упругости, МПа;  
 $F, P$  – сила (сосредоточенная), кН;  
 $G$  – модуль сдвига, МПа;  
 $J$  – момент инерции сечения,  $\text{м}^4$ ;  
 $J_x, J_y$  – осевые моменты инерции;  
 $J_{xy}$  – центробежный момент инерции;  
 $J_p$  – полярный момент инерции;  
 $M$  – изгибающий момент, кН·м;  
 $N$  – продольная сила, кН;  
 $Q$  – поперечная сила, кН;  
 $[\sigma]$  – допускаемое напряжение, МПа;  
 $S$  – статический момент сечения,  $\text{м}^3$ ;  
 $W$  – момент сопротивления сечения,  $\text{м}^3$ ;  
 $X$  – реакция в отброшенной связи, кН; кН·м;  
 $b, d, h$  – ширина, диаметр, высота сечения, м;  
 $i$  – радиус инерции сечения, м;  
 $l$  – длина стержня, балки, м;  
 $m$  – сосредоточенный момент; пара сил, кН·м;  
 $q$  – интенсивность распределенной силы, кН/м;  
 $v$  – перемещение в направлении оси  $y$ , мм;  
 $w$  – перемещение в направлении оси  $z$ , мм;  
 $\gamma$  – удельный вес, кН/м<sup>3</sup>;  
 $\Delta, \delta$  – перемещение линейное, мм;  
 $\varepsilon$  – деформация;  
 $\lambda$  – гибкость стержня;  
 $\mu$  – коэффициент приведения длины стержня;  
 $\nu$  – коэффициент Пуассона;  
 $\sigma$  – нормальное напряжение, МПа;  
 $\tau$  – касательное напряжение, МПа;  
 $\varphi$  – коэффициент продольного изгиба;  
 $\theta$  – угол поворота поперечного сечения, рад.

## 1. Введение

Современная практика ставит перед специалистами технического профиля с высшим и средним специальным образованием задачи, связанные с расчетом элементов конструкций на прочность, в чем им поможет методическое пособие, дающее возможность лучше организовать самостоятельную работу на практических занятиях, при выполнении домашних расчетно-практических заданий. Каждый новый тип задач объясняется на конкретном примере с подробными пояснениями, что дает возможность рассмотреть наиболее типичные задачи по каждому разделу.

В пособии приводится минимум теории, который необходим для решения задачи и расчетно-справочные данные, уделено внимание методам самоконтроля решения задач.

Знания и навыки, полученные студентами при решении задач, найдут применение в процессе изучения специальных предметов и при выполнении выпускных квалификационных работ.

## 2. Осевое растяжение – сжатие.

### Краткие теоретические сведения.

Методика прочностного анализа любой конструкции осуществляется в следующей последовательности.

1. Определяют внешние силы и реакции связей и изображают их на рисунке.
2. Строят графики (эпюры) распределения внутренних силовых факторов, действующих в поперечных сечениях, по длине бруса.
3. Строят графики (эпюры) распределения напряжений вдоль оси бруса и определяют максимальное напряжение по модулю и выполняют проверку прочности в местах максимальных значений напряжений.
4. Определяют деформации на каждом участке бруса, строят график (эпюру) деформаций, находят максимальное значение деформаций и выполняют проверку в сечениях условий жесткости.

При работе бруса на растяжение и сжатие в его поперечных сечениях возникают продольные силы  $N$ . Продольные силы в произвольном поперечном сечении бруса численно равны алгебраической сумме проекций на его продольную ось всех внешних сил, взятых по одну сторону от сечения, при растяжении продольные силы положительные, при сжатии – отрицательные.

Нормальные напряжения в поперечных сечениях стержня определяются по формуле

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

где  $N$  – продольная сила;  $A$  – площадь поперечного сечения.

Условие прочности при осевом растяжении – сжатии

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma]$$

где  $[\sigma]$  – допускаемое напряжение.

Исходя из условия прочности, можно решить три типа задач:

- 1) проверить прочность бруса, т.е.  $\sigma_{max} \leq [\sigma]$ ;

2) подбор сечения  $A \geq \frac{N}{[\sigma]}$

3) определение допускаемой нагрузки, т.е. грузоподъемности бруса  $[N] \leq [\sigma] \cdot A$ , при сжатии  $N$  и  $[\sigma]$  подставляют в условие прочности без учета знаков, т.е. по модулю. Абсолютное удлинение  $\Delta \ell$  участка стержня длиной  $\ell$ , определяется по закону Гука

$$\Delta \ell = \frac{N \ell}{EA}$$

где  $E$  – модуль продольной упругости материала бруса. Перед подстановкой числовых значений в форму необходимо все исходные величины привести к единым согласованным единицам измерения.

## 2.1. Эпюры продольных сил, нормальных напряжений и перемещений.

### Задача 1.

Для ступенчатого бруса  $E=2 \cdot 10^5$  МПа,  $\sigma_T=240$  МПа, требуется определить:

1. Внутренние продольные силы по его длине и построить эпюру продольных сил.
2. Нормальные напряжения в поперечных сечениях и построить эпюру нормальных напряжений.
3. Запас прочности для опасного сечения.
4. Перемещения сечений и построить эпюру перемещений.

Данные для расчета  $F_1 = 30$  кН;  $F_2 = 20$  кН;  $F_3 = 60$  кН;  $\ell_1 = 0,5$  м;  $\ell_2 = 1,5$  м;  $\ell_3 = 1$  м;  $\ell_4 = 1$  м;  $\ell_5 = \ell_6 = 1$  м;  $d_1 = 4$  см;  $d_2 = 2$  см.

### Решение.

1. *Определение продольных сил в характерных сечениях бруса, и построение эпюры продольных сил.*

Изображаем расчетную схему (рис. 1,а) и определяем реакцию опоры в заделке, которую направляем с внешней стороны заделки влево. Если в результате определения реакции  $R_B$  окажется отрицательной, то это

указывает на то, что ее направление противоположно. Ступенчатый брус под действием

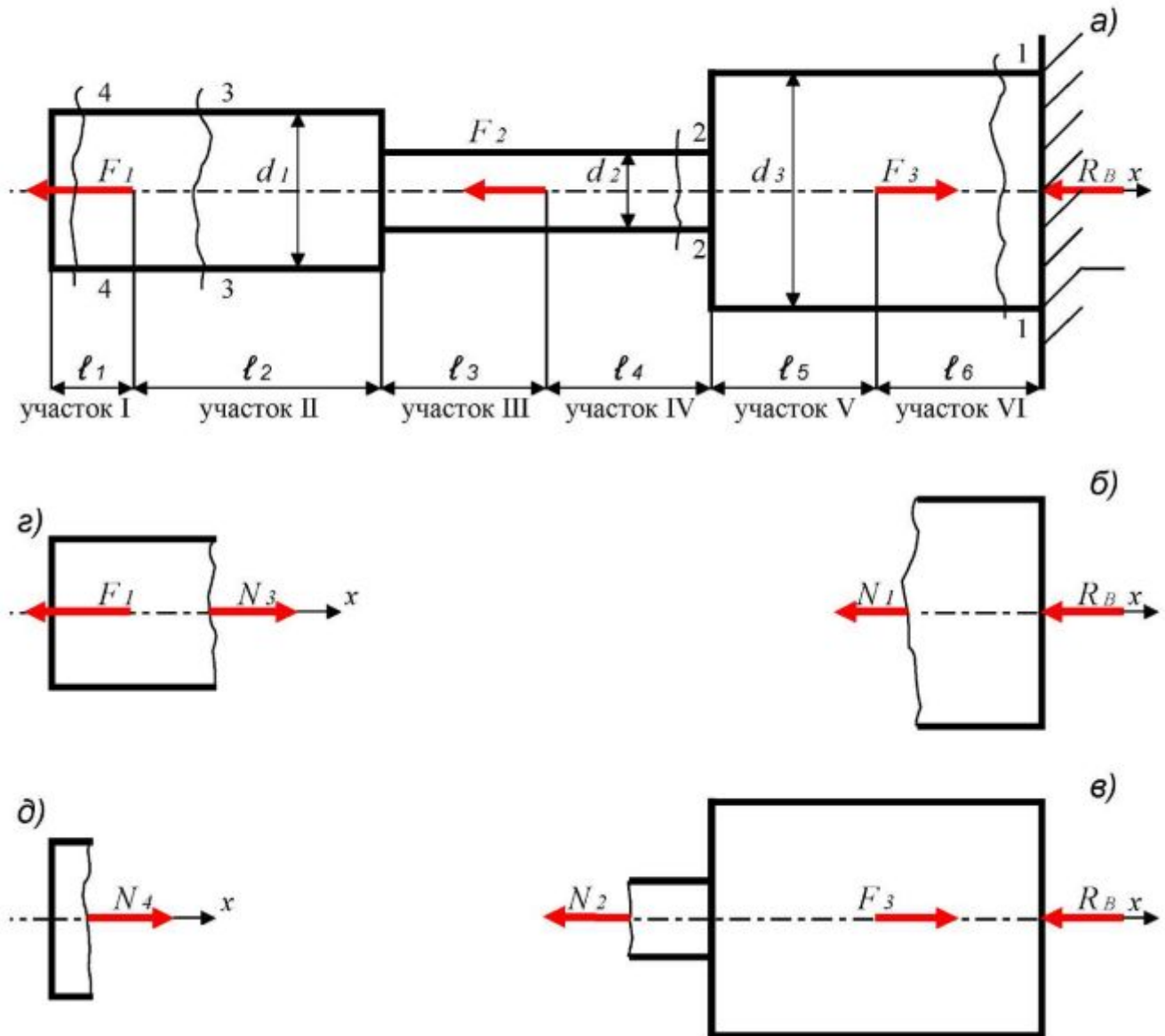


Рис. 1.

сил  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  и реакции  $R_B$  находятся в равновесии, поэтому для определения  $R_B$  достаточно составить одно уравнение проекций всех сил на ось  $x$ , совпадающую с осью бруса.

$$\Sigma F_{ix} = -F_1 - F_2 + F_3 - R_B = 0$$

откуда  $R_B = -F_1 - F_2 + F_3 = -30 - 20 + 60 = 10 \text{ кН}$

Разграничим брус на участки. Границами участков являются сечения, в которых приложены внешние силы, а для напряжений также и места изменения размеров поперечного сечения (рис. 1,а)

Пользуясь методом сечений, определяем для каждого участка величину и знак продольной силы. Проведем сечение 1–1 и рассмотрим равновесие правой отсеченной части бруса (рис. 1,б). Внутренние силы в каждом сечении условно направляем в сторону отброшенной части. Если внутренняя продольная сила положительна на участке, имеет место деформация растяжения; отрицательна – сжатие.

Рассматривая правую отсеченную часть, находим

$$\Sigma F_{ix} = -N_1 - R_B = 0; \quad N_1 = -R_B = -10 \text{ кН (сжатие)}$$

Значение продольной силы в пределах первого участка не зависит от того, какую из отсеченных частей мы рассматривали. Целесообразнее всегда рассматривать ту часть бруса, к которой приложено меньше сил. Проведем сечения в пределах второго, третьего и четвертого участков, аналогично найдем:

для сечения 2–2 (рис. 1,в)

$$\Sigma F_{ix} = -N_2 + F_3 - R_B = 0; \quad N_2 = F_3 - R_B = 60 - 10 = 50 \text{ кН (растяжение)}.$$

для сечения 3–3, рассматриваем левую часть бруса (рис. 1,г)

$$\Sigma F_{ix} = -F_1 - N_3 = 0; \quad N_3 = F_1 = 30 \text{ кН (растяжение)}.$$

для сечения 4–4 (рис. 1,д)

$$\Sigma F_{ix} = N_4 = 0; \quad N_4 = 0 \text{ эта часть бруса не испытывает деформации.}$$

После определения внутренних продольных сил в характерных сечениях, строят график их распределения по длине бруса. График, показывающий, как изменяются продольные силы ( $N$ ) при переходе от одного сечения к другому, т.е. график, изображающий закон изменения  $N$  вдоль оси бруса, называется *эпюрой продольных сил*.

Эпюра продольной силы строится в следующей последовательности. В разграниченном на участки бруске провести через точки приложения внешних сил линии, перпендикулярные его оси. На некотором расстоянии от оси бруса провести линию параллельную его оси: на перпендикуляре к этой линии отложить в выбранном масштабе отрезок, соответствующий продольной силе

для каждого участка: положительные вверх от оси эпюры, отрицательные – вниз. Через концы отрезков провести линии, параллельные оси. Ось эпюры проводят тонкой линией, а саму эпюру очерчивают толстыми линиями, эпюру штрихуют тонкими линиями, перпендикулярными ее оси. В масштабе каждая линия равна продольной силе в соответствующем сечении бруса. На эпюре указывают знаки плюс и минус и в характерных ее точках, где изменяется сила, проставляют ее значение. В сечениях, в которых приложены сосредоточенные силы, на эпюре имеются скачки – резкое изменение продольной силы "Скачок" продольной силы равен внешней силе, приложенной в данном сечении, что является проверкой правильности построенной эпюры. На (рис. 2,б) построена эпюра продольных сил для заданного ступенчатого бруса.

2. *Определение нормальных напряжений в поперечных сечениях бруса и построение эпюры нормальных напряжений.*

Нормальные напряжения на каждом участке определяем по формуле  $\sigma = \frac{N}{A}$ , подставляя в ее значение сил (в Н) и площадей (в мм<sup>2</sup>). Площади

поперечных сечений бруса определяем по формуле  $A = \frac{\pi d^2}{4}$

$$\text{тогда } A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 1600}{4} = 1256 \text{ мм}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 400}{4} = 314 \text{ мм}^2$$

$$A_3 = \frac{\pi d_3^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 2500}{4} = 1962,5 \text{ мм}^2$$

Нормальные напряжения на участках I–VI равны соответственно:

$$\text{I. } \sigma_1 = \frac{N_4}{A_1} = 0 \text{ т.к. } N_4 = 0$$

$$\text{II. } \sigma_2 = \frac{N_3}{A_1} = \frac{30000}{1256} = 23,9 \text{ Н/мм}^2 = 23,9 \text{ МПа}$$



$$\text{III. } \sigma_3 = \frac{N_3}{A_2} = \frac{30000}{314} = 95,5 \text{ Н/мм}^2 = 95,5 \text{ МПа}$$

$$\text{VI. } \sigma_4 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{50000}{314} = 159,2 \text{ Н/мм}^2 = 159,2 \text{ МПа}$$

$$\text{V. } \sigma_5 = \frac{N_2}{A_3} = \frac{50000}{19625} = 25,5 \text{ Н/мм}^2 = 25,5 \text{ МПа}$$

$$\text{VI. } \sigma_6 = \frac{N_1}{A_3} = \frac{10000}{19625} = -5,14 \text{ Н/мм}^2 = -5,1 \text{ МПа}$$

В пределах каждого участка напряжение одинаково, так как одинаковы во всех сечениях значения продольной силы и площади поперечного сечения. Эпюра  $\sigma$  очерчена прямыми, параллельными ее оси. Построение по вычисленным значениям эпюры представлена на (рис. 2,в).

### 3. Определение запаса прочности для опасного сечения.

Из эпюры нормальных напряжений, построенной по длине бруса видно, что наибольшее напряжение возникает в пределах четвертого участка  $\sigma_{\max} = 159,2 \text{ Н/мм}^2$ , следовательно, запас прочности

$$n = \sigma_T / \sigma_{\max} = 240 / 159,2 = 1,5.$$

### 4. Определение перемещений сечений и построение эпюры перемещений.

Для построения эпюры перемещений достаточно определить перемещения крайних сечений каждого участка. Перемещение сечения определим как алгебраическую сумму деформаций участков стержня, расположенных между этим сечением и заделкой, т.е. неподвижным сечением.

Абсолютные перемещения сечений вычислим по формулам:

$$\Delta l_6 = \frac{N_1 l_6}{E \cdot A_3} = -\frac{10000 \cdot 1000}{2 \cdot 10^5 \cdot 1962,5} = -0,0268 \text{ мм}$$

$$\Delta l_5 = \Delta l_6 + \frac{N_2 l_5}{E \cdot A_3} = -0,0255 + \frac{50000 \cdot 1000}{2 \cdot 10^5 \cdot 1962,5} = 0,102 \text{ мм}$$

$$\Delta l_4 = \Delta l_5 + \frac{N_2 l_4}{E \cdot A_2} = 0,102 + \frac{50000 \cdot 1000}{2 \cdot 10^5 \cdot 314} = 0,9 \text{ мм}$$

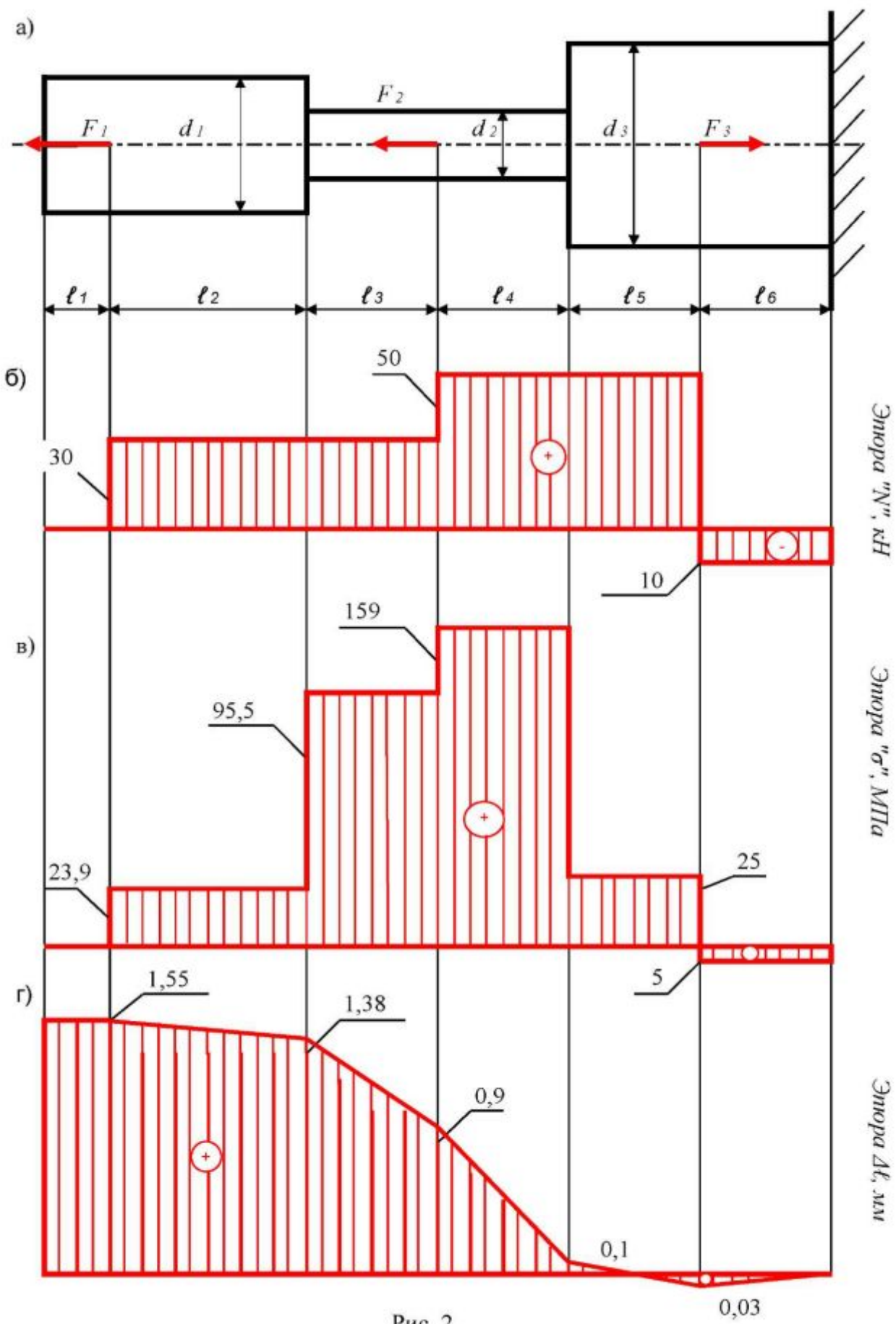


Рис. 2

$$\Delta \ell_3 = \Delta \ell_4 + \frac{N_3 \ell_3}{E \cdot A_2} = 0,9 + \frac{30000 \cdot 1000}{2 \cdot 10^5 \cdot 314} = 1,38 \text{ мм}$$

$$\Delta \ell_2 = \Delta \ell_3 + \frac{N_3 \ell_2}{E \cdot A_1} = 1,38 + \frac{30000 \cdot 1500}{2 \cdot 10^5 \cdot 1256} = 1,55 \text{ мм}$$

$$\Delta \ell_1 = \Delta \ell_2 + 0 = 1,55 \text{ мм}$$

Эпюра продольных перемещений представлена на (рис. 2,г). В случае проверки жесткости следует сравнить полученное максимальное значение  $\Delta \ell = 1,55 \text{ мм}$  с допускаемым  $[\Delta \ell]$  для данного бруса.

## 2.2. Примеры расчета на прочность и жесткость.

### Задача 2.

Для заданной стержневой системы (рис. 3).

1. Определить усилия в стержнях;
2. Вычислить напряжения в поперечных сечениях стержней.
3. Проверить прочность стержней, указав на сколько (в процентах) каждый из стержней недогружен или перегружен. Материал стержней сталь Ст.3, имеющая предел текучести  $\sigma_T = 240 \text{ МПа}$ , требуемый коэффициент запаса по отношению к пределу текучести  $[n_T] = 1,5$ .

К решению подобного типа задач рекомендуется приступать, повторив раздел "статики" составление и решение уравнений равновесия плоской системы произвольно расположенных сил и иметь четкое представление об определении допускаемых напряжений и расчетах на прочность при растяжении и сжатии.

В первую очередь освобождают тело от связей и заменяют их действие на него реакциями связей, которые равны по величине продольным силам. Составляя уравнения равновесия для внешних сил, действующих на систему, и реакций связей, определяют продольные силы в поперечных сечениях бруса.

Площади поперечных сечений стержней определяют для нестандартных профилей, по формулам:

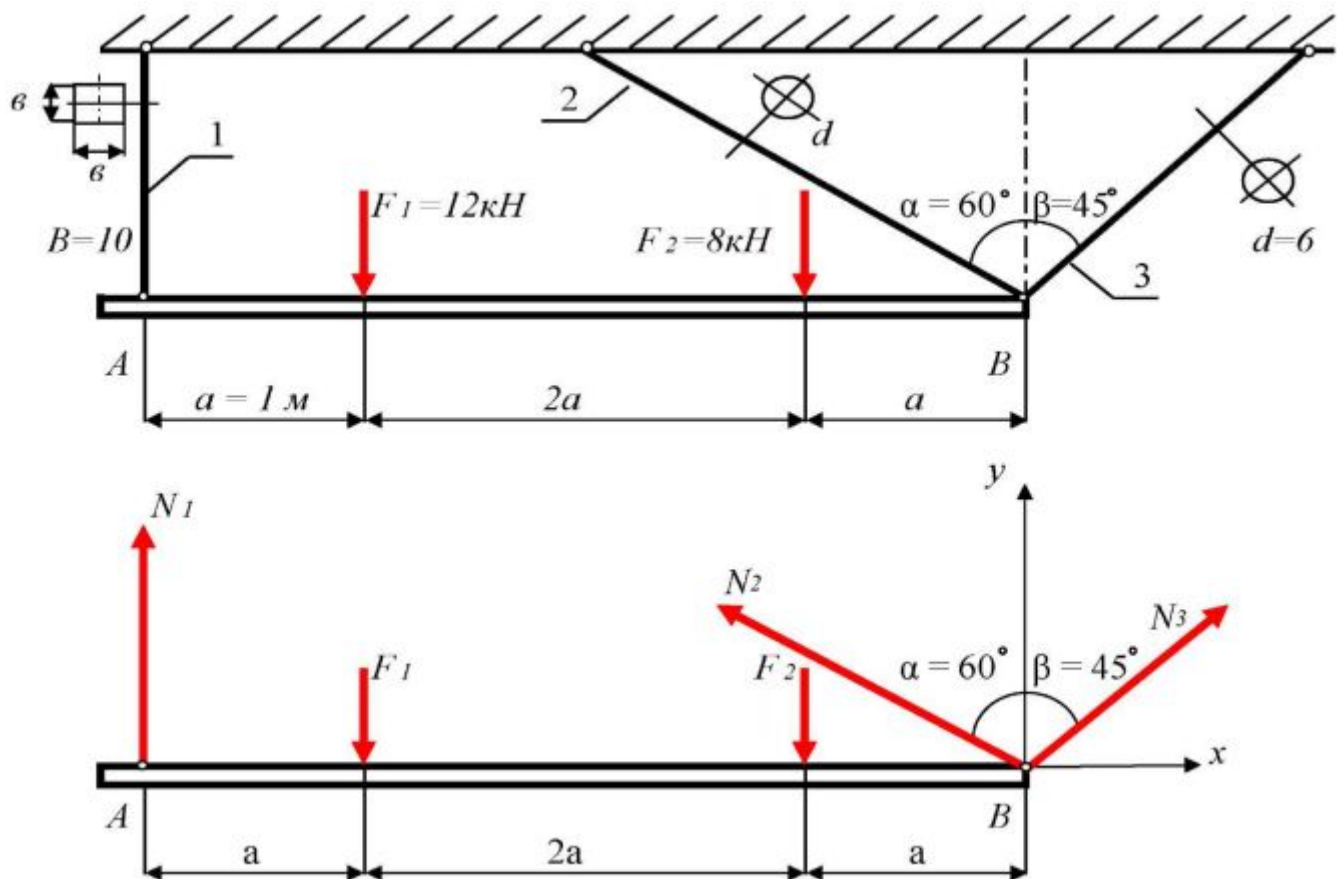


Рис. 3.

- круглое поперечное сечение  $A = \frac{\pi d^2}{4}$ , где  $d$  – диаметр стержня,

- прямоугольное сечение  $A = vh$ , где  $v$  и  $h$  стороны прямоугольного сечения.

Для профилей стандартного проката (равнополочные и неравнополочные угловые профили, швеллеры и двутавры) площади поперечных сечений определяются по таблицам ГОСТ.

Допускаемое напряжение определяется отношением предела текучести к требуемому (заданному) коэффициенту запаса  $[\sigma] = \sigma_T / [n_T]$ .

Решение.

Применяем метод сечений и рассматриваем равновесие стержневой системы под действием сил  $F_1$ ,  $F_2$  и продольных сил  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$ . Начало координат возьмем в точке  $B$ , направим ось  $x$  по оси балки  $AB$ , а ось  $y$  вертикально вверх. Спроектировать все силы на ось  $Bx$ , получим

$$\Sigma F_{ix} = -N_2 \sin \alpha + N_3 \sin \beta = 0 \quad (1)$$

Спроектировав все силы на ось  $Bx$ , получим

$$\Sigma F_{iy} = N_2 \cos \alpha + N_3 \cos \beta + N_1 - F_1 - F_2 = 0 \quad (2)$$

Взяв сумму моментов всех сил относительно точки  $B$  (в которой пересекаются две неизвестные силы  $N_2$  и  $N_3$ ), получим

$$\Sigma M_B(F_i) = -N_1 \cdot 4a + F_1 \cdot 3a + F_2 \cdot a = 0, \quad (3)$$

$$\text{откуда } N_1 = \frac{F_1 \cdot 3a + F_2 \cdot a}{4a} = \frac{3F_1 + F_2}{4} = \frac{3 \cdot 12 + 8}{4} = \frac{44}{4} = 11 \text{ кН}; \quad N_1 = 11 \text{ кН}$$

Решим совместно уравнения (1) и (2). Из уравнения (1)

$$-N_2 \sin 60^\circ + N_3 \cos 45^\circ = 0$$

$$\text{выражаем } N_2 = \frac{N_3 \cos 45^\circ}{\sin 60^\circ}; \quad (4)$$

поставим  $N_2$  в уравнение (2)

$$\frac{N_3 \cos 45^\circ \cdot \cos 60^\circ}{\sin 60^\circ} + N_3 \cos 45^\circ + N_1 - F_1 - F_2 = 0; \quad 1,12N_3 = 9$$

$$N_3 = \frac{9}{1,12} = 8,04 \text{ кН}; \quad N_3 = 8,04 \text{ кН}$$

Подставив  $N_3$  в уравнение (4), получим

$$N_2 = \frac{N_3 \cos 45^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{8,04 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 6,56 \text{ кН}$$

$$N_2 = 6,56 \text{ кН}$$

Определяем площади поперечных сечений стержней

$$A_1 = a^2 = 10 \cdot 10 = 100 \text{ мм}^2$$

$$A_2 = A_3 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 6^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 36}{4} = 28,3 \text{ мм}^2$$

Нормальные напряжения в поперечных сечениях стержней определяем по формуле  $\sigma = \frac{N}{A}$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{11000}{100} = 110 \text{ Н/мм}^2 = 110 \text{ МПа}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{6560}{20} = 232 \text{ Н/мм}^2 = 232 \text{ МПа}$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{8040}{28,3} = 284 \text{ Н/мм}^2 = 284 \text{ МПа}$$

Проверка прочности.

Определяем допускаемое напряжение  $[\sigma] = \frac{\sigma_r}{[n_r]} = \frac{240}{1,5} = 160 \text{ МПа}$

стержень 1  $\Delta\sigma_1 = \frac{[\sigma] - \sigma_1}{[\sigma]} \cdot 100\% = 31,25\%$  на 31,25% недогружен,

стержень 2  $\Delta\sigma_2 = \frac{\sigma_2 - [\sigma]}{[\sigma]} \cdot 100\% = 45\%$  на 45% перегружен,

стержень 3  $\Delta\sigma_3 = \frac{\sigma_3 - [\sigma]}{[\sigma]} \cdot 100\% = 77,5\%$  на 77,5% перегружен.

Следовательно, надо увеличить диаметр первого стержня и уменьшить диаметры 2 и 3 стержней.

### Задача 3.

Определение размеров поперечного сечения стержней.

Емкость для хранения воды, представляет собой конструкцию *АВСД*, деформацией которой пренебрегаем, прикреплена к фундаменту при помощи стержней 1, 2, 3. Вес конструкции и боковое давление на нее указаны на (рис. 4).

Определить из условия прочности требуемые размеры поперечных сечений стальных стержней, составленных из прокатных профилей, если для стержней, работающих на растяжение, допускаемое напряжение  $[\sigma_p] = 160 \text{ МПа}$ ; для стержней работающих на сжатие, допускаемое напряжение на сжатие  $[\sigma_c] = 100 \text{ МПа}$ .

### Решение.

При расчете стержневых конструкций надо иметь ввиду, что если стержни закреплены по концам шарнирно, то реакции стержней действуют вдоль оси стержня, т.е. имеет место одноосное нагружение.

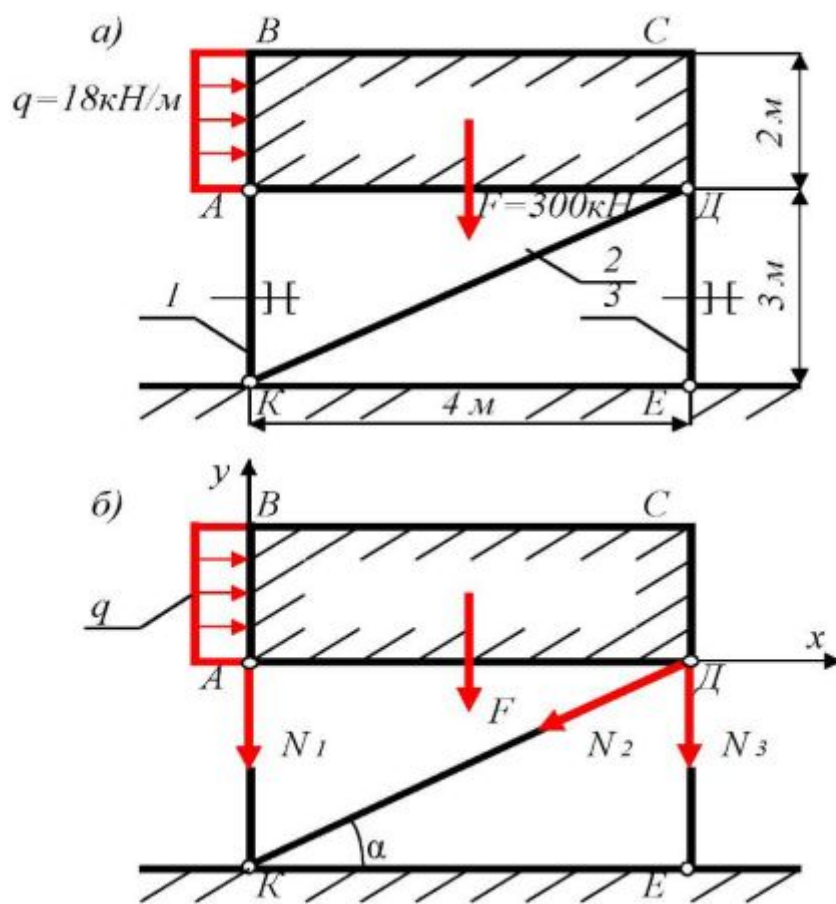


Рис. 4.

Применяем метод сечений и рассматриваем равновесие конструкции  $ABCD$  под действием заданных нагрузок  $F$  и  $q$  и реакций стержней  $N_1, N_2, N_3$ , которые направляем от узлов. В случае, если в результате определения их величин, они окажутся отрицательными, это будет свидетельствовать о том, что их направления первоначально были выбраны неправильно и соответствующий стержень сжат. Полагая все три стержня растянутыми, направляем усилия  $N_1, N_2, N_3$  так, как показано на (рис. 4,б).

Для равновесия конструкции  $ABCD$  в плоскости составляют три уравнения равновесия:

- сумма проекций всех сил и сил реакций связей на одну из координатных осей равна нулю:

$$\sum F_{ix} = 0;$$

- сумма проекций всех сил и сил реакций связей на другую ось плоскости действия сил равна нулю:

$$\sum F'_{iy} = 0;$$

- сумма моментов всех внешних сил и сил реакций связей относительно любой точки этой плоскости равна нулю:

$$\sum M_D (F'_i) = 0, \quad \text{где } D \text{ произвольна.}$$

Направим координатные оси, как показано на рис. 4, б. Тогда

1.  $\sum F'_{ix} - q \cdot 2 - N_2 \cos \alpha = 0$
2.  $\sum F'_{iy} - N_1 - F - N_2 \sin \alpha - N_3 = 0$
3.  $\sum M_D (F'_i) - q \cdot 2 \cdot 1 + N_1 \cdot 4 + F \cdot 2 = 0$

Отсюда находим из (3) уравнения

$$N_1 = \frac{q \cdot 2 \cdot 1 - F \cdot 2}{4} = \frac{18 \cdot 2 \cdot 1 - 300 \cdot 2}{4} = \frac{36 - 600}{4} = -\frac{564}{4} = -141 \text{ кН}$$

$N_1 = -141 \text{ кН}$ , т.е. стержень 1 – сжат

$$\text{из уравнения (1)} \quad N_2 = \frac{q \cdot 2}{\cos \alpha} = \frac{18 \cdot 2}{0,8} = \frac{36}{0,8} = 45 \text{ кН}$$

где  $\cos \alpha = \frac{4}{5} = 0,8$ ; т.к.  $K/l = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ м}$

$N_2 = 45 \text{ кН}$ , т.е. стержень 2 – растянут.

Подставляя  $N_1$  и  $N_2$  в уравнение (2), определим  $N_3$ :

$$+141 - 300 - 45 \cdot 0,6 - N_3 = 0$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{5} = 0,6 \quad N_3 = +141 - 300 - 27,0 = -186 \text{ кН}$$

$N_3 = -186 \text{ кН}$  т.е. стержень 3 – сжат.

Определяем площади поперечных сечений стержней. Из условия прочности стержня 1.

$$\sigma = \frac{N_1}{A_1} \leq [\sigma_c]$$

Определяем необходимую площадь его поперечного сечения

$$A_1 \geq \frac{N_1}{[\sigma_c]} = \frac{141000}{100} = 1410 \text{ мм}^2 = 14,1 \text{ см}^2$$



Так как стержень 1 состоит из двух швеллеров, то площадь поперечного сечения одного швеллера равна

$$A_{1,ш} = \frac{A_1}{2} = \frac{14,2}{2} = 7,05 \text{ см}^2$$

из таблиц Сортимента по ГОСТ 8240-89 ближайший номер швеллера № 6,5, у которого  $A = 7,51 \text{ см}^2$ .

Выбираем для стержня 1 два швеллера № 6,5  $A_1 = 7,51 \text{ см}^2$ .

Из условия прочности стержня 2

$$\sigma = \frac{N_2}{A_2} \leq [\sigma_p]$$

Определяем необходимую площадь его поперечного сечения

$$A_2 = \frac{N_2}{[\sigma_p]} = \frac{45000}{160} = 281,25 \text{ мм}^2 = 2,81 \text{ см}^2$$

Так как стержень 2 состоит из двух равнополочных уголков, то

$$A_{2,ш} = \frac{A_2}{2} = \frac{2,81}{2} = 1,4 \text{ см}^2$$

По ГОСТ 8509-86 ближайший уголок № 2 20x20x4  $A = 1,46 \text{ см}^2$ .

Выбираем для стержня 2 два равнополочных уголка №2 20x20x4  $A=1,46 \text{ см}^2$ .

Из условия прочности стержня 3

$$\sigma = \frac{N_3}{A_3} \leq [\sigma_c]$$

Определяем необходимую площадь его поперечного сечения

$$A_3 = \frac{N_3}{[\sigma_c]} = \frac{186000}{100} = 1860 \text{ мм}^2 = 18,6 \text{ см}^2$$

так как стержень 3 состоит из двух швеллеров, то

$$A_{3,ш} = \frac{A_3}{2} = \frac{18,6}{2} = 9,3 \text{ см}^2$$

по ГОСТ 8240-89 ближайший швеллер № 8  $A = 8,98 \text{ см}^2$

Выбираем для стержня 3 два швеллера № 8  $A = 8,98 \text{ см}^2$

#### Задача 4.

Определение допускаемой нагрузки.

Стержень  $BC$  кронштейна (рис. 5,а) составлен из двух стальных равнополочных уголков  $50 \times 50 \times 5$ , а стержень  $AB$  – из двух стальных швеллеров №8. Определить допускаемые значения силы  $F$ , действующей на стальной кронштейн в точке  $B$ , если допускаемые напряжения для материала на растяжение  $[\sigma_p] = 160 \text{ МН/м}^2$ ,  $[\sigma_c] = 100 \text{ МН/м}^2$ .

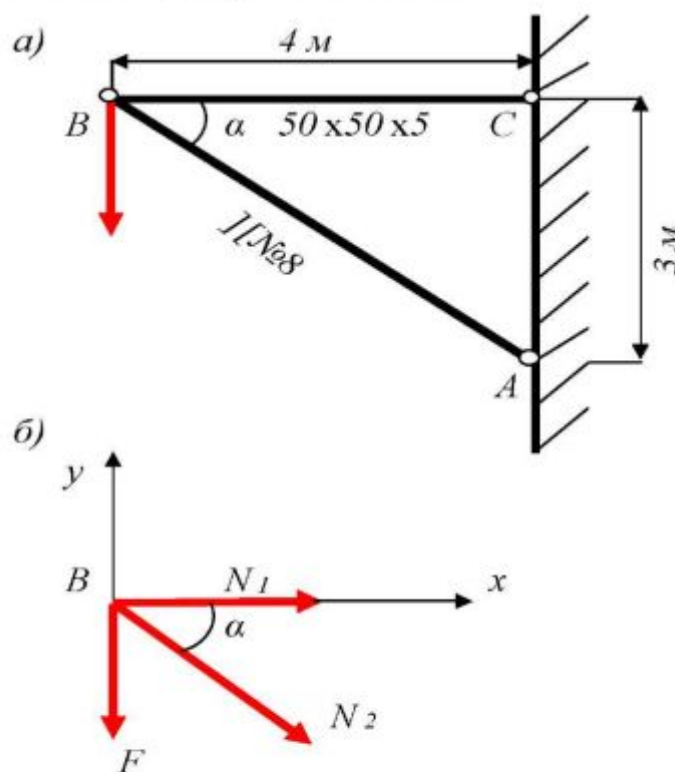


Рис.5

#### Решение.

Вырежем мысленно узел  $B$  (рис.5,б). Обозначим продольную силу в стержне  $BC$  через  $N_1$ , а в стержне  $AB$  –  $N_2$  и рассмотрим условие равновесия узла  $B$ .

Для данной системы сходящихся сил можно составить два уравнения равновесия:

$$\sum F_{ix} = N_1 + N_2 \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\sum F_{iy} = -F - N_2 \cdot \sin \alpha = 0$$

Из 2<sup>го</sup> уравнения получаем  $N_2 = -\frac{F}{\sin \alpha}$

Следовательно, стержень  $AB$  сжат силой  $N_2$ .

Из 1<sup>го</sup> уравнения  $N_1 = -N_2 \cdot \cos\alpha = \left(-\frac{F}{\sin\alpha}\right) \cdot \cos\alpha = F \cdot \operatorname{ctg}\alpha$  т.е. элемент  $BC$  растянут силой  $N_1$ .

Из треугольника  $ABC$  определим значение  $\sin\alpha$  и  $\operatorname{ctg}\alpha$ . По теореме Пифагора

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \text{ отсюда, } AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ м};$$

$$\text{Тогда } \sin\alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5} = 0,6; \operatorname{ctg}\alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{3} = 1,3.$$

Определяем значения  $N_1$  и  $N_2$ , выраженные через силу  $F$ .

$$N_2 = -\frac{F}{\sin\alpha} = \frac{F}{0,6} = -1,67F;$$

$$N_2 = -1,67F$$

$$N_1 = F \cdot \operatorname{ctg}\alpha = F \cdot \frac{4}{3} = 1,33F; \quad N_1 = 1,33F$$

Из условия прочности максимальные продольные усилия,

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma]$$

которые можно допустить в поперечных сечения стержней равны:

$[N_1] = [\sigma_p] \cdot A_1 = 160 \cdot 480 \cdot 2 = 921600 \text{ Н}$ , где  $A_1 = 4,8 \cdot 2 = 9,6 \text{ см}^2$  для двух уголков  $50 \times 50 \times 5$ .

$$[N_2] = [\sigma_c] \cdot A_2 = 100 \cdot 898 = 89800 \text{ Н}, \text{ где } A_2 = 8,98 \text{ см}^2 \text{ для швеллера № 8.}$$

Следовательно, исходя из расчета прочности кронштейна по слабому звену, допустимая нагрузка из соотношения  $N_2 = -1,67 F$  равна

$$[F] = \frac{N_2}{1,67} = \frac{89800}{1,67} = 53772 \text{ Н} \approx 53,8 \text{ кН}$$

Ответ:  $[F] = 53,8 \text{ кН}$ .

### Задача 5.

Определить допускаемую толщину  $t$  растягиваемого листа, ослабленного отверстиями  $d = 2 \text{ см}$ , а ширина листа  $b = 24 \text{ см}$ , предел текучести

$\sigma_T = 240 \text{ МПа}$ , коэффициент запаса прочности  $n_T = 1,5$ . Внешняя растягивающая сила  $F = 180 \text{ кН}$ .

Решение.

Внутренняя продольная сила в любом поперечном сечении бруса

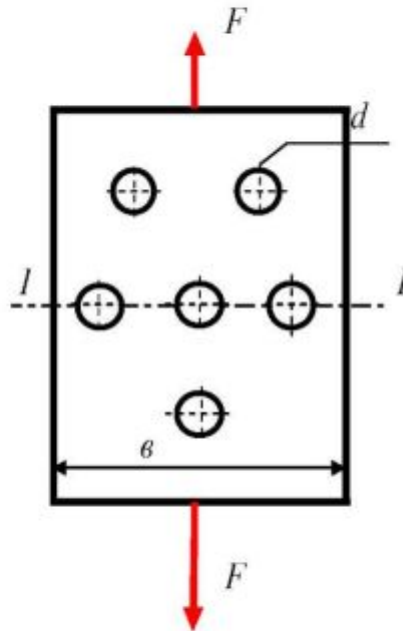


Рис. 6.

$N = F = 180 \text{ кН}$  (рис. 6). По известному предельному напряжению  $\sigma_{\text{пред}} = \sigma_T$  и коэффициенту запаса прочности определяем  $[\sigma]$ , которое равно

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n_T} = \frac{240}{1,5} = 160 \text{ МПа}$$

Таким образом, известными величинами являются внутренняя сила  $N$  и допускаемое напряжение  $[\sigma]$ . Из расчетного уравнения при растяжении

$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma]$  видим, что неизвестной величиной является площадь поперечного

сечения  $A$ , которая будет равна  $A = \frac{N}{[\sigma]} = \frac{180000}{160} = 1125 \text{ мм}^2$

Ослабленным сечением стального листа является сечение 1-1 (рис. 6), в котором расположены три отверстия. Площадь поперечного сечения 1-1 равна  $A = b \cdot t - 3 \cdot t \cdot d = t \cdot (b - 3d)$ , откуда

$$t = \frac{A}{b - 3d} = \frac{1125}{240 - 3 \cdot 20} = \frac{1125}{180} = 6,25 \text{ мм} \text{ т.е. } t = 6,25 \text{ мм}$$

### Задача 6.

Определить, какой должен быть площадь квадратного поперечного сечения деревянной колонны из сосны с модулем упругости  $E = 1 \cdot 10^4 \text{ МПа}$  (рис. 7), чтобы опускание верхнего конца колонны не превышало  $[\Delta \ell] = 0,3 \text{ см}$ .

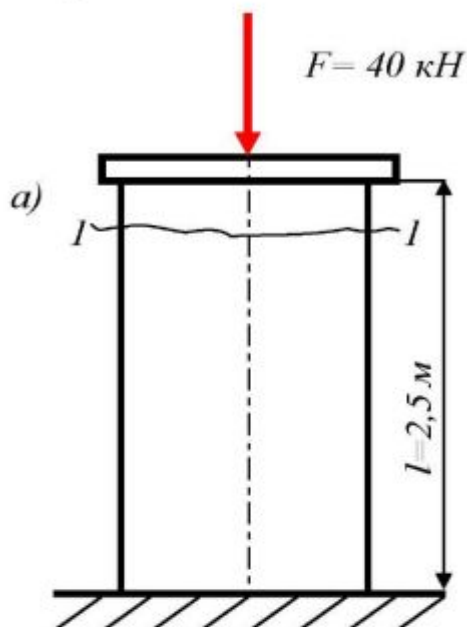


Рис. 7.

### Решение.

Оценка жесткости бруса проводится на основе проверки условия жесткости при растяжении или сжатии  $\Delta \ell \leq [\Delta \ell]$ . (1)

Величина допускаемой абсолютной деформации  $[\Delta \ell]$  назначается отдельно для каждой конструкции. Условие жесткости предполагает три вида расчетов:

- 1) проверка жесткости данного элемента конструкции, т.е. проверка выполнения условия (1).
- 2) расчет проектируемого стержня, т.е. подбор его поперечных размеров.

$$\text{Из условия жесткости } \Delta \ell = \frac{N\ell}{EA} \leq [\Delta \ell]$$

где  $N$  – внутренняя сила в поперечном сечении бруса или стержня,  
 $\ell$  – длина,  $E$  – модуль упругости при растяжении или сжатии,  
 $A$  – площадь поперечного сечения, которую определяют

$$A = \frac{N \cdot \ell}{E[\Delta \ell]}$$

- 3) установка работоспособности данного стержня, т.е. определение допустимой нагрузки  $[N] = [\Delta \ell] \cdot \frac{EA}{\ell}$

В данном примере требуется выполнить проектировочный расчет стержня. Применяем метод сечений, определяем внутреннюю силу в поперечном сечении бруса. Проведем сечение 1-1 и рассмотрим верхнюю часть бруса, направив продольную силу  $N$  в сторону отброшенной части бруса (рис. 7,б).

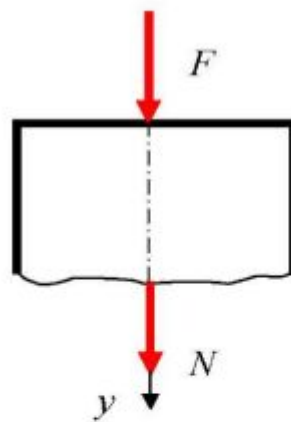


Рис. 7, б

Составив уравнение равновесия  $\Sigma F_{iy} = F + N = 0$ ; получаем  $N = -F = -40 \text{ кН}$  (сжатие).

Для определения площади колонны запишем условия жесткости:

$$\Delta \ell = \frac{N \ell}{EA} \leq [\Delta \ell], \text{ отсюда } A = \frac{N \ell}{E[\Delta \ell]} = \frac{40000 \cdot 2500}{1 \cdot 10^4 \cdot 3} = 3333,3 \text{ мм}^2$$

Так как сечение колонны квадратное, то  $A = a^2$ , где  $a$  – сторона квадрата. Следовательно  $a = \sqrt{A} = \sqrt{3333,3} = 57,7 \text{ мм} \approx 58 \text{ мм}$ ; принимаем  $a = 58 \text{ мм}$ .

Проверим, будет ли выполняться условие прочности при данной площади поперечного сечения. Допускаемое напряжение на сжатие для сосны  $[\sigma] = 12 \text{ МПа}$ , тогда напряжение, возникающее при действии силы  $N$ ,

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{40000}{3364} = 11,9 \text{ Н/мм}^2 = 11,9 \text{ МПа} < [\sigma] = 12 \text{ МПа}$$

Условие прочности выполняется.

### 2.3. Статически неопределимые системы.

В задачах 1–6 были рассмотрены примеры расчета на прочность и определение перемещений конструкций, в которых применение метода сечений позволяло установить зависимость между продольными силами, возникающими в поперечных сечениях стержней, и действующими на систему (конструкцию) внешними силами, т.е. внутренние силы определялись только на основе условий равновесия отсеченной части системы (или отдельного бруса). Такие системы принято называть *статически определенными*.

В статически определенных системах, если тело нагружено плоской системой сил, достаточно наложить на него три связи, а нагруженного пространственной системой сил – шесть связей. Поэтому для таких систем можно составить, соответственно, три и шесть уравнений равновесия. Между тем, встречаются случаи, когда из конструктивных соображений, накладывается связей больше, чем необходимо для равновесия тела. Для определения внутренних силовых факторов в поперечных сечениях стержней, в таких случаях уравнений равновесия статики оказывается недостаточно.

Системы, в которых внутренние силовые факторы, а при осевом растяжении – сжатии, продольные силы не могут быть определены только с помощью уравнений равновесия и метода сечений, называют *статически неопределимыми*.

Степень статической неопределимости системы равна разности между числом неизвестных сил и независимых уравнений равновесия, которые можно составить для данной системы.

В любой задаче число уравнений должно быть равно числу неизвестных. Поэтому в статически неопределимых системах, чтобы определить усилия во всех тех стержнях следует составлять помимо уравнений статики, еще и уравнения дополняющие уравнения равновесия до числа неизвестных сил. Эти уравнения, основанные на рассмотрении деформаций системы, называют уравнениями перемещений или уравнениями *совместности деформации*, т.к.

они устанавливают связь между деформациями отдельных стержней системы или перемещениями сечений бруса.

Надо иметь в виду, что нет возможности дать исчерпывающие методические указания, пригодные для всего многообразия статически неопределимых задач. Однако рассмотрение трех конкретных примеров – бруса жестко закрепленного по концам и жесткой балки, подвешенной на стержнях и стержневой конструкции позволяет получить достаточное представление о методике решения статически неопределимых задач. При этом статически неопределимые конструкции, элементы которых работают на растяжение и сжатие, будем рассчитывать, решая совместно уравнения, полученные в результате рассмотрения статической, геометрической и физической сторон задачи.

Рассмотрим примеры расчета таких конструкций.

### Задача 7.

Для бруса, жестко заделанного обоими концами и нагруженного вдоль оси силами  $F_1$  и  $F_2$  приложенными в его промежуточных сечениях (рис. 8,а), требуется построить эпюры продольных сил, нормальных напряжений и перемещений поперечных сечений. Проверить прочность бруса если материал – сталь ст.3,  $F = 80\text{кН}$ ,  $\sigma_T = 240\text{МПа}$ ,  $A = 4\text{см}^2$ ,  $a = 1\text{м}$ , требуемый коэффициент запаса  $[n] = 1,4$ ,  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

### Решение.

#### 1. Статическая сторона задачи.

Поскольку силы  $F_1$  и  $F_2$  действуют вдоль оси стержня на его концах, под действием сил  $F_1$  и  $F_2$  в заделках могут возникнуть только горизонтальные опорные реакции  $R_A$  и  $R_B$ . В данном случае имеем систему сил, направленных по одной прямой (рис. 8,а), для которой статика дает лишь одно уравнение равновесия.

$$\sum F_{ix} = -R_A + F_1 + F_2 - R_B = 0; \quad R_A + R_B = F_1 + F_2 = 3F \quad (1)$$



Неизвестных реактивных сил две  $R_A$  и  $R_B$ , следовательно, система один раз статически неопределима, т.е. необходимо составить одно дополнительное уравнение перемещений.

## 2. Геометрическая сторона задачи.

Для раскрытия статической неопределимости, т.е. составления уравнения перемещений, отбросим одну из заделок, например правую (рис. 8,б). Получаем статически определимый брус, заделанный одним концом. Такой брус называют основной системой. Действие отброшенной опоры заменяем реакцией  $R_B = X$ . В результате имеем статически определимый брус, нагруженный кроме заданных сил  $F_1$  и  $F_2$  неизвестной реактивной силой  $R_B = X$ . Этот статически определимый брус нагружен так же как заданный статически неопределимый, т.е. эквивалентен ему. Эквивалентность этих двух брусков позволяет утверждать, что второй брус деформируется так же, как первый, т.е. перемещение  $\Delta_B$  – сечения  $B$  равно нулю, так как фактически (в заданном бруске) оно жестко заделано:  $\Delta_B = 0$ .

На основе принципа независимости действия сил (результатом действия на тело системы сил не зависит от последовательности их приложения и равен сумме результатов действия каждой силы в отдельности) перемещение сечения  $B$  представим как алгебраическую сумму перемещений от сил  $F_1$ ,  $F_2$  и  $X$ , т.е. уравнение совместности деформаций примет вид:

$$\Delta_B = \Delta_{BF_1} + \Delta_{BF_2} + \Delta_{BX} = 0 \quad (2)$$

В обозначениях перемещений первая буква индекса указывает о перемещении какого сечения идет речь; вторая – причину, вызывающую это перемещение (силы  $F_1$ ,  $F_2$  и  $X$ ).

## 3. Физическая сторона задачи.

На основании закона Гука выражаем перемещения сечения  $B$ , через действующие силы  $F_1$ ,  $F_2$  и неизвестную реакцию  $X$ .

На (рис. 8 в, г, д), показаны схемы нагружения бруса каждой из сил в отдельности и перемещения сечения  $B$  от этих сил.

Пользуясь этими схемами, определяем перемещения:

$$\Delta_{BK_1} = \frac{2F \cdot 2a}{E \cdot 3A} \text{ равно удлинению участка } AC;$$

$$\Delta_{BK_2} = \frac{F \cdot 3a}{E \cdot 3A} + \frac{F \cdot a}{E \cdot A} \text{ равно удлинению участков } AD \text{ и } DE;$$

$$\Delta_{BK} = -\left(\frac{X \cdot 3a}{E \cdot 3A} + \frac{X \cdot 2a}{E \cdot A} + \frac{X \cdot 2a}{E \cdot 2A}\right) \text{ равно сумме укорочений участков } AD, DK, KB.$$

#### 4. Синтез.

Подставим значения  $\Delta_{BK_1}$ ,  $\Delta_{BK_2}$ ,  $\Delta_{BK}$  в уравнение (2), имеем

$$\frac{2F \cdot 2a}{E \cdot 3A} + \frac{F \cdot 3a}{E \cdot 3A} + \frac{F \cdot a}{E \cdot A} - \left(\frac{X \cdot 3a}{E \cdot 3A} + \frac{X \cdot 2a}{E \cdot A} + \frac{X \cdot 2a}{E \cdot 2A}\right) = 0 \quad (3), \text{ откуда } X = \frac{5}{6}F.$$

Следовательно:  $R_B = X = \frac{5}{6}F = \frac{5 \cdot 80}{6} = 66,7 \text{ кН}; R_B = 66,7 \text{ кН}$

Подставляя  $R_B$  в уравнение (1), получим:

$$R_A + 66,7 = 3 \cdot 80 = 240$$

отсюда  $R_A = 240 - 66,7 = 173,3 \text{ кН}$ ,  $R_A = 173,3 \text{ кН}$ , таким образом, статическая неопределимость раскрыта – имеем статически определимый брус, заделанный одним концом, нагруженный известными силами  $F_1$ ,  $F_2$  и  $X = 66,7 \text{ кН}$ .

Эпюру продольных сил строим как для статически определимого бруса, подробно об этом мы рассматривали в задаче 1. На основании метода сечений внутренние продольные силы в характерных участках равны:

$$N_{AC} = R_A = 173,3 \text{ кН};$$

$$N_{CE} = R_A - 2F = 173,3 - 80 \cdot 2 = 13,3 \text{ кН};$$

$$N_{EB} = -R_A = -66,7 \text{ кН}.$$

Эпюра продольных сил представлена на (рис. 8,е). Значения нормальных напряжений в характерных сечениях определяем по формуле

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

Для участка  $AC$

$$\sigma = \frac{N_{AC}}{3 \cdot A} = \frac{173300}{3 \cdot 400} = \frac{173300}{1200} = 144,4 \text{ Н/мм}^2 = 144,4 \text{ МПа};$$

для участка  $CD$

$$\sigma = \frac{N_{CD}}{3 \cdot A} = \frac{13300}{3 \cdot 400} = \frac{13300}{1200} = 11,1 \text{ Н/мм}^2 = 11,1 \text{ МПа}$$

для участка  $DE$

$$\sigma = \frac{N_{DE}}{A} = \frac{13300}{400} = 33,25 \text{ Н/мм}^2 = 33,25 \text{ МПа}$$

для участка  $EK$

$$\sigma = \frac{N_{EK}}{A} = -\frac{66700}{400} = -166,8 \text{ Н/мм}^2 = -166,8 \text{ МПа}$$

для участка  $KB$

$$\sigma = \frac{N_{KB}}{2 \cdot A} = -\frac{66700}{2 \cdot 400} = -83,4 \text{ Н/мм}^2 = -83,4 \text{ МПа}$$

В пределах каждого из участников напряжения постоянны, т.е. эпюра " $\sigma$ " – прямая, параллельная оси бруса (рис. 8, ж).

При расчете на прочность интерес представляют те сечения, в которых возникают наибольшие напряжения. В рассмотренном примере они не совпадают с теми сечениями, в которых продольные силы максимальны, наибольшее напряжение возникает на участке  $EK$ , где  $\sigma_{\max} = -166,8 \text{ МПа}$ .

Из условия задачи следует, что предельное напряжение для бруса  $\sigma_{\text{пред}} = \sigma_{\tau} = 240 \text{ МПа}$ , поэтому допускаемое напряжение

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{[n_1]} = \frac{\sigma_{\tau}}{[n_1]} = \frac{240}{1,4} = 171,4$$

Отсюда следует, что расчетное напряжение  $\sigma = 166,8 \text{ МПа} < 171,4 \text{ МПа}$ , т.е. условие прочности выполняется. Разница между расчетным напряжением и допускаемым составляет:

$$\Delta\sigma = \frac{[\sigma] - \sigma_{\max}}{[\sigma]} \cdot 100\% = \frac{171,4 - 166,8}{171,4} \cdot 100\% = 2,7\%$$

Перегрузка или недогрузка допускается в пределах  $\pm 5\%$ .

При построении эпюры перемещений достаточно определить перемещения сечений совпадающих с границами участков, так как между указанными сечениями эпюра  $\Delta l$  имеет линейный характер. Начинаем строить

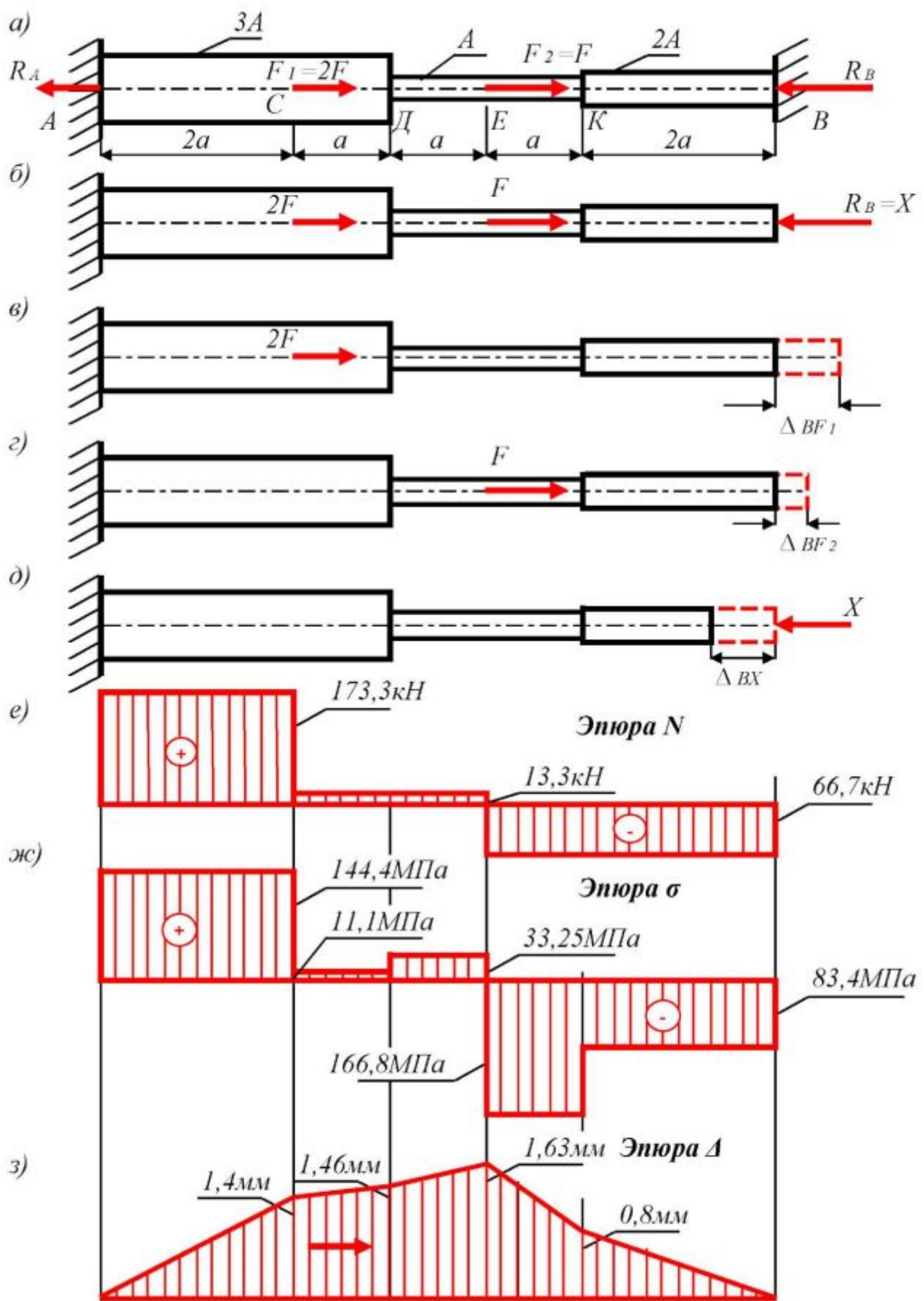


Рис.8.

эпюру перемещений от левого зашеченного конца бруса, в котором  $\Delta_A = 0$ ; так как оно неподвижно.

$$\Delta_C = \Delta \ell_{AC} = \frac{N_{AC} \cdot 2a}{E \cdot 3A} = \frac{173300 \cdot 2 \cdot 1000}{2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 400} = \frac{173,3}{1200} = 1,4 \text{ мм}$$

$$\Delta_D = \Delta_C + \Delta \ell_{CD} = \Delta_C + \frac{N_{CE} \cdot a}{E \cdot 3A} = 1,4 + \frac{13300 \cdot 1000}{2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 400} = 1,4 + \frac{133}{2400} = 1,4 + 0,06 = 1,46 \text{ мм}$$

$$\Delta_E = \Delta_D + \Delta \ell_{DE} = \Delta_D + \frac{N_{CE} \cdot a}{E \cdot A} = 1,46 + \frac{13300 \cdot 1000}{2 \cdot 10^5 \cdot 400} = 1,46 + \frac{133}{800} = 1,46 + 0,17 = 1,63 \text{ мм}$$

$$\Delta_K = \Delta_E + \Delta \ell_{EK} = \Delta_E + \frac{N_{KB} \cdot a}{E \cdot A} = 1,63 - \frac{66700 \cdot 1000}{2 \cdot 10^5 \cdot 400} = 1,63 - \frac{667}{800} = 1,63 - 0,83 = 0,8 \text{ мм}$$

$$\Delta_B = \Delta_K + \Delta \ell_{KB} = \Delta_K + \frac{N_{KB} \cdot 2a}{E \cdot 2A} = 0,8 - \frac{66700 \cdot 2 \cdot 1000}{2 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 400} = 0,8 - \frac{667}{800} = 0,8 - 0,8 = 0$$

Итак, на правом конце бруса в сечении  $B$ , ордината эпюры  $\Delta \ell$  равна нулю, так как в заданном бруссе это сечение жестко зашечено, по вычисленным значениям построена эпюра  $\Delta \ell$  (рис. 8, з).

### Задача 8.

Расчет статически неопределимой конструкции.

Для заданной статически неопределимой стержневой системы (рис. 9) требуется:

- 1) определить усилия и напряжения в поперечных сечениях стержней, выразив их через  $q$ , при этом горизонтальный брус, подвешенный на стержнях, считать абсолютно жестким;
- 2) из условия прочности стержней определить допускаемое значение  $[q]$ , если предел текучести  $\sigma_T = 240 \text{ МПа}$ , коэффициент запаса прочности  $\kappa_T = 1,5$ ,  $a = 2,5 \text{ м}$ ,  $A = 350 \text{ мм}^2$ .

### Решение.

1) *Определение усилий и напряжений в стержнях.* Из расчетной схемы стержневой системы следует, что при нагружении абсолютно жесткого бруса  $ДС$ , равномерно – распределенной нагрузкой  $q$  в стержнях 1, 2, 3, которые имеют шарнирные крепления, по концам возникнут осевые усилия  $N_1, N_2, N_3$

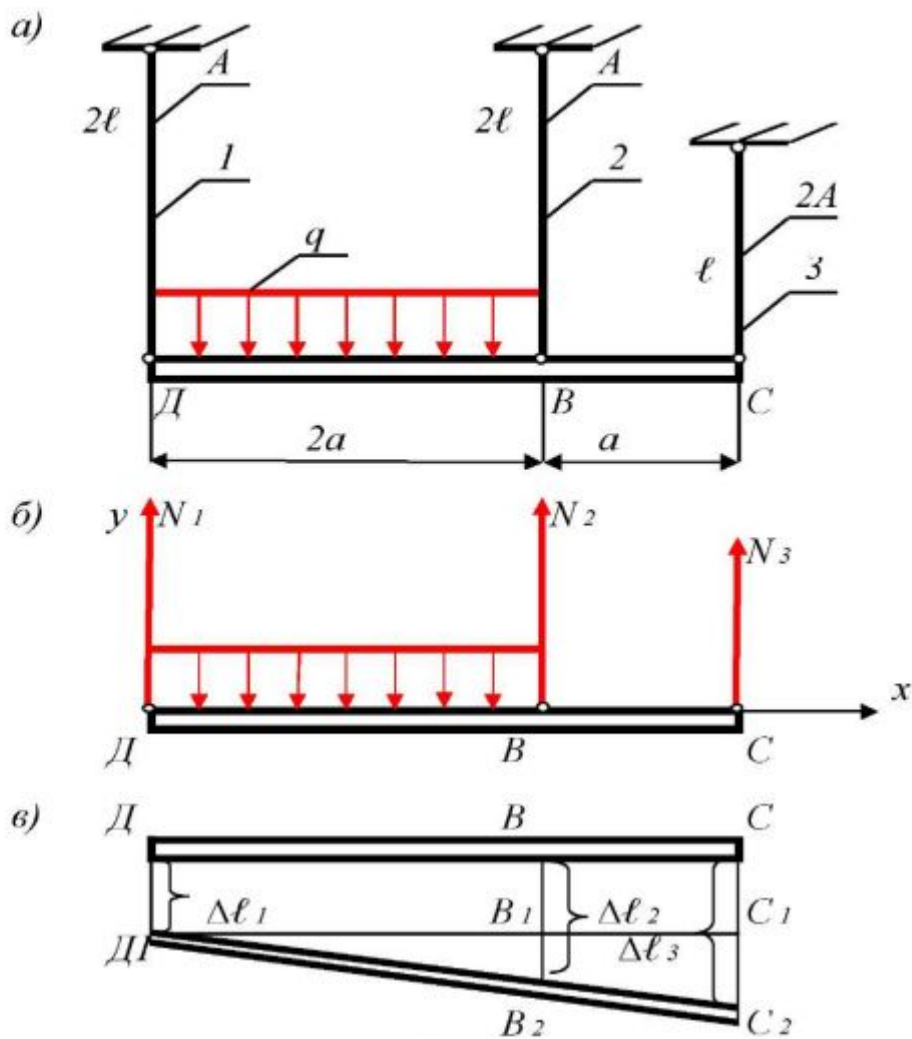


Рис. 9.

растяжения или сжатия. Найдем усилия в стержнях. Конструкция один раз статически неопределима, так как имеет одну лишнюю связь.

1. Статическая сторона задачи.

Мысленно разрезаем каждый стержень поперечным сечением (рис. 9, б) и заменяем действие отброшенной верхней части продольными силами  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$  (силы направляем от сечения, т.е. считаем их положительными, а стержни работающими на растяжение). Условия равновесия балки, а в данном случае системы параллельных сил ( $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$  и  $q$ ) будут

$$\Sigma F_{iy} = N_1 + N_2 + N_3 - q \cdot 2a = 0; \quad (1)$$

$$\Sigma M_D(F_i) = N_2 \cdot 2a + N_3 \cdot 3a - q \cdot 2a \cdot a = 0 \quad (2)$$

так как в качестве центра момента выбрана точка  $D$ , через которую проходит линия действия силы  $N_1$ , то в уравнении (2) неизвестных будет меньше.

Оставив в левой части в качестве неизвестных  $N_1, N_2, N_3$ , уравнения (1) и (2) приведем к виду:

$$\left. \begin{aligned} N_1 - N_2 + N_3 &= 2 \cdot qa \\ 2 \cdot N_2 + 3 \cdot N_3 &= 2 \cdot qa \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Получили систему двух уравнений с тремя неизвестными, которая методами статики не решается.

## 2. Геометрическая сторона задачи.

Рассматривая систему в деформированном состоянии, устанавливаем связи между деформациями стержней 1, 2, 3. Полученное уравнение называем уравнением совместности деформаций. Уравнение в деформациях составляем из предположения, что балка как жесткое целое переместится вниз и повернется относительно почки  $D$  (рис. 9, в). Тогда из подобия треугольников  $B_1B_2D_1$  и  $C_2C_1D_1$  следует,

$$\frac{B_2B_1}{C_2C_1} = \frac{B_1D_1}{C_1D_1} \quad \text{или} \quad \frac{\Delta\ell_2 - \Delta\ell_1}{\Delta\ell_3 - \Delta\ell_1} = \frac{2a}{3a}$$

Из пропорции получаем  $3 \cdot (\Delta\ell_2 - \Delta\ell_1) = 2 \cdot (\Delta\ell_3 - \Delta\ell_1)$ , приведя подобные члены, имеем  $\Delta\ell_1 - 3\Delta\ell_2 + 2\Delta\ell_3 = 0$  (4)

Уравнение (4) представляет собой уравнение совместности деформаций.

## 3. Физическая сторона задачи.

На основании закона Гука выражаем деформации стержней через действующие в них неизвестные усилия. По закону Гука

$$\Delta\ell = \frac{N \cdot \ell}{E \cdot A}$$

$$\text{поэтому } \Delta\ell_1 = \frac{N_1 \cdot \ell_1}{E_1 \cdot A_1}; \quad \Delta\ell_2 = \frac{N_2 \cdot \ell_2}{E_2 \cdot A_2}; \quad \Delta\ell_3 = \frac{N_3 \cdot \ell_3}{E_3 \cdot A_3}; \quad (5)$$

т.к.  $\ell_1 - \ell_2 - 2\ell$ ;  $\ell_3 - \ell$ ;  $E_1 - E_2 - E_3 - E$ ;  $A_1 - A_2 - A$ ;  $A_3 - 2A$ , то подставив соотношения (5) в уравнение (4), получим

$$\frac{N_1 \cdot 2\ell}{E \cdot A} - \frac{3N_2 \cdot 2\ell}{E \cdot A} + \frac{2N_3 \cdot \ell}{E \cdot 2A} = 0 \quad \text{или} \quad 2N_1 - 6N_2 + N_3 = 0 \quad (6)$$

Синтез. Решая совместно статические, геометрические и физические уравнения, находим неизвестные усилия.

Присоединяем уравнение (6) к уравнению (3)

$$\left. \begin{aligned} N_1 + N_2 + N_3 &= 2 \cdot qa \\ 2N_2 + 3N_3 &= 2 \cdot qa \\ 2N_1 - 6N_2 + N_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Рассмотрим уравнение (1) и (3) этой системы

$$\left. \begin{aligned} N_1 + N_2 + N_3 &= 2 \cdot qa \\ 2N_1 - 6N_2 + N_3 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Умножим первое уравнение на 2 и вычтем из него 2<sup>ое</sup> уравнение, получим:

$$8N_2 + N_3 = 4 \cdot qa \quad (8)$$

Полученное уравнение рассмотрим с уравнением (2) системы (7)

$$\left. \begin{aligned} 8N_2 + N_3 &= 4 \cdot qa \\ 2N_2 + 3N_3 &= 2 \cdot qa \end{aligned} \right\} \cdot 4$$

Умножим второе уравнение на 4 и вычтем из первого второе, получим

$$-11 \cdot N_3 = -4 \cdot qa \quad N_3 = \frac{4}{11} qa;$$

Подставив  $N_3$  в уравнение (8), получим:

$$8 \cdot N_2 + \frac{4}{11} qa = 4 \cdot qa$$

$$8 \cdot N_2 = 4 \cdot qa - \frac{4}{11} qa = \frac{40 \cdot qa}{11}; \quad N_2 = \frac{40 \cdot qa}{11 \cdot 8} = \frac{5qa}{11}; \quad N_2 = \frac{5qa}{11}$$

Подставив  $N_3$  и  $N_2$  в первое уравнение системы (7), определим  $N_1$

$$N_1 + \frac{5qa}{11} + \frac{4qa}{11} = 2qa$$

$$N_1 = 2 \cdot qa - \frac{5qa}{11} - \frac{4qa}{11} = \frac{(22 - 5 - 4) \cdot qa}{11} = \frac{13qa}{11}; \quad N_1 = \frac{13qa}{11}.$$

### Замечание.

Выбор схемы деформированной стержневой конструкции при моделировании нагружения не имеет принципиального значения.

Определяем напряжение в стержнях конструкции

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{13}{11} \frac{qa}{A} = 1,18qa;$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A} = \frac{5}{11} \frac{qa}{A} = 0,45qa;$$



$$\sigma_3 = \frac{N_3}{2 \cdot A} = \frac{4qa}{22 \cdot A} = \frac{0,18qa}{A}.$$

2) *Определение допустимого значения нагрузки [q].*

Определяем допустимое напряжение по заданному пределу текучести и коэффициенту запаса прочности

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\tau}}{k_{\tau}} = \frac{240}{1,5} \text{ МПа}$$

Из условия прочности при растяжении или сжатии максимальное напряжение не должно превышать допустимого, т.е.  $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$ .

Из полученных значений напряжений в пункте (2), видно, что

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = \frac{1,18qa}{A}$$

поэтому  $\frac{1,18qa}{A} \leq [\sigma]$ , отсюда  $[q] = \frac{A \cdot [\sigma]}{1,18A} = \frac{350 \cdot 160}{1,18 \cdot 2500} = 18,98 \text{ Н/мм} \approx 19 \text{ Н/мм}$

Ответ  $[q] = 19 \text{ Н/мм} = 0,019 \text{ Н/м}$ .

### Задача 9.

Три стержня, шарнирно скрепленные в одной точке (рис. 10), имеют одинаковые поперечные сечения. Определить площадь поперечного сечения, принимаем  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ ,  $F = 120 \text{ кН}$ .

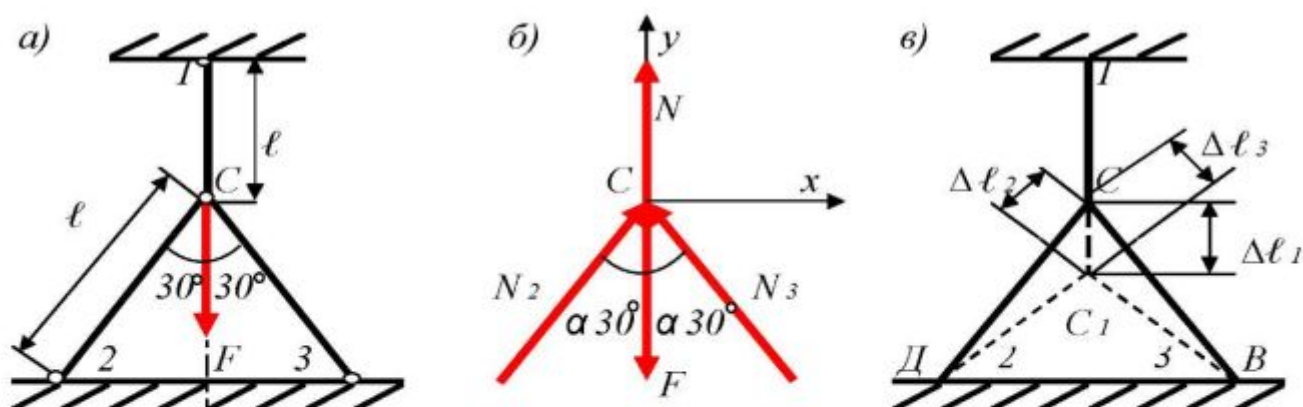


Рис. 10.

### Решение.

Из расчетной схемы конструкции, в которой стержни в узлах закреплены шарнирно и нагружены в узле C силой F, следует, что в стержнях будут

возникать только осевые усилия. Определение площади поперечного сечения при растяжении или сжатии (проектный расчет) выполняют по условию прочности

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma],$$

откуда, если известно усилие  $N$ , определяют необходимую площадь

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]}$$

Найдем усилия в стержнях конструкции.

1. *Статическая сторона задачи.* Вырезаем узел  $C$  (рис. 10,б) и составляем два уравнения равновесия действующих на него сил, как для плоских систем сходящихся сил, предполагая, что стержень 1 – растянут, а стержни 2 и 3 – сжаты:

$$\sum F_{ix} - N_2 \cdot \sin \alpha - N_3 \cdot \sin \alpha = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{iy} - N_1 + N_2 \cdot \cos \alpha + N_3 \cdot \cos \alpha = 0 \quad (2)$$

из уравнения (1), получаем  $N_2 = N_3$ .

В результате остается одно второе уравнение, содержащее два неизвестных усилия:

$$N_1 + 2 \cdot N_2 \cdot \cos \alpha = F \quad (3)$$

Получим на основе уравнений статики одно уравнение с двумя неизвестными, поэтому система один раз статически неопределима.

2. *Геометрическая сторона задачи.* Так как система симметрична относительно оси первого стержня и боковые стержни сжимаются одинаковыми силами, то под действием силы  $F$  узел  $C$  при деформации стержней опустится по вертикали на величину  $\Delta \ell_1$ . Все стержни деформируются и займут положение, показанные на (рис.10,в) штриховыми линиями. Укорочения боковых стержней получим, если из точек  $D$  и  $B$  радиусом, равным  $DC$  или  $BC$ , проведем дуги через точки  $C_1$  и сделаем засечки на длинах  $DC$  и  $BC$ . Ввиду малости деформаций можно считать, что углы

между осями стержней не изменяются, а проведенные дуги заменяются перпендикулярами. Из прямоугольного треугольника  $CKC_1$ , имеем:

$$\frac{\Delta \ell_2}{\Delta \ell_1} = \cos \alpha ; \text{ или } \Delta \ell_2 = \Delta \ell_1 \cos \alpha \quad (4)$$

3. *Физическая сторона задачи.* Удлинение стержней выразим по закону Гука через действующие усилия:

$$\Delta \ell_1 = \frac{N_1 \cdot \ell_1}{E \cdot A_1}; \quad \Delta \ell_2 = \frac{N_2 \cdot \ell_2}{E \cdot A_2}, \text{ так как } A_1 = A_2 = A, \quad \Delta \ell_1 = \frac{N_1 \cdot \ell}{E \cdot A}; \quad \Delta \ell_2 = \frac{N_2 \cdot \ell}{E \cdot A}$$

*Синтез.* Подставляя  $\Delta \ell_2$  и  $\Delta \ell_1$  в уравнение (4) получим

$$\frac{N_2 \cdot \ell}{E \cdot A} = \frac{N_1 \cdot \ell}{E \cdot A} \cdot \cos \alpha \text{ или } N_2 = N_1 \cdot \cos \alpha \quad (6)$$

Присоединив уравнение (6) к уравнению (3), получим

$$\left. \begin{aligned} N_1 + 2 \cdot N_2 \cdot \cos \alpha &= F \\ N_1 \cdot \cos \alpha - N_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Подставим  $N_2 = N_1 \cdot \cos \alpha$  в первое уравнение системы (7)

$$N_1 + 2 \cdot N_1 \cdot \cos^2 \alpha = F$$

$$\text{отсюда } N_1 = \frac{F}{1 + 2 \cos^2 \alpha} = \frac{120000}{1 + 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{120000}{1 + \frac{3}{2}} = \frac{120000}{2,5} = 48000 \text{ Н}$$

$$N_2 = N_1 \cdot \cos \alpha = 48000 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 41616 \text{ Н}$$

Так как площади стержней одинаковы, то максимальное напряжение возникает в первом стержне

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma]$$

$$\text{отсюда } A = \frac{N_1}{[\sigma]} = \frac{48000}{160} = 300 \text{ мм}^2 = 3 \text{ см}^2$$

Итак  $A = 3 \text{ см}^2$ .

### 3. Срез и смятие.

Краткие теоретические сведения.

В различных конструкциях и машинах детали, служащие для соединения отдельных элементов – заклепки, штифты, болты, шпонки, врубки и т.п. воспринимают нагрузки, перпендикулярные их продольной оси. Соответствующие примеры приведены на (рис. 10: *a* – заклепка; *b* – штифт; *в* – болт; *г* – шпонка; *д* – врубка).

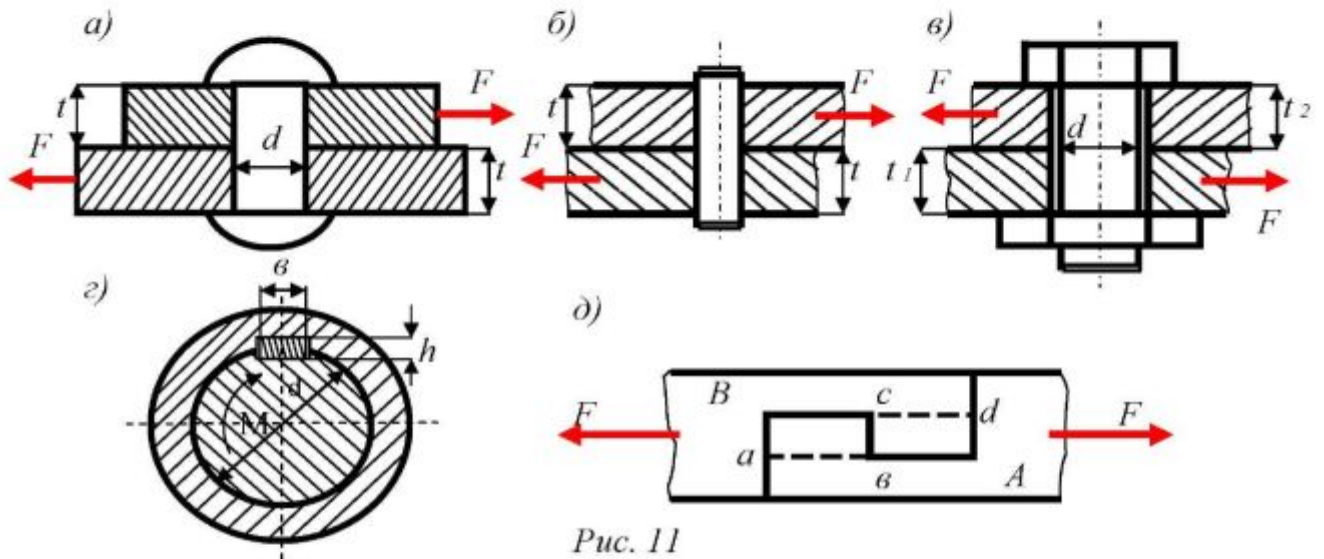


Рис. 11

При некотором значении силы  $F$  стержни заклепки, штифта, болта и шпонки могут срезаться в плоскости соприкосновения элементов, а для деревянных конструкций наблюдается деформация скалывания по поверхностям параллельным волокнам древесины.

*Срез* или *сдвиг* вызывается действием двух разных, очень близко расположенных одна к другой сил, направленных в противоположные стороны, перпендикулярно оси стержня, как, например, при разрезе листа ножницами.

Срез и скалывание обычно сопровождаются смятием материала в местах соприкосновения отдельных элементов конструкций. *Смятием* называется местная деформация сжатия по площадкам передачи давления одним

элементом конструкции другому. Давления, возникающие между поверхностями отверстий и соединительных деталей, принято называть напряжениями смятия и обозначать их  $\sigma_{см}$ .

Практические расчеты соединений, работающих на срез и смятие носят условный характер, так как условия их работы зависят во многом от технологии изготовления и сборки отдельных деталей.

В основу расчетов при срезе положены следующие допущения:

1. в поперечных сечениях элементов при срезе возникает только один внутренний силовой фактор – поперечная сила  $Q$ ;
2. касательные напряжения  $\tau$ , возникающие в поперечных сечениях, равномерно распределены по его площади;
3. если элемент имеет несколько сечений среза, то возникающие в них поперечные силы одинаковы;
4. внешние силы, сдвигающие соединяемые элементы равномерно распределены между соединительными элементами.

Расчеты на смятие ведутся в предположении:

1. что силы взаимодействия между деталями равномерно распределены по поверхности контакта и во всех точках нормальны к этой поверхности;
2. за расчетную площадь смятия при контакте по плоскости принимают действительную площадь соприкосновения, например, в шпоночном соединении; при контакте по цилиндрической поверхности, например, в заклепочном соединении принимают площадь проекции на диаметральной плоскости;
3. при различной толщине соединяемых деталей в расчетную формулу следует подставлять  $\delta_{min}$ .
4. если соединяемые и соединительные элементы изготовлены из различных материалов, на смятие проверяют элементы из менее прочного материала.

на основе сформулированных допущений при срезе получаем следующее условие прочности:

$$\tau_{cp} = \frac{Q}{A_{cp}} \leq [\tau_{cp}]$$

где,  $\tau_{cp}$  – расчетные напряжения среза, возникающие в поперечном сечении расчищаемой детали;  $Q$  – поперечная сила;  $Q = F/i$  ( $F$  – общая нагрузка соединения,  $i$  – число болтов, заклепок и т.д.);  $A_{cp}$  – площадь среза одного болта, заклепок и т.п.;  $[\tau_{cp}]$  – допускаемое напряжение на срез, зависящее от материала соединительных элементов и условий работы конструкции. В практических расчетах принимают допускаемое касательное напряжение при срезе  $[\tau_{cp}] = (0,5-0,6)[\sigma_p]$ , где  $[\sigma_p]$  – допускаемое напряжение при растяжении, или  $[\tau_{cp}] = (0,25...0,35)\sigma_T$ , где  $\sigma_T$  – предел текучести материала болта, заклепки, штифта.

На основе сформулированных допущений при смятии получим следующие условие прочности:

$$\sigma_{cm} = \frac{F'}{A_{cm}} \leq [\sigma_{cm}]$$

где,  $\sigma_{cm}$  – расчетное напряжение смятия;  $F'$  – сила, действующая на соединяемые детали;  $A_{cm}$  – суммарная площадь смятия с одной стороны от оси соединительных элементов;  $[\sigma_{cm}]$  – допускаемое напряжение при смятии. В машиностроении для болтовых, штифтовых и шпоночных соединений принимают: для деталей из малоуглеродистых сталей  $[\sigma_{cm}] = 100...120$  МПа; для деталей из среднеуглеродистой стали  $[\sigma_{cm}] = 140...170$  МПа.

Кроме расчета соединяемых элементов на срез и смятие необходима проверка элементов на растяжение по ослабленному сечению, т.е. проходящему через центры отверстий и расчет на срез (выкалывание) части элемента от центра отверстия до его края.

При решении задач нужно, прежде всего, установить, по каким условиям прочности следует определять размеры соединения, проверку прочности или силу необходимую для разрушения соединения. При определении размеров по

нескольким условиям прочности необходимо соблюдать строго определенную последовательность: начинать нужно с определения того размера, который не зависит от других определяемых размеров.

### 3.1. Расчет болтовых и клиновых соединений.

#### Задача 10.

Круглый стержень, растягиваемый силой  $F = 180 \text{ кН}$  укреплен на детали с помощью чеки прямоугольного сечения, (рис.12). Из условий прочности на растяжение, срез и смятие стали определить диаметр стержня  $d$ , необходимую длину  $a$  хвостовой его части, а также размеры поперечного сечения чеки  $t$  и  $h$  без учета ее работы на изгиб. Допускаемые напряжения принять:  $[\sigma_p] = 160 \text{ МПа}$ ,  $[\tau_{ср}] = 100 \text{ МПа}$ ,  $[\sigma_{см}] = 320 \text{ МПа}$ .

#### Решение.

Стержень под действием силы  $F$  испытывает растяжение, ослабленным сечением будет сечение стержня, которое проходит через чеку. Его площадь определяется как разность площадей круга и прямоугольника, у которого одна сторона равна ширине чеки  $t$ , а вторую можно принять равной диаметру стержня  $d$ .  $A_p = \frac{\pi d^2}{4} - t \cdot d$ . Эта площадь показана на (рис. 12, ж).

По условию прочности на растяжения

$$\sigma_p = \frac{N}{A_p} \leq [\sigma_p]$$

определяем площадь растяжения, подставляя  $N = F$ , имеем:

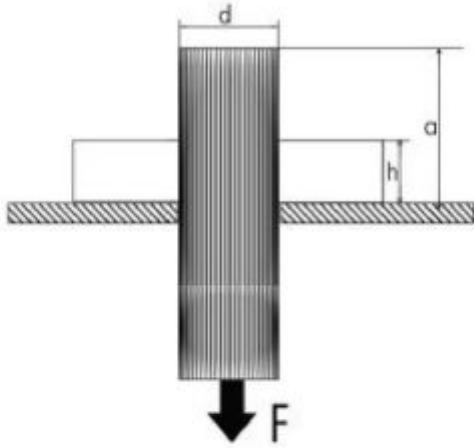
$$A_p = \frac{N}{[\sigma_p]} = \frac{180 \cdot 10^3}{160} = 1125 \text{ мм}^2$$

приравнявая  $\frac{\pi d^2}{4} - t \cdot d = 1125$  (1) получаем первое уравнение. В хвостовике

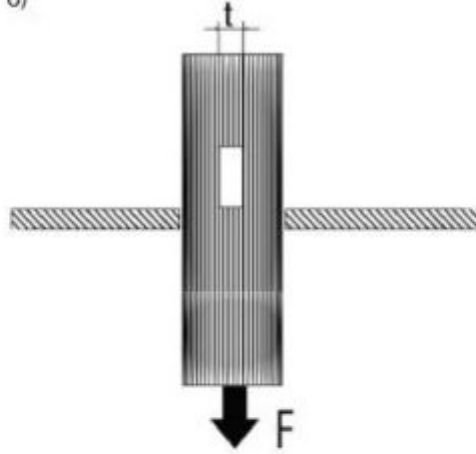
стержня под давлением чеки может произойти срез по площади  $A_{ср} = 2(a - h) \cdot d$ .

Из условия прочности на срез

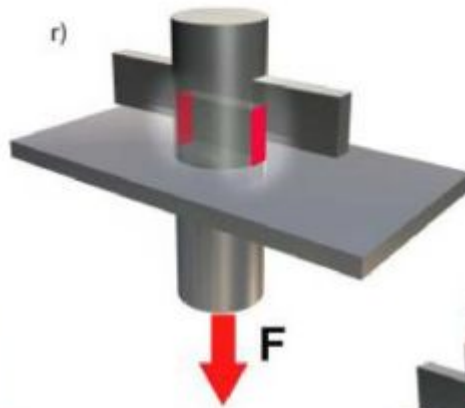
a)



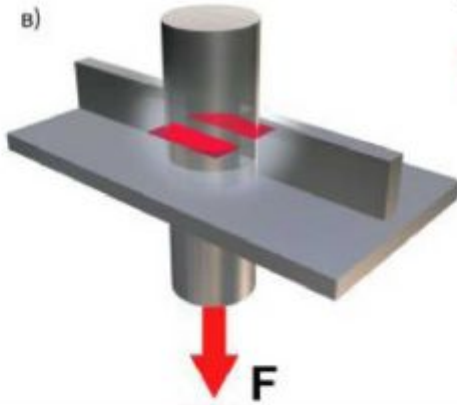
б)



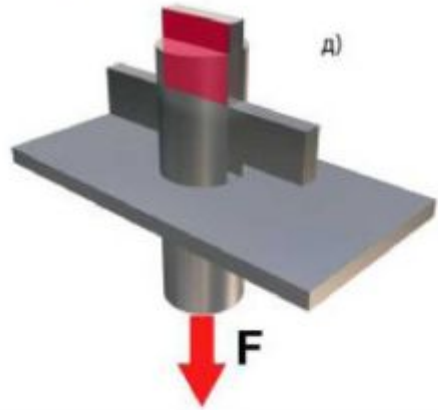
г)



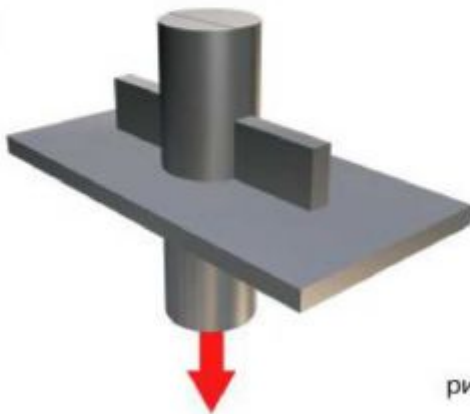
в)



д)



е)



ж)

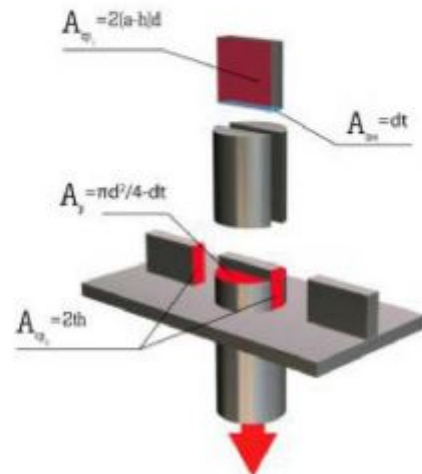


рис.12



$$\tau_{cp} = \frac{Q}{A_{cp}} \leq [\tau_{cp}], \text{ где } Q = F$$

определим площадь среза хвостовика

$$A_{1cp} = \frac{Q}{[\tau_{cp}]} = \frac{180 \cdot 10^3}{100} = 1800 \text{ мм}^2$$

отсюда  $2(a - h) \cdot d = 1800$  (2) получаем второе уравнение.

Исходя из условия равно прочности на срез стержня и чеки определяем площадь среза чеки, которая определяется как  $A_{2cp} = 2h \cdot t$  и равны  $A_{1cp}$  т.е.  $A_{2cp} = A_{1cp}$ , поэтому получаем третье уравнение  $2h \cdot t = 1800$  (3).

Под действием силы  $F$  чека, оказывая давление на внутреннюю часть стержня вызывает смятие стержня по площади  $A_{см} = d \cdot t$ . Из условия прочности на смятие

$$\sigma_{см} = \frac{F}{A_{см}} \leq [\sigma_{см}]$$

определяем площадь смятия:

$$A_{см} = \frac{F}{[\sigma_{см}]} = \frac{180 \cdot 10^3}{320} = 56,25 \text{ мм}^2 \text{ или } d \cdot t = 56,25$$

Таким образом, получим четыре уравнения для определения диаметра стержня  $d$ , длины хвостовика  $a$  и размеров поперечного сечения чеки  $t$  и  $h$ :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\pi d^2}{4} - t \cdot d = 1125 \\ 2(a - h) \cdot d = 1800 \\ 2h \cdot t = 1800 \\ d \cdot t = 56,25 \end{array} \right\} (4)$$

подставим в первое уравнение системы (4) вместо  $d \cdot t = 56,25$ , получим:

$$\frac{\pi d^2}{4} - 56,25 = 1125 \text{ или } \frac{\pi d^2}{4} = 1125 + 56,25 = 1687,5$$

отсюда  $d = \sqrt{\frac{1687,5 \cdot 4}{3,14}} = \sqrt{2149,7} = 46,4$  т.е.  $d = 46,4 \text{ мм}$

т.к.  $d \cdot t = 56,25$ ,  $t = \frac{56,25}{46,4} = 12,1 \text{ мм}$ ;  $t = 12,1 \text{ мм}$ .

Из третьего уравнения системы (4) определяем  $h$ .

$$2h \cdot t = 1800, \text{ отсюда } h = \frac{1800}{2t} = \frac{900}{12,1} = 74,3 \text{ мм}; h = 74,3 \text{ мм.}$$

Из второго уравнения системы (4) определяем  $a$ .

$$2(a - h) \cdot d = 1800$$

$$(a - h) = 900, \text{ отсюда } a = \frac{900 + h \cdot d}{d} = \frac{900 + h}{d} = \frac{900 + 74,3}{46,4} = 19,4 + 74,3 = 93,7 \text{ мм}$$

Итак,  $a = 93,7 \text{ мм}$ .

### Задача 11.

Проверить прочность тяги на растяжение, а болта на срез и смятие, если к тяге приложена сила  $F = 60 \text{ кН}$ , размеры даны на (рис.13), при допускаемых напряжениях: на растяжение  $[\sigma_p] = 120 \text{ МПа}$ , на срез  $[\tau_{ср}] = 80 \text{ МПа}$ , на смятие  $[\sigma_{см}] = 240 \text{ МПа}$ .

### Решение.

Устанавливаем, какие виды деформаций испытывают детали соединения. Под действием силы  $F$  стальная тяга диаметром  $d$  и проушина с наружным диаметром  $D_1$  и внутренним  $D_2$  будут испытывать растяжение, площадка тяги представляет собой окружность с площадью

$$A_{1p} = \frac{\pi d^2}{4}$$

в проушине, ослабленной отверстием  $D_2$  разрыв может произойти по площади  $A_{2p} = (D_1 - D_2) \cdot b$ . Используя условия прочности при растяжении

$$\sigma_p = \frac{N}{A_p} \leq [\sigma_p]$$

проверяем прочность тяги на растяжение; т.к.  $N = F$ , то

$$\sigma_p = \frac{F}{A_{1p}} = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 60 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 30^2} = 85 \text{ Н/мм}^2 = 85 \text{ МПа} < 120 \text{ МПа}$$

т.е. тяга удовлетворяет условию прочности.

Растягивающее напряжение в проушине;

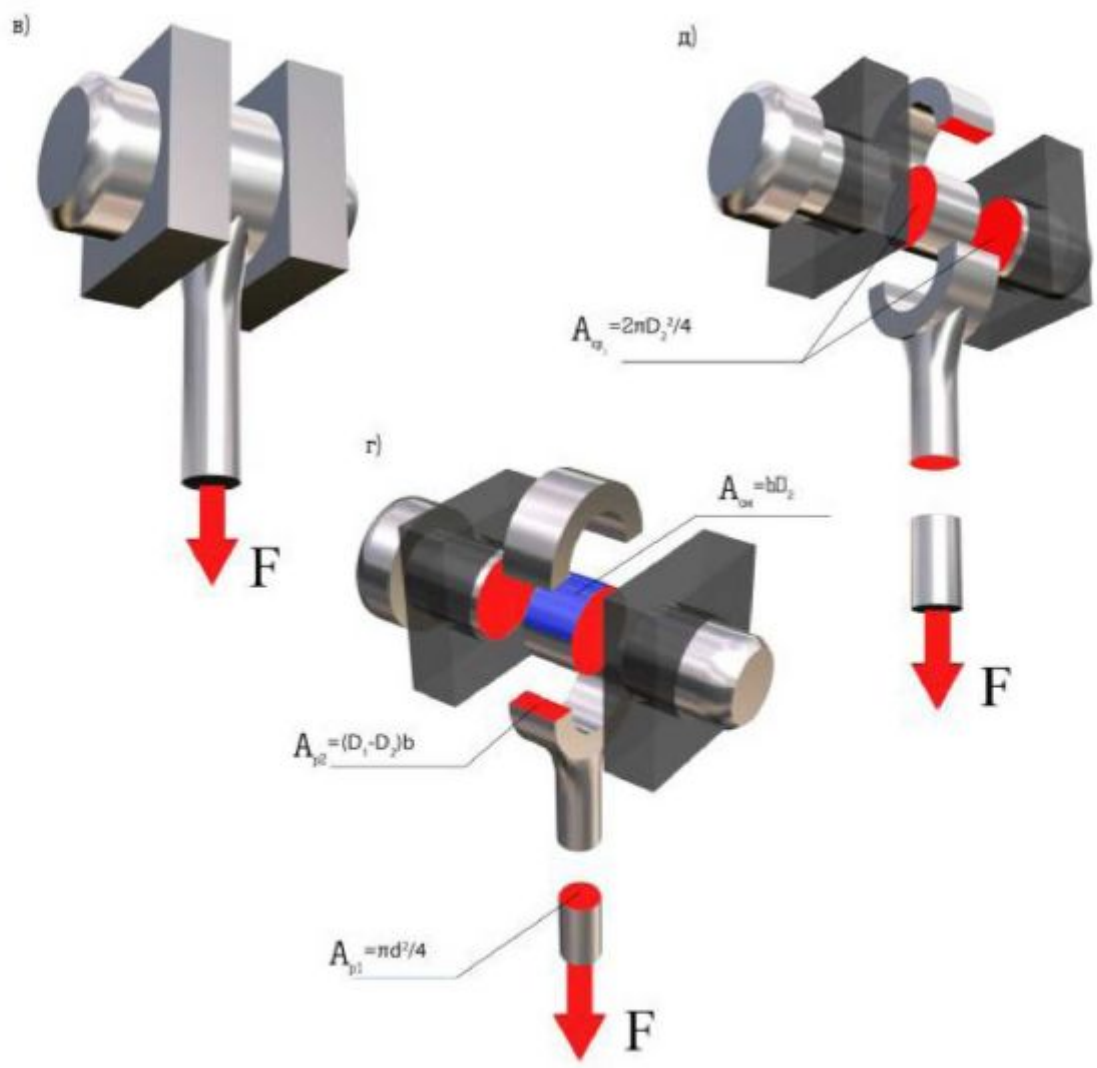
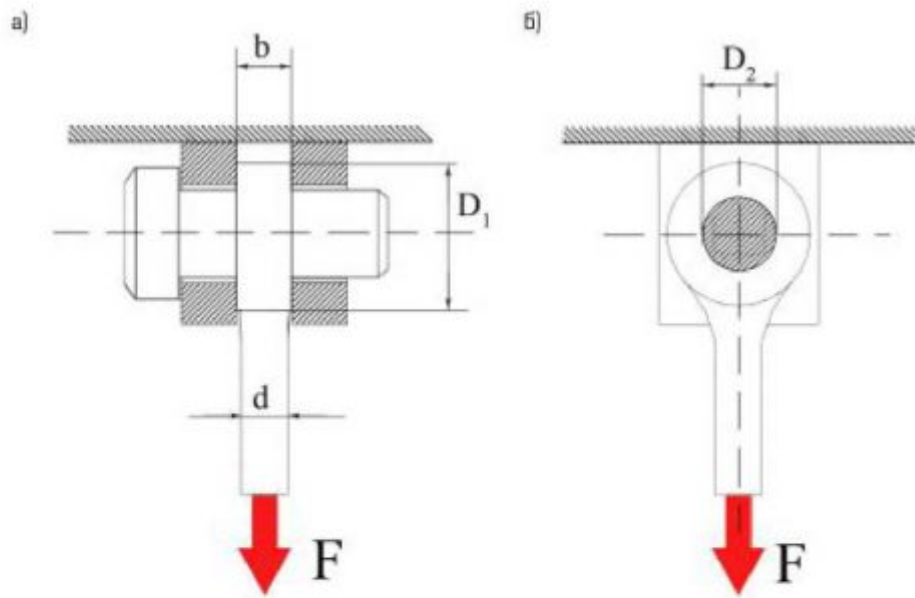


Рис. 13.

$$\sigma_p = \frac{F}{A_{2p}} = \frac{F}{(D_1 - D_2) \cdot \delta} = \frac{60 \cdot 10^3}{(60 - 40) \cdot 40} = \frac{60 \cdot 10^3}{20 \cdot 40} = \frac{600}{8} = 75 \text{ Н/мм}^2 = 75 \text{ МПа} < 120 \text{ МПа}$$

Прочность проушины обеспечена.

Болт диаметром  $D_2$  испытывает срез по двум плоскостям, каждая из которых равна площади поперечного сечения болта, т.е.

$$A_{cp} = \frac{2\pi D_2^2}{4} = \frac{\pi D_2^2}{2}$$

Из условия прочности на срез:

$$\tau_{cp} = \frac{Q}{A_{cp}} \leq [\tau_{cp}] \quad \text{т.к. } Q = F,$$

$$A_{cp} = \frac{\pi D_2^2}{2}, \quad \text{то } \tau_{cp} = \frac{2F}{\pi D_2^2} = \frac{2 \cdot 60 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 40^2} = \frac{120 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 1600} = \frac{1200}{50,24} = 23,9 \text{ Н/мм}^2 = 24 \text{ МПа} < 80 \text{ МПа}$$

Внутренняя часть проушины оказывает давление на поверхность болта, поэтому смятию подвергается цилиндрическая поверхность болта по площади  $A_{см} = D_2 \cdot \delta$ .

Из условия прочности на смятие:

$$\sigma_{см} = \frac{F}{A_{см}} \leq [\sigma_{см}]$$

выполняем проверку прочности болта на смятие

$$\sigma_{см} = \frac{F}{A_{см}} = \frac{F}{D_2 \cdot \delta} = \frac{60 \cdot 10^3}{40 \cdot 40} = \frac{60 \cdot 10^3}{1600} = \frac{600}{16} = 37,5 \text{ Н/мм}^2 = 35,5 \text{ МПа} < 240 \text{ МПа}$$

### Задача 12.

Болт диаметром  $d = 100 \text{ мм}$ , работающий на растяжение, опирается головкой на лист (рис. 14). Определить диаметр головки  $D$  и высоту ее  $h$ , если растягивающее напряжение в сечении болта  $\sigma_p = 100 \text{ Н/мм}^2$ , напряжение смятия по площади опирания головки  $\sigma_{см} = 40 \text{ Н/мм}^2$  и напряжения среза головки  $\tau_{cp} = 50 \text{ Н/мм}^2$ .

### Решение.

Приступая к решению задачи, нужно установить какие виды деформаций испытывает стержень болта и его головка, чтобы затем использовать

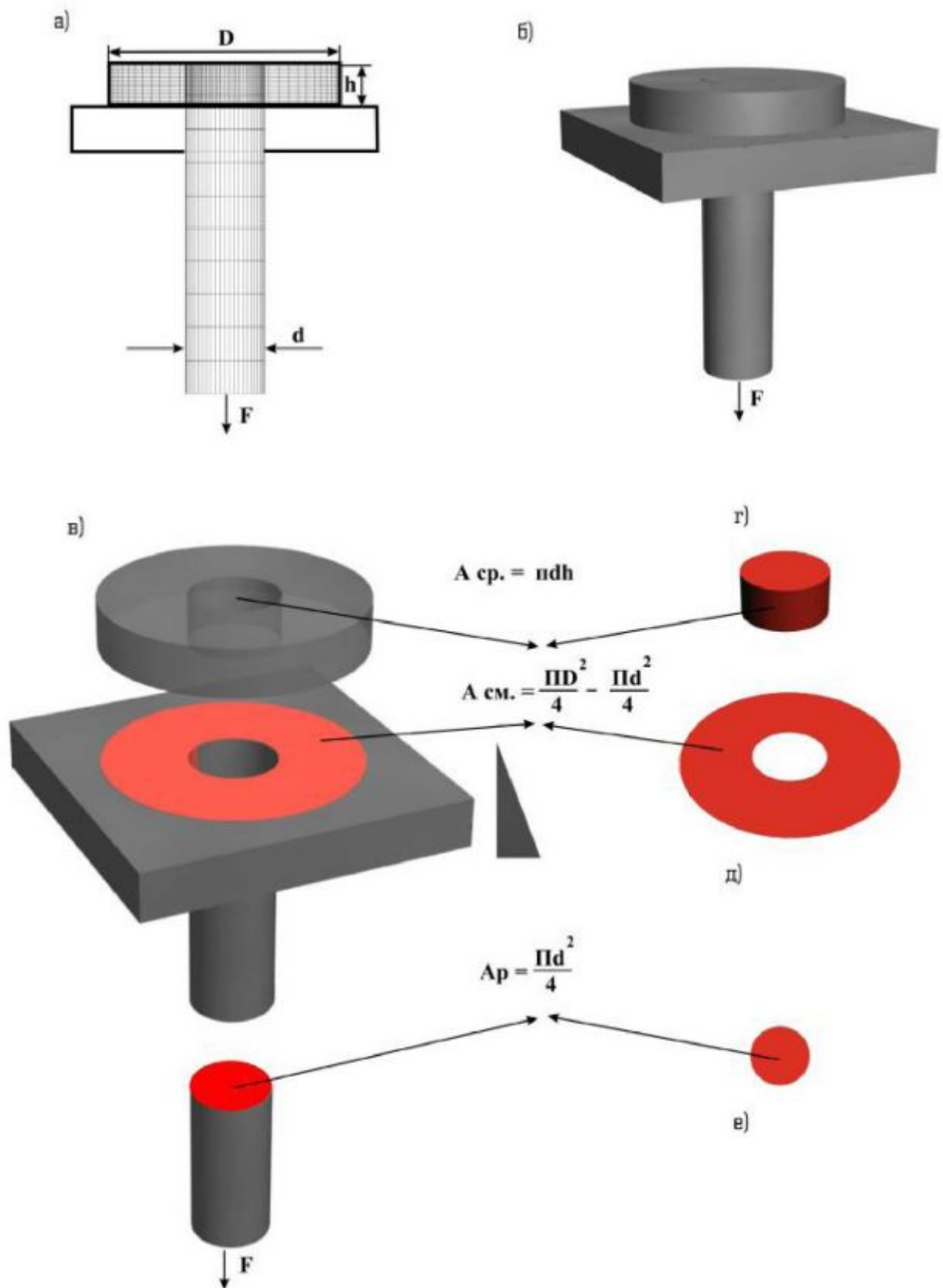


Рис. 14.

соответствующие расчетные зависимости. Если уменьшать диаметр болта  $d$ , то это может привести к разрыву, так как стержень болта испытывает растяжение. Площадь поперечного сечения, по которой может произойти разрыв  $A_p = \frac{\pi d^2}{4}$  (рис. 14,в). Уменьшение высоты головки  $h$ , если прочность головки стержня окажется недостаточной, повлечет за собой срез по боковой поверхности цилиндра высотой  $h$  и диаметром  $d$  (рис. 14,а). Площадь среза  $A_{cp} = \pi \cdot d \cdot h$ .

Если будет уменьшаться диаметр головки  $D$ , то воспринимающая силу  $F$ , опорная кольцевая поверхность головки стержня может подвергнуться смятию. Площадь смятия  $A_{см} = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4}$  (рис. 14,б).

Таким образом, расчет необходимо вести по условиям прочности на растяжение, срез и смятие. При этом следует соблюдать определенную последовательность, т.е. начинать расчет с определения тех силовых факторов или размеров, которые не зависят от других определяемых величин. В данной задаче начинаем с определения внутренней силы  $N$ , которая равна по величине срезающей силе  $Q$  прикладываемой к болту силы  $F$ .

Из условия прочности при растяжении

$$\sigma_p = \frac{N}{A_p} \leq [\sigma_p]$$

определяем силу  $N$ , которая равна по величине силе  $Q = F$ .

$$\text{Сила } N = \sigma_p A_p = \sigma_p \cdot \frac{\pi d^2}{4} = 100 \cdot \frac{3,14 \cdot 100^2}{4} = 785000 \text{ Н} = 785 \text{ кН}$$

Из условия прочности на срез  $\tau_{cp} = \frac{Q}{A_{cp}} \leq [\tau_{cp}]$  определим высоту головки

болта, т.к.  $Q = F$ , то,  $A_{cp} = \frac{Q}{\tau_{cp}} = \frac{785000}{50} = 15700 \text{ мм}^2$ , но  $A_{cp} = \pi d h$ ,

$$\text{поэтому } h = \frac{A_{cp}}{\pi d} = \frac{157000}{3,14 \cdot 100} = 50 \text{ мм}.$$

Определяем диаметр опорной поверхности головки болта из условия ее прочности на смятие

$$\sigma_{см} = \frac{F}{A_{см}} \leq [\sigma_{см}]$$

отсюда  $A_{см} = \frac{F}{\sigma_{см}} = \frac{785000}{40} = 19625 \text{ мм}^2$ , но  $A_{см} = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4}$  откуда

$$D = \sqrt{\frac{4A_{см}}{\pi} + d^2} = \sqrt{25000 + 10000} = \sqrt{35000} = 187 \text{ мм}.$$

Ответ:  $h = 50 \text{ мм}$ ,  $D = 187 \text{ мм}$ .

### Задача 13.

Определить какую силу  $F$  (рис. 15) надо приложить к пуансону штампа для пробивки в стальном листе толщиной  $t = 4 \text{ мм}$ , размером  $b \times h = 10 \times 15$ , если предел прочности на срез материала листа  $\tau_{нч} = 400 \text{ МПа}$ . Определить также напряжение сжатия в пуансоне.

### Решение.

Под действием силы  $F$  произошло разрушение материала листа по четырем поверхностям, когда действительное напряжение достигло предела прочности  $\tau_{нч}$  при срезе. Следовательно, надо определить внутреннюю  $Q$  и равную ей внешнюю силу  $F$  по известному напряжению и размерам  $h$ ,  $b$  и  $t$  площадь деформируемых сечений. А эта площадь представляет собой площадь четырех прямоугольников: двух с размерами  $h \times t$  и двух с размерами  $b \times t$ .

Таким образом,  $A_{ср} = 2 \cdot h \cdot t + 2 \cdot b \cdot t = 2t \cdot (h + b) = 2 \cdot 4 \cdot (15 + 10) = 200 \text{ мм}^2$ .

Касательное напряжение при срезе  $\tau_{ср} = \frac{Q}{A_{ср}} \leq [\tau_{ср}]$ ; но так как  $Q = F$ ;

$$F = \tau_{нч} \cdot A_{ср} = 400 \cdot 200 = 80000 \text{ Н} = 80 \text{ кН}; \quad F = 80 \text{ кН}$$

Напряжение сжатия в пуансоне  $\sigma_{сж} = \frac{F}{A_{сж}} = \frac{F}{bh} = \frac{80000}{10 \cdot 15} = 533,3 \text{ Н/мм}^2 = 533,3 \text{ МПа}$ .

Ответ:  $F = 80 \text{ кН}$ ;  $\sigma_{сж} = 533,3 \text{ МПа}$ .

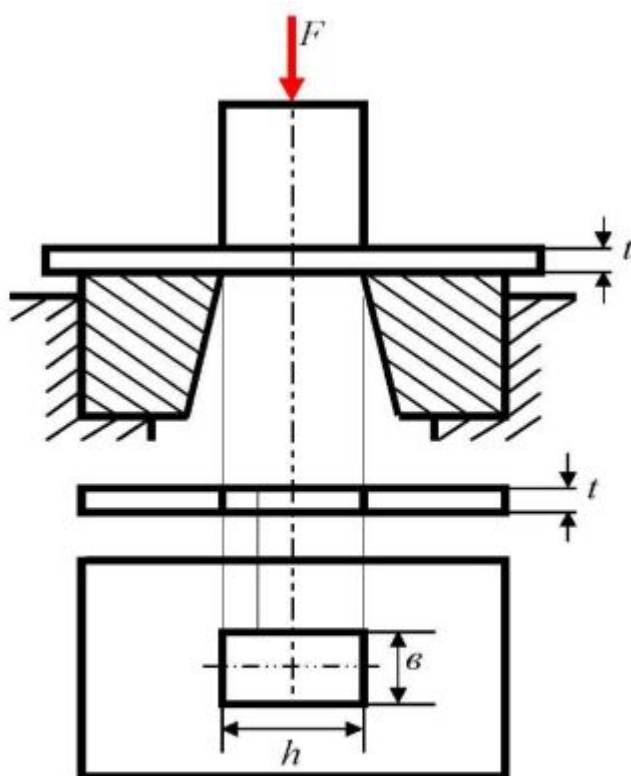


Рис. 15.

### 3.2. Примеры расчета врубок на растяжение, срез и смятие.

#### Задача 14.

Деревянный брус квадратного сечения,  $a = 180$  мм (рис.16.) подвешен на двух горизонтальных прямоугольных балках и нагружен растягивающей силой  $F = 40$  кН. Для крепления на горизонтальных балках в брус выполнены две врубки до размера  $b = 120$  мм. Определить возникающие в опасных сечениях бруса напряжения растяжения, среза и смятия, если  $c = 100$  мм.

#### Решение.

Под действием силы  $F$  в брус, ослабленном с двух сторон врубками возникает растягивающее напряжение  $\sigma$ . В опасном сечении, размеры которого  $A_p = b \cdot a = 120 \cdot 180 = 21600$  мм<sup>2</sup>. Нормальное напряжение  $\sigma$ , учитывая, что внутренняя сила  $N$  в сечении равна внешней силе  $F$  равно:

$$\sigma = \frac{N}{A_p} = \frac{40000}{21600} = 1,85 \text{ Н/мм}^2 = 1,85 \text{ МПа}$$



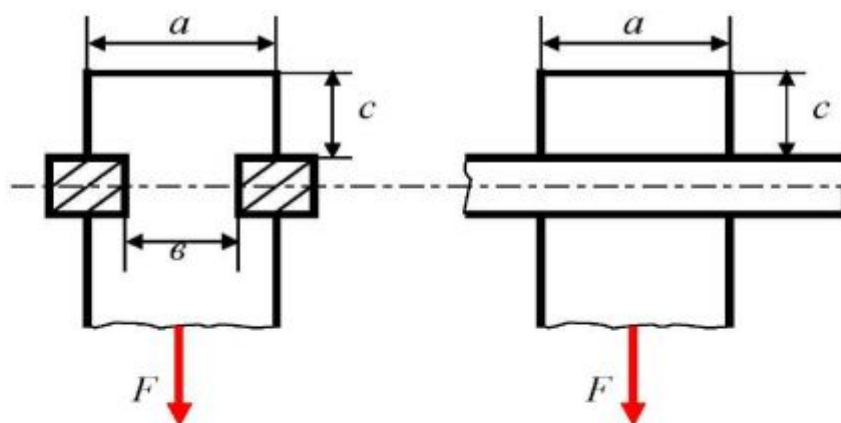


Рис.16.

Касательные напряжения скалывания  $\tau_{ск}$  возникают в двух опасных сечениях от давления горизонтальных балок на вертикальный брус, под действием силы  $Q = F$ . Эти площадки расположены в вертикальной плоскости, их величина  $A_{ск} = 2 \cdot c \cdot a = 2 \cdot 100 \cdot 180 = 36000 \text{ мм}^2$ .

Вычисляем напряжения скалывания, действующих на этих площадках:

$$\tau_{ск} = \frac{Q}{A_{ск}} = \frac{40000}{36000} = 1,1 \text{ Н/мм}^2 = 1,1 \text{ МПа}$$

Напряжение смятия  $\sigma_{см}$  возникает от действия силы  $F$  в двух опасных сечениях вертикального бруса в верхней части горизонтальных балок, оказывающих давление на вертикальный брус. Их величина определяется  $A_{см} = a \cdot (a - b) = 180 \cdot (180 - 120) = 180 \cdot 60 = 10800 \text{ мм}^2$ .

$$\text{Напряжение смятия } \sigma_{см} = \frac{F}{A_{см}} = \frac{40000}{10800} = 3,7 \text{ Н/мм}^2 = 3,7 \text{ МПа}$$

### Задача 15.

Определить необходимые размеры врубки «прямым зубом». Соединение показано на (рис. 17). Сечение брусьев квадратное, растягивающая сила  $F = 40 \text{ кН}$ . Допускаемые напряжения для древесины имеют значения: на растяжение  $[\sigma_p] = 10 \text{ МПа}$ , на скалывание  $[\tau_{ск}] = 1 \text{ МПа}$ , на смятие  $[\sigma_{см}] = 8 \text{ МПа}$ .

### Решение.

Сопряжения элементов деревянных конструкций – врубки рассчитываются на прочность из условия их работы на растяжение,

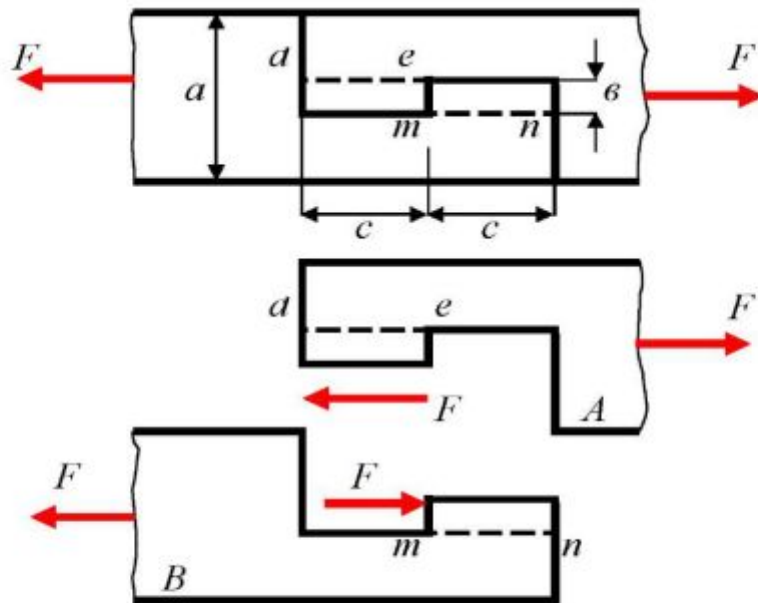


Рис. 17.

скалывание и смятие. При достаточной величине сил  $F$ , действующих на врубку прямым зубом (рис. 17.), может произойти скалывание по сечениям  $de$  и  $mn$ , по этим сечениям возникают касательные напряжения, величина которых определяется в предположении их равномерного распределения по площади сечения. Площадь сечения  $de$  или  $mn$   $A_{ск} = a \cdot c$ .

Условие прочности имеет вид:

$$\tau_{ск} = \frac{Q}{A_{ск}} \leq [\tau_{ск}]$$

отсюда,  $A_{ск} = \frac{F}{[\tau_{ск}]} = \frac{40000}{1} = 40000 \text{ мм}^2$ , или  $a \cdot c = 4000 \text{ мм}^2$  (1)

В вертикальной стенке зуба на площадке  $te$  имеет место деформация смятия. Площадь сечения, по которой может произойти смятие  $A_{см} = b \cdot a$ .

Из условия прочности на смятия:

$$\sigma_{см} = \frac{F}{A_{см}} \leq [\sigma_{см}]$$

имеем  $A_{см} = \frac{F}{[\sigma_{см}]} = \frac{40000}{8} = 5000 \text{ мм}^2$  или  $b \cdot a = 5000 \text{ мм}^2$  (2)

Исходя из разнопрочности деталей  $A$  и  $B$ , разрыв их может произойти по сечению, площадь которой  $A_p = \frac{a(a-b)}{2}$ .

Условия прочности на растяжение имеет вид:

$$\sigma_p = \frac{N}{A_p} \leq [\sigma_p]$$

откуда  $A_p = \frac{F}{[\sigma_p]} = \frac{40000}{10} = 4000 \text{ мм}^2$ , или  $\frac{a \cdot (a-b)}{2} = 4000$  (3)

В результате получим систему уравнений: 1, 2, 3.

$$\left. \begin{aligned} a \cdot c &= 4000 \\ b \cdot a &= 5000 \\ \frac{a \cdot (a-b)}{2} &= 4000 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Выполнив преобразование в третьем уравнении системы (4), получим:

$$\left. \begin{aligned} a \cdot c &= 4000 \\ b \cdot a &= 5000 \\ a^2 - a \cdot b &= 8000 \end{aligned} \right\} \quad (4^1)$$

уравнение (3) системы (4<sup>1</sup>) принимает вид  $a^2 - 8000 + a \cdot b = 8000 + 5000 = 13000$

отсюда  $a = \sqrt{13000} = 114 \text{ мм}$ ;

из уравнения (2) системы (4<sup>1</sup>)  $b = \frac{5000}{a} = \frac{5000}{114} = 43,8 \approx 44 \text{ мм}$ ;

из уравнения (1) системы (4<sup>1</sup>)  $c = \frac{40000}{114} = 351 \text{ мм}$ .

Ответ:  $a = 114 \text{ мм}$ ;  $b = 44 \text{ мм}$ ;  $c = 351 \text{ мм}$ .

### Задача 16.

Соединение стропильной ноги с затяжкой выполнено с помощью лобовой врубки (рис. 18.). Определить необходимые размеры  $(x, x_1, y)$ , если сжимающее усилие в подкосе равно  $F=60 \text{ кН}$ , угол наклона крышки  $\alpha = 30^\circ$ , размеры сечения брусьев  $h = 20 \text{ см}$ ,  $b = 10 \text{ см}$ . Допускаемые напряжения приняты: на растяжения и сжатие вдоль волокон  $[\sigma] = 10 \text{ МПа}$ , на смятие поперек волокон  $[\sigma_{см}] = 8 \text{ МПа}$ , на смятие вдоль волокон  $[\sigma_{90}] = 2,4 \text{ МПа}$  и на скалывание вдоль волокон  $[\tau_{ск}] = 0,8 \text{ МПа}$ . Проверить также прочность

стропильной ноги на сжатие и затяжки в ослабленном месте сечения на растяжение.

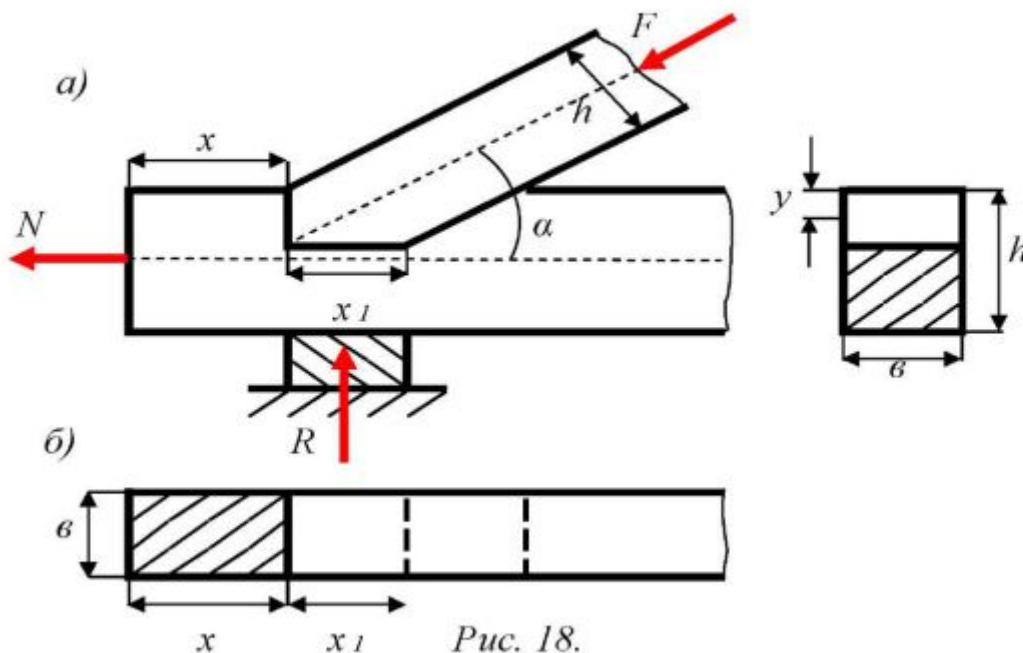


Рис. 18.

Решение.

Определяем усилия, действующие по плоскостям врубки. Для этого раскладываем силу  $F$  на вертикальную составляющую  $F_1$  и горизонтальную составляющую  $F_2$ , получим

$$F_1 = F \sin \alpha = 60 \cdot 0,5 = 30 \text{ кН.}$$

$$F_2 = F \cos \alpha = 60 \cdot 0,867 = 52,02 \text{ кН.}$$

Эти силы уравниваются реакцией опоры  $R = F_1$  и растягивающим усилием в затяжке  $N = F_2$ . Сила  $F_1$  вызывает смятие затяжки по площади опирания на опорную подушку (перпендикулярно к волокнам). Условия прочности на смятие:

$$\sigma_{см} = \frac{F_1}{A_{см}} \leq [\sigma_{90}]$$

откуда,  $A_{см} = \frac{F_1}{[\sigma_{90}]} = \frac{30000}{2,4} = 12500 \text{ мм}^2$  т.к.  $A_{см} = x_1 \cdot b$ , то  $x_1 = \frac{A_{см}}{b} = \frac{12500}{100} = 125 \text{ мм}$

Конструктивно она принимается значительно больше. Глубину врубки  $y$  определяем из условия, что сила  $F_2$  вызывает смятие по вертикальной упорной,

и площадке  $A_{см}$  –  $y \cdot b$  в местеконтакта торца строительной ноги с затяжкой. Из условия прочности на смятие имеем:

$$\frac{F_2}{A_{см}} \leq [\sigma_{см}] \quad \text{т.к. } A_{см} = y \cdot b, \text{ то } y = \frac{F_2}{[\sigma_{см}] \cdot b} = \frac{52000}{8 \cdot 100} = 65 \text{ мм}.$$

Конец затяжки испытывает скалывание вдоль волокон под действием этой же горизонтальной силы  $F_2$ . Длину  $x$  затяжки, выступающую за врубку,

определим из условия прочности на скалывание:  $\tau_{ск} = \frac{F_2}{A_{ск}} \leq [\tau_{ск}]$

т.к.  $\tau_{ск} = 0,8 \text{ МПа}$ ,  $A_{ск} = \frac{F_2}{[\tau_{ск}]} = \frac{52000}{0,8} = 65000 \text{ мм}^2$ . Площадь скалывания  $A_{ск} = b \cdot x$

Следовательно,  $b \cdot x = 65000$ , откуда  $x = \frac{65000}{b} = \frac{65000}{100} = 650 \text{ мм}$ .

Проверим прочность строительной ноги на сжатие:

$$\sigma_{сж} = \frac{F}{A_{сж}} = \frac{60000}{100 \cdot 200} = 3 \text{ Н/мм}^2 = 3 \text{ МПа} < 10 \text{ МПа} \quad \text{прочность обеспечена}$$

Проверим прочность затяжки в ослабленном сечении:

$$\sigma_p = \frac{F_2}{A_p} = \frac{F \cdot 2}{b(h-y)} = \frac{52000}{100(200-65)} = \frac{52000}{100 \cdot 135} = 3,9 \text{ МПа} < 10 \text{ МПа}$$

т.е. прочность обеспечена.

### 3.3. Расчет заклепочных соединений.

#### Задача 17.

Определить напряжение растяжения, вызываемое силой  $F = 30 \text{ кН}$  в ослабленном, тремя заклепками сечения стальных полос, а также напряжения среза и смятия в заклепках. Размеры соединения: ширина полос  $a = 80 \text{ мм}$ , толщина листов  $\delta = 6 \text{ мм}$ , диаметр заклепок  $d = 14 \text{ мм}$  (рис. 19).

#### Решение.

Максимальное напряжение растяжения возникает в полосе по сечению 1-1 (рис. 19,а) ослабленному тремя отверстиями под заклепки. В этом сечении действует внутренняя сила  $N$ , равная по величине силе  $F$ . Площадь поперечного сечения показана на (рис. 19, г) и равна  $A_p = a \cdot \delta - 3 \cdot d \cdot \delta = \delta \cdot (a - 3d)$ .

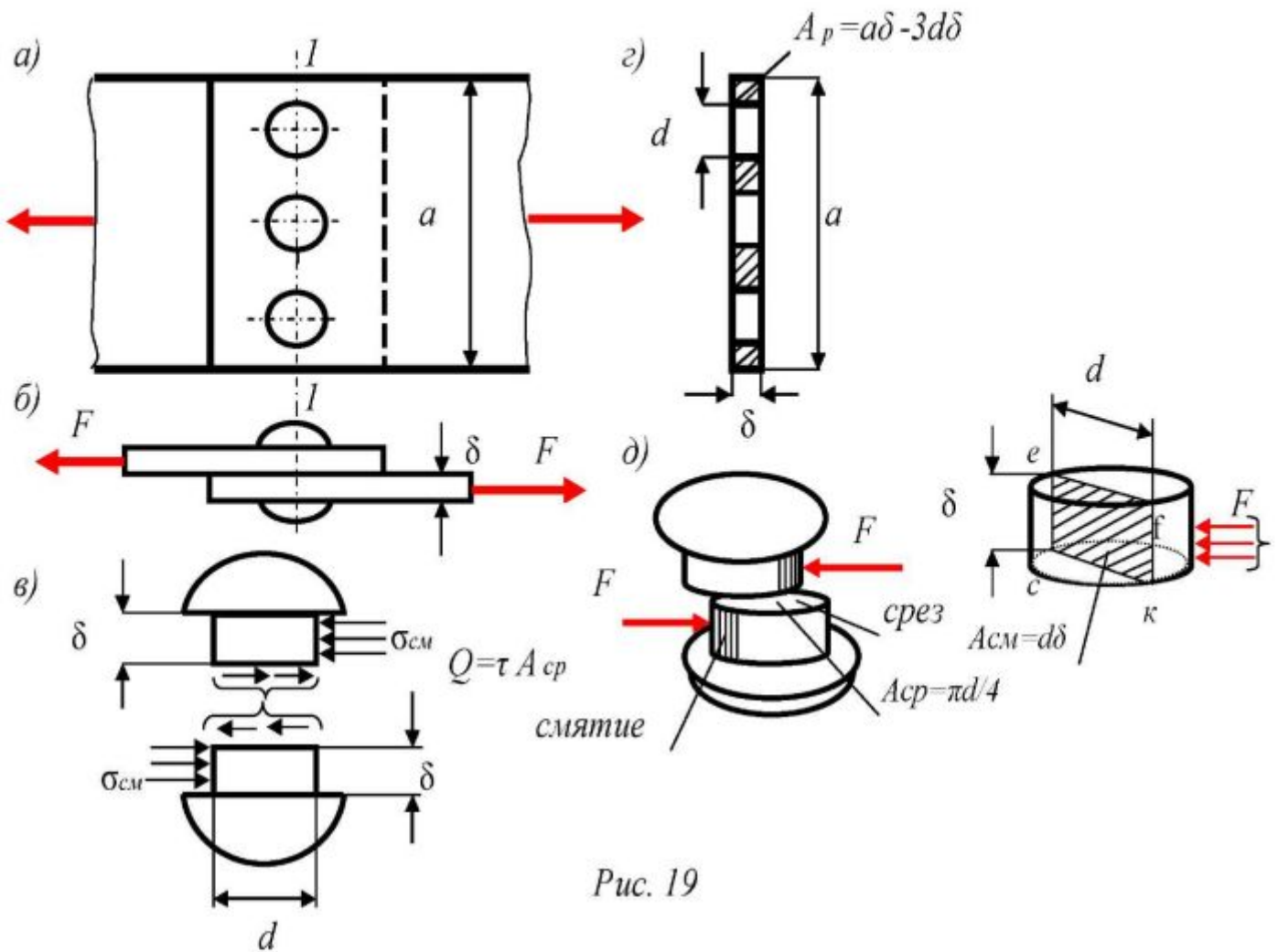


Рис. 19

Напряжение в опасном сечении 1-1:

$$\sigma_p = \frac{N}{A_p} = \frac{N}{\delta(a+3d)} = \frac{30000}{6(80-3 \cdot 14)} = \frac{30000}{6 \cdot 38} = 131,6 \text{ Н/мм}^2 = 131,6 \text{ МПа}$$

Срез вызывается действием двух равных внутренних сил  $Q = \int_{(A)} \tau_{cp} dA$ ,

направленных в противоположные стороны, перпендикулярно оси стержня

(рис. 19,в). Площадь среза одной заклепки равна площади круга  $\frac{\pi d^2}{4}$  (рис.19,д),

площадь среза всего сечения  $A_{cp} = n \cdot \frac{\pi d^2}{4}$ , где  $n$  – число заклепок, в данном

случае  $n = 3$ .

Подсчитываем напряжение среза в заклепках:

$$\tau_{cp} = \frac{Q}{A_{cp}} = \frac{Q}{n \cdot \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{F}{n \cdot \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{30000}{3 \cdot \frac{3,14 \cdot 14^2}{4}} = \frac{30000}{461,1} = 65 \text{ Н/мм}^2 = 65 \text{ МПа}$$

На стержень заклепки давление со стороны отверстия в листе передается по боковой поверхности полуцилиндра (рис. 19, д), высотой, равной толщине листа  $\delta$ . С целью упрощения расчета за площадь смятия вместо поверхности полуцилиндра условно принимают проекцию этой поверхности на диаметрально плоскость (рис. 19,е), т.е. площадь прямоугольника  $efck$ , равную  $d\delta$ .

Вычисляем напряжение смятия в заклепках:

$$\sigma_{cm} = \frac{F}{A_{cm}} = \frac{F}{n \cdot d \cdot \delta} = \frac{30000}{3 \cdot 14 \cdot 6} = 119 \text{ Н/мм}^2 = 119 \text{ МПа}$$

Итак  $\sigma_p = 131,6 \text{ МПа}$ ,  $\tau_{cp} = 65 \text{ МПа}$ ,  $\sigma_{cm} = 119 \text{ МПа}$ .

#### Задача 18.

Стержень фермы, состоящий из двух швеллеров №20, соединен с фасонным листом (косынкой) узла фермы заклепками расчетным диаметром  $d=16 \text{ мм}$  (рис.20). Определить требуемое число заклепок при допустимых напряжениях:  $[\tau_{cp}] = 140 \text{ МПа}$ ;  $[\sigma_{cm}] = 320 \text{ МПа}$ ;  $[\sigma_p] = 160 \text{ МПа}$ . Проверить прочность стержня.

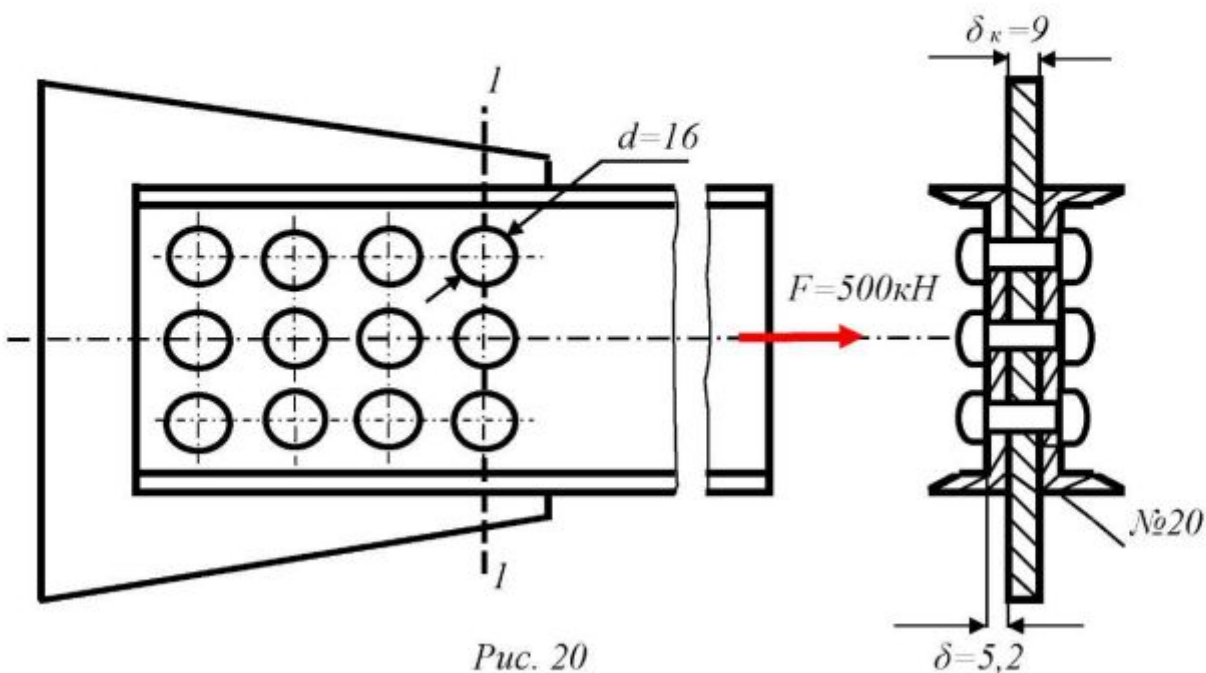


Рис. 20

### Решение.

Определяем размеры поперечного сечения швеллера №20 по ГОСТ 8240-89  $A = 23,4 \text{ см}^2$ , толщина стенки швеллера  $\delta = 5,2 \text{ мм}$ . Из условия прочности на срез

$$\tau_{ср} = \frac{Q_{ср}}{A_{ср}} \leq [\tau_{ср}] \quad (1)$$

где  $Q_{ср}$  – поперечная сила: при нескольких одинаковых соединительных деталях  $Q_{ср} = F/i$  ( $F$  – общая нагрузка соединения;  $i$  – число заклепок;  $A_{ср}$  – площадь среза одной заклепки;  $[\tau_{ср}]$  – допускаемое напряжение на срез, зависящее от материала соединительных элементов и условий работы конструкций.

Обозначим  $z$  – число плоскостей среза соединения, площадь среза одной заклепки  $\frac{\pi d^2}{4}$ , тогда из условия прочности (1) следует, что допускаемая сила на одну заклепку:

$$[Q_{ср}] = [\tau_{ср}] \cdot z \frac{\pi d^2}{4} = \frac{140 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 16^2}{4} = 56269 \text{ Н}$$

Здесь принято  $z = 2$ , т.к. заклепки двухсрезные.

Из условия прочности на смятие  $\sigma_{см} = \frac{Q_{см}}{A_{см}} \leq [\sigma_{см}]$ , где  $A_{см} = d \cdot \delta_k$

$\delta_k$  – толщина фасонного листа (косынки).  $d$  – диаметр заклепки.

Определим допускаемую силу на одну заклепку:

$$[Q_{см}] = [\sigma_{см}] \cdot d \delta_k = 320 \cdot 16 \cdot 9 = 46080 \text{ Н}$$

Толщина косынки 9 мм меньше удвоенной толщины швеллера 10,4 мм, поэтому она и принята в качестве расчетной.

Требуемое число заклепок определяем из условия прочности на смятие, так как  $[Q_{см}] < [Q_{ср}]$ .

Обозначим  $n$  – число заклепок, тогда  $n = \frac{F}{[Q_{см}]} = \frac{550000}{46080} = 11,9$  принимаем  $n=12$ .



Проверяем прочность стержня на растяжение. Опасным сечением будет сечение 1-1, так как в этом сечении действует наибольшая сила  $F$ , а площади во всех ослабленных сечениях одинаковы, т.е.  $A_p = 2A - 6d\delta$ , где  $A = 23,4 \text{ см}^2$  площадь поперечного сечения одного швеллера №20 (ГОСТ 8240-89).

$$\text{Напряжение } \sigma_p = \frac{F}{A_p} = \frac{F}{2A - 6d\delta} = \frac{550000}{2 \cdot 23,4 - 6 \cdot 16 \cdot 5,2} = 131,5 \text{ МПа} < [\sigma_p]$$

Следовательно, прочность швеллеров обеспечена.

### 3.4. Проверка прочности шпоночных и штифтовых соединений.

#### Задача 19.

Зубчатое колесо  $A$  соединено с валом  $B$  призматической шпонкой (рис. 21). С зубчатого колеса передается на вал диаметром  $d = 40 \text{ мм}$  момент  $M = 200 \text{ Нм}$ . Определить длину  $\ell$  призматической шпонки, учитывая, что допускаемые напряжения материала шпонки равны: на срез  $[\tau_{ср}] = 80 \text{ МПа}$ , а на смятие  $[\sigma_{см}] = 140 \text{ МПа}$  (размеры на рис. указаны в мм).

#### Решение.

Определяем усилие  $F$ , действующее на шпонку со стороны соединяемых деталей. Момент, передаваемый на вал равен  $M = F \cdot \frac{d}{2}$ , где  $d$  – диаметр вала.

Откуда  $F = \frac{2M}{d} = \frac{2 \cdot 200000}{40} = 10000 \text{ Н} = 10 \text{ кН}$ . Предполагается, что усилие  $F$

равномерно распределено по площади шпонки  $A_{см} = \ell \cdot \frac{h}{2}$ , где  $\ell$  – длина шпонки,  $h$  – ее высота.

Длина шпонки, необходимая для обеспечения ее прочности, может быть найдена из условия прочности на срез

$$\tau_{ср} = \frac{F}{A_{ср}} \leq [\tau_{ср}] \quad (1)$$

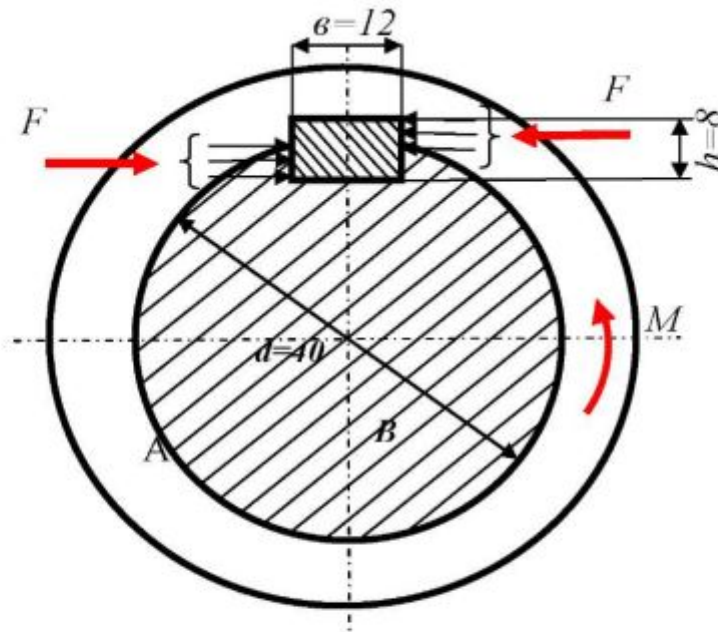


Рис.21.

и условия прочности на смятие

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{A_{\text{см}}} \leq [\sigma_{\text{см}}] \quad (2)$$

Находим длину шпонки из условия прочности на срез, так как срез происходит по площади  $A_{\text{ср}} = b \cdot \ell$ , то  $A_{\text{ср}} = b \cdot \ell = \frac{F}{[\tau_{\text{ср}}]}$ ;

$$\text{или } \ell = \frac{F}{b \cdot [\tau_{\text{ср}}]} = \frac{10000}{12 \cdot 80} = 10,4 \text{ мм.}$$

Из условия прочности (2) на смятие, имеем:  $A_{\text{см}} = \frac{F}{[\sigma_{\text{см}}]}$ , т.к.  $A_{\text{см}} = \ell \cdot \frac{h}{2}$ , то

$$\ell \cdot \frac{h}{2} = \frac{F}{[\sigma_{\text{см}}]} \text{ или } \ell = \frac{2F}{h[\sigma_{\text{см}}]} = \frac{2 \cdot 10000}{8 \cdot 140} = 17,9 \text{ мм} \approx 18 \text{ мм.}$$

Для обеспечения прочности соединения длину шпонки необходимо принять равной большему значению из двух полученных, т.е.  $\ell = 18 \text{ мм}$ .

### Задача 20.

Вильчатый кривошип укреплен на валу с помощью цилиндрического штифта (рис. 22) и нагружен силой  $F = 2,5 \text{ кН}$ . Проверить прочность

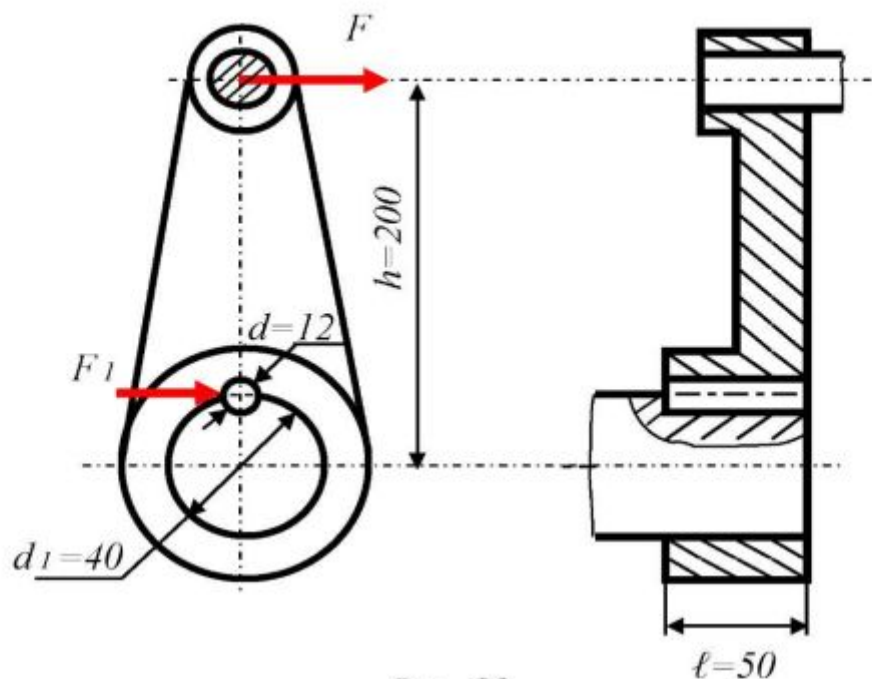


Рис. 22

штифтового соединения на срез и смятие, если  $[\tau_{ср}] = 60 \text{ МПа}$  и  $[\sigma_{см}] = 100 \text{ МПа}$ .

Решение. Сначала следует определить величину силы  $F_1$ , передаваемую на штифт от силы  $F$ , приложенной к кривошипу. Очевидно, что  $M = F \cdot h$  равен моменту  $M_1 = F_1 \cdot \frac{d_1}{2}$ . Следовательно,  $F_1 = \frac{2F \cdot h}{d_1} = \frac{2 \cdot 2,5 \cdot 200}{40} = 25 \text{ кН}$

проверим прочность штифта на срез под действием силы  $F_1$ . В продольном сечении штифта возникает касательное напряжение среза, величина которого определяется по формуле  $\tau_{ср} = \frac{F_1}{A_{ср}}$ , где  $A_{ср} = d \cdot \ell$

$$\text{Таким образом } \tau_{ср} = \frac{F_1}{A_{ср}} = \frac{25000}{12 \cdot 50} = 41,7 \text{ н/мм}^2 = 41,7 \text{ МПа} < 60 \text{ МПа}$$

Цилиндрическая поверхность штифта под действием силы  $F_1$  подвергается смятию. Поверхность контакта, через которую передается сила  $F_1$ , представляет собой четвертую часть поверхности полуцилиндра, так как за уловную площадь смятия принимается площадь проекции поверхности контакта на диаметральный плоскость, т.е.  $d\ell$ , то  $A_{см} = 0,5 \cdot d \cdot \ell$ .

$$\text{Тогда } \sigma_{см} = \frac{F_1}{0,5d\ell} = \frac{25000}{0,5 \cdot 12 \cdot 50} = 83,3 \text{ н/мм}^2 = 83,3 \text{ МПа} < 100 \text{ МПа}$$

Итак, прочность штифтового соединения обеспечена.

## 4. СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ

### 4.1. Механические характеристики малоуглеродистой стали.

Механические свойства стали по ГОСТ 380-88.

Таблица № 1.

Марка стали	Временное сопротивление $\sigma_B$ , МПа	Предел текучести $\sigma_T$ , МПа, для толщин, мм				Относительное удлинение $\delta_5$ %-для толщин, мм		
		до 20	св. 20 до 40	св. 40 до 100	св. 100	до 20	св. 20 до 40	св. 40
		не менее						
Ст 0	Не менее 300	-	-	-	-	23	22	20
Ст1кп	300-390	-	-	-	-	35	34	32
Ст1пс, Ст1сп	310-410	-	-	-	-	34	33	31
Ст2кп	320-410	215	205	195	185	33	32	30
Ст2пс, Ст2сп	330-430	225	215	205	195	32	31	29
Ст3кп	360-460	235	225	215	195	27	26	24
Ст3пс, Ст3сп	370-480	245	235	225	205	26	25	23
Ст3Гпс	370-490	245	235	225	205	26	25	23
Ст3Гсп	390-570	-	245	-	-	-	24	-
Ст4кп	400-510	255	245	235	225	25	24	22
Ст4пс, Ст4сп	410-530	265	255	245	235	24	23	21
Ст5пс, Ст5сп	490-630	285	275	265	255	20	19	17
Ст5Гпс	450-590	285	275	265	255	20	19	17
Ст6пс, Ст6сп	Не менее 590	315	305	295	295	15	14	12

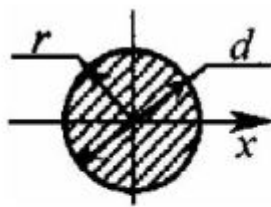
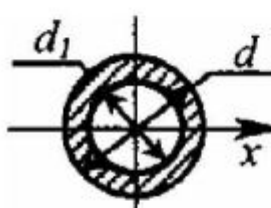
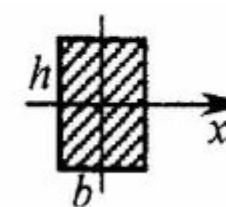
## 4.2. Ориентировочные величины основных допустимых напряжений на растяжение и сжатие.

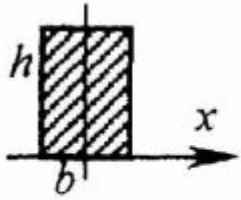
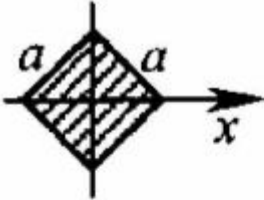
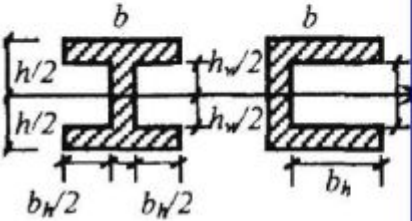
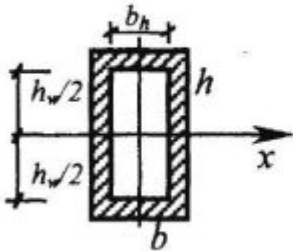
Таблица № 2.

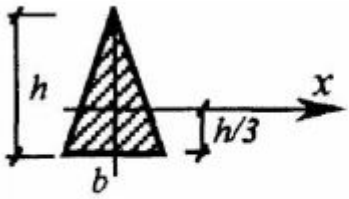
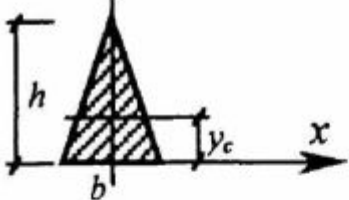
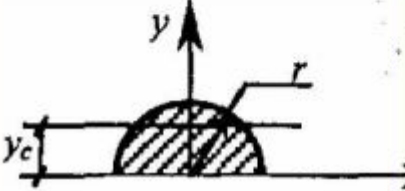
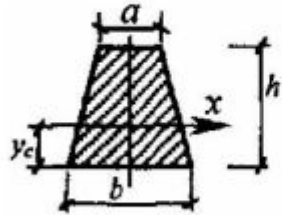
Материал	Допускаемое напряжение, кг/см <sup>2</sup> , на	
	растяжение	сжатие
Чугун серый и в отливках	280-800	1200-1500
Сталь Ст.2	1400	
Сталь Ст.3	1600	
Сталь Ст.3 в мостах	1400	
Сталь машиностроительная (конструкционная) углеродистая	600-2500	
Сталь машиностроительная (конструкционная) легированная	1000-4000 и выше	
Медь	300-1200	
Латунь	700-1400	
Бронза	600-1200	
Алюминий	300-800	
Алюминиевая бронза	800-1200	
Дуралюмин	800-1500	
Текстолит	300-400	
Гетинакс	500-700	
Бакелизированная фанера	400-500	
Сосна вдоль волокон	70-100	100-120
Сосна поперек волокон	-	15-20
Дуб вдоль волокон	90-130	130-150
Дуб поперек волокон		20-35
Каменная кладка	до 3	4-40
Кирпичная кладка	до 2	6-25
Бетон	1-7	10-90

### 4.3. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕКОТОРЫХ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ

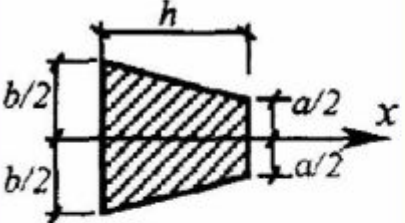
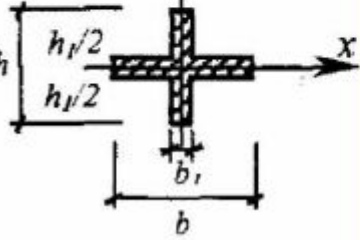
Таблица №3.

Сечение	Ордината центра тяжести $y_c$	Площадь $A$	Осевой момент инерции $J_x$	Момент сопротивления $W_x$	Радиус инерции $i_x$
1	2	3	4	5	6
	0	$\frac{\pi d^2}{4} = \pi r^2$	$\frac{\pi d^4}{64} \approx 0,0491d^4$	$\frac{\pi d^3}{32} \approx 0,0982d^3$	$\frac{d}{4}$
	0	$\frac{\pi(d^2 - d_1^2)}{4}$	$\frac{\pi(d^4 - d_1^4)}{64} \approx 0,0491(d^4 - d_1^4)$	$\frac{\pi(d^4 - d_1^4)}{32d} \approx 0,0982 \frac{(d^4 - d_1^4)}{d}$	$\frac{\sqrt{d^2 + d_1^2}}{4} \approx 0,354d_{cp}$
	0	$bh$	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{bh^2}{6}$	$\frac{h}{\sqrt{12}}$

	$\frac{h}{2}$	$bh$	$\frac{bh^3}{3}$	$\frac{bh^2}{3}$	$\frac{h}{\sqrt{3}}$
	$0$	$a^2$	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a^3\sqrt{2}}{12} \approx 0,118a^3$	$\frac{a}{\sqrt{12}} \approx 0,289a$
	$0$	$bh - b_h h_w$	$\frac{bh^3 - b_h h_w^3}{12}$	$\frac{bh^3 - b_h h_w^3}{6h}$	$\sqrt{\frac{J_x}{A}}$
	$0$	$bh - b_h h_w$	$\frac{bh^3 - b_h h_w^3}{12}$	$\frac{bh^3 - b_h h_w^3}{6h}$	$\sqrt{\frac{bh^3 - b_h h_w^3}{12(bh - b_h h_w)}}$

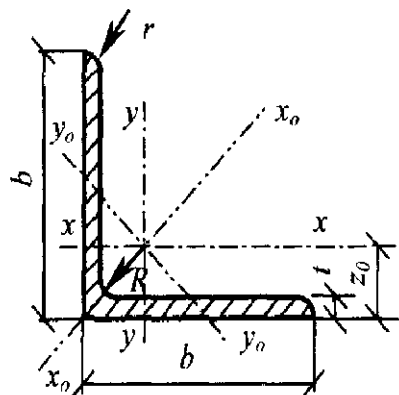
	0	$\frac{bh}{2}$	$\frac{bh^3}{36}$	$\frac{bh^2}{24}$	$\frac{h}{\sqrt{18}} = 0,236h$
	$\frac{h}{3}$	$\frac{bh}{2}$	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{bh^2}{12}$	$\frac{h}{\sqrt{6}} = 0,408h$
	$\frac{4r}{3\pi} \approx 0,424r$	$\frac{\pi r^2}{2}$	$J_x = 0,110 r^4$ $J_y = 0,4 r^4$	$W_x = 0,1912 r^3$ $W_y = 0,4 r^3$	$i_{\min} = i_x = 0,2638 r$ $i_y = \frac{r}{2}$
	$\frac{h(2a+b)}{3(a+b)}$	$\frac{a+b}{2} h$	$\frac{h^3(a^2 + 4ab + b^2)}{36(a+b)}$	$\frac{h^2(a^2 + 4ab + b^2)}{12(2a+b)}$	$\sqrt{\frac{h^2(a^2 + 4ab + b^2)}{18(a+b)^2}}$



	0	$\frac{a+b}{2}h$	$\frac{h(b^4 - a^4)}{48(b - a)}$	$\frac{h(b^4 - a^4)}{24(b^2 - ba)}$	$\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{24}}$
	0	$hb_1 + (b - b_1)h_1$	$\frac{b_1h^3 + (b - b_1)h_1^3}{12}$	$\frac{b_1h^3 + (b - b_1)h_1^3}{6h}$	$\sqrt{\frac{J_x}{A}}$

#### 4.4. Геометрические характеристики прокатных профилей.

Таблица № 4. Уголки стальные горячекатаные равнополочные. Сортамент по ГОСТ 8509-86.



- $b$  – ширина полки;
- $t$  – толщина полки;
- $R$  – радиус внутреннего закругления;
- $r$  – радиус закругления полки;
- $A$  – площадь поперечного сечения;
- $I$  – момент инерции;
- $i$  – радиус инерции;
- $z_0$  – расстояние от центра тяжести до наружной грани полки;
- $I_{xy}$  – центробежный момент инерции.

Номер уголка	мм				Площадь попереч- ного сечения $A$ , см <sup>2</sup>	Справочные величины для осей									Масса 1м уголка кг		
	$b$	$t$	$R$	$r$		$x - x$			$x_0 - x_0$		$y_0 - y_0$			$I_{xy}$ , см <sup>4</sup>		$z_0$ , см	
						$I_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$I_{x_0, max}$ , см <sup>4</sup>	$i_{x_0, max}$ , см	$I_{y_0, min}$ , см <sup>4</sup>	$W_{y_0}$ , см <sup>3</sup>	$i_{y_0, min}$ , см				
2	20	3	3,5	4,0	1,2	1,13	0,40	0,28	0,59	0,63	0,75	0,17	0,20	0,39	0,23	0,60	0,89
		4				1,46	0,50	0,37	0,58	0,78	0,73	0,22	0,24	0,38	0,28	0,64	1,15
2,5	25	3	4,5	4,0	1,3	1,43	0,81	0,46	0,75	1,29	0,95	0,34	0,33	0,49	0,47	0,73	1,12
		4				1,86	1,03	0,59	0,74	1,62	0,93	0,44	0,41	0,48	0,59	0,76	1,46
		5*				2,27	1,22	0,71	0,73	1,91	0,92	0,53	0,47	0,48	0,69	0,80	1,78
2,8	28	3	4,0	4,0	1,3	1,62	1,16	0,58	0,85	1,84	1,07	0,48	0,42	0,55	0,68	0,80	1,27
3	30	3	4,0	4,0	1,3	1,74	1,45	0,67	0,91	2,30	1,15	0,60	0,53	0,59	0,85	0,85	1,36
		4				2,27	1,84	0,87	0,80	2,92	1,13	0,77	0,64	0,58	1,08	0,89	1,78
		5*				2,78	2,20	1,06	0,89	3,47	1,12	0,94	0,71	0,58	1,27	0,93	2,18
3,2	32	3	4,5	4,0	1,5	1,86	1,77	0,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,59	0,63	1,03	0,89	1,46
		4				2,43	2,26	1,0	0,96	3,58	1,21	0,94	0,71	0,62	1,32	0,94	1,91
3,5	35	3	4,5	4,0	1,5	2,04	2,35	0,93	1,07	3,72	1,35	0,97	0,71	0,69	1,37	0,97	1,60
		4				2,17	3,01	1,21	1,06	4,76	1,33	1,25	0,88	0,68	1,75	1,01	2,10
		5				3,28	3,61	1,47	1,05	5,71	1,32	1,52	1,02	0,68	2,10	1,05	2,58

Приложение табл.4.

Номер уголка	мм				Площадь попереч- ного сечения $A, \text{см}^2$	Справочные величины для осей									Масса 1м уголка кг	
	$b$	$t$	$R$	$r$		$x-x$			$x_0-x_0$		$y_0-y_0$			$I_{xy},$ $\text{см}^4$		$z_0,$ $\text{см}$
						$I_x,$ $\text{см}^4$	$W_x,$ $\text{см}^3$	$i_x,$ $\text{см}$	$I_{x_0, \max},$ $\text{см}^4$	$i_{x_0, \max},$ $\text{см}$	$I_{y_0, \min},$ $\text{см}^4$	$W_{y_0},$ $\text{см}^3$	$i_{y_0, \min},$ $\text{см}$			
4	40	3	5,0	1,7	2,35	3,55	1,22	1,23	5,63	1,55	1,47	0,95	0,79	2,08	1,09	1,85
		4			3,08	4,58	1,60	1,22	7,26	1,53	1,90	1,19	0,78	2,68	1,13	2,42
		5			3,79	5,53	1,95	1,21	8,75	1,52	2,30	1,39	0,78	3,22	1,17	2,98
		6*			4,48	6,41	2,30	1,20	10,13	1,50	2,70	1,58	0,78	2,72	1,21	3,52
4,5	45	3	5,5	1,8	2,65	5,13	1,56	1,39	8,13	1,75	2,12	1,24	0,89	3,00	1,21	2,08
		4			3,48	6,63	2,04	1,38	10,52	1,74	2,74	1,54	0,89	3,89	1,26	2,73
		5			4,29	8,03	2,51	1,37	12,74	1,72	3,33	1,81	0,88	4,71	1,30	3,37
		6*			5,08	9,35	2,95	1,36	14,80	1,71	3,90	2,06	0,88	5,45	1,34	3,99
5	50	3	5,5	1,8	2,96	7,11	1,94	1,55	11,27	1,95	2,95	1,57	1,00	4,16	1,33	2,32
		4			3,89	9,21	2,54	1,54	14,63	1,94	3,80	1,95	0,99	5,42	1,38	3,05
		5			4,80	11,20	3,13	1,53	17,77	1,92	4,63	2,30	0,98	6,57	1,42	3,77
		6			5,69	13,07	3,69	1,52	20,72	1,91	5,43	2,63	0,98	7,65	1,46	4,47
		7*			6,56	14,84	4,23	1,50	23,47	1,89	6,21	2,93	0,97	8,63	1,50	5,15
5,6	56	4	6,0	2,0	4,38	13,10	3,21	1,73	20,79	2,18	5,41	2,52	1,11	7,69	1,52	3,44
		5			5,41	15,97	3,96	1,72	25,36	2,16	6,59	2,97	1,10	9,41	1,57	4,25
6	60	4	7,0	2,3	4,72	16,21	3,70	1,85	25,69	2,33	6,72	2,93	1,19	9,48	1,62	3,71
		5			5,83	19,79	4,56	1,84	31,40	2,32	8,18	3,49	1,18	11,61	1,66	4,58
		6			6,92	23,21	5,40	1,83	36,81	2,31	9,60	3,99	1,18	13,60	1,70	5,43
		8			9,04	29,55	7,00	1,81	46,77	2,27	12,34	4,90	1,17	17,22	1,78	7,10
6,3	63	4	7,0	2,3	4,96	18,86	4,09	1,95	29,90	2,45	7,81	3,26	1,25	11,00	1,69	3,90
		5			6,13	23,10	5,05	1,94	36,80	2,44	9,52	3,87	1,25	13,70	1,74	4,81
		6			7,28	27,06	5,98	1,93	42,91	2,43	11,18	4,44	1,24	15,90	1,78	5,72

Продолжение табл.4.

Номер уголка	мм				Площадь попереч- ного сечения $A, \text{см}^2$	Справочные величины для осей										Масса 1 м уголка кг
	$b$	$t$	$R$	$r$		$x$ $x$			$x_0$ $x_0$		$y_0$ $y_0$			$I_{xy},$ $\text{см}^4$	$z_0,$ см	
						$I_x,$ $\text{см}^4$	$W_x,$ $\text{см}^3$	$i_x,$ см	$I_{x_0, \max},$ $\text{см}^4$	$i_{x_0, \max},$ см	$I_{y_0, \min},$ $\text{см}^4$	$W_{y_0},$ $\text{см}^3$	$i_{y_0, \min},$ см			
7	70	4,5	8,0	2,7	6,20	29,04	5,67	2,16	46,03	2,72	12,04	4,53	1,39	17,00	1,88	4,87
		5			6,86	31,94	6,27	2,16	50,67	2,72	13,22	4,92	1,39	18,70	1,90	5,38
		6			8,15	37,58	7,43	2,15	59,64	2,71	15,52	5,66	1,38	22,10	1,94	6,39
		7			9,42	42,98	8,57	2,14	68,19	2,69	17,77	6,31	1,37	25,20	1,99	7,39
		8			10,67	48,16	9,68	2,12	76,35	2,68	19,97	6,99	1,37	28,20	2,02	8,37
		10*			13,11	57,90	11,82	2,10	91,52	2,64	24,27	8,17	1,36	33,60	2,10	10,29
7,5	75	5	9,0	3,0	7,39	39,53	7,21	2,31	62,65	2,91	16,41	5,74	1,49	23,10	2,02	5,80
		6			8,78	46,57	8,57	2,30	73,87	2,90	19,28	6,62	1,48	27,30	2,06	6,89
		7			10,15	53,34	9,89	2,29	84,61	2,89	22,07	7,43	1,47	31,20	2,10	7,96
		8			11,50	59,84	11,18	2,28	94,89	2,87	24,80	8,16	1,47	35,00	2,15	9,02
		9			12,83	66,40	12,43	2,27	104,72	2,86	27,48	8,91	1,46	38,60	2,18	10,07
8	80	5,5	9,0	3,0	8,63	52,68	9,03	2,47	83,56	3,11	21,80	7,10	1,59	30,90	2,17	6,78
		6			9,38	56,97	9,80	2,47	90,40	3,11	23,54	7,60	1,58	33,40	2,19	7,36
		7			10,85	65,31	11,32	2,45	103,60	3,09	26,97	8,55	1,58	38,30	2,23	8,51
		8			12,30	73,36	12,80	2,44	116,39	3,08	30,32	9,44	1,57	43,00	2,27	9,65
		10*			15,14	83,58	15,67	2,42	140,31	3,04	36,85	11,09	1,56	56,70	2,35	11,88
		12*			17,90	102,748	18,42	2,40	162,27	3,01	43,21	12,62	1,55	59,50	2,42	14,05
9	90	6	10,0	3,3	10,61	82,10	12,49	2,78	130,00	3,50	33,97	9,88	1,79	48,10	2,43	8,33
		7			12,28	94,30	14,45	2,77	149,67	3,49	38,94	11,15	1,78	55,40	2,47	9,64
		8			13,93	106,11	16,36	2,76	168,42	3,48	43,80	12,34	1,77	62,30	2,51	10,93
		9			15,60	118,00	18,29	2,75	186,00	3,46	48,60	13,48	1,77	68,00	2,55	12,20
		10*			17,17	128,60	20,07	2,74	203,93	3,45	53,27	14,54	1,76	75,30	2,59	13,48
		12*			20,33	149,67	23,85	2,71	235,88	3,41	62,40	16,53	1,75	86,20	2,67	15,96

Примечания:

1. Площадь поперечного сечения и справочные величины вычислены по номинальным размерам. При вычислении массы 1 м уголка плотность стали принята равной  $7,85 \text{ г/см}^3$ .
2. Радиусы закруглений, форма и размеры участка сопряжения внутренних граней полок, указанные в таблицах, даны для построения калибра и на уголке не проверяют.

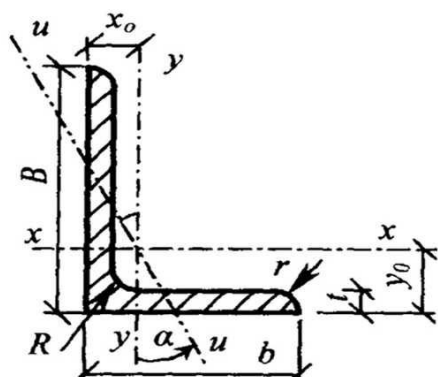
Продолжение табл.4.

Номер уголка	мм				Площадь попереч- ного сечения $A, \text{см}^2$	Справочные величины для осей										Масса $\Gamma\text{м}$ уголка кг
	$b$	$t$	$R$	$r$		$x \ x$			$x_0 \ x_0$		$y_0 \ y_0$			$I_{xy},$ $\text{см}^4$	$z_0,$ см	
						$I_x,$ $\text{см}^4$	$W_x,$ $\text{см}^3$	$i_x,$ см	$I_{x_0, \max},$ $\text{см}^4$	$i_{x_0, \max},$ см	$I_{y_0, \min},$ $\text{см}^4$	$W_{y_0},$ $\text{см}^3$	$i_{y_0, \min},$ см			
10	100	6,5	12,0	4,0	12,82	122,10	16,69	3,09	193,46	3,89	50,73	13,38	1,99	71,40	2,68	10,06
		7			13,75	130,59	17,90	3,08	207,01	3,88	54,16	14,13	1,98	76,40	2,71	10,79
		8			15,60	147,19	20,30	3,07	233,46	3,87	60,92	15,66	1,98	86,30	2,75	12,25
		10			19,24	178,95	24,97	3,05	283,83	3,84	74,08	18,51	1,96	110,0	2,83	15,10
		12			22,80	208,90	29,47	3,03	330,95	3,81	86,84	21,10	1,95	122,0	2,91	17,90
		14			26,28	237,15	33,83	3,00	374,98	3,78	99,32	23,49	1,94	138,0	2,99	20,63
		15*			27,99	250,68	35,95	2,99	395,87	3,76	105,48	24,62	1,94	145,0	3,03	21,97
16	29,68	263,82	38,04	2,98	416,04	3,74	111,61	25,79	1,94	152,0	3,06	23,30				
11	110	7	12,0	4,0	15,15	175,61	21,83	3,40	278,54	4,29	72,68	17,36	2,19	106,0	2,96	11,89
		8			17,20	198,17	24,77	3,39	314,51	4,28	81,83	19,29	2,18	106,0	3,00	13,50
12	120	8	12,0	4,0	18,80	259,75	29,68	3,72	412,45	4,68	107,04	23,29	2,39	153,0	3,25	14,76
		10			23,24	317,16	36,59	3,69	503,79	4,66	130,54	27,72	2,37	187,0	3,33	18,24
		12			27,60	371,80	43,30	3,67	590,28	4,62	153,33	31,79	2,36	218,0	3,41	21,67
		15			33,99	448,90	52,96	3,63	711,32	4,57	186,48	37,35	2,34	262,0	3,53	26,68
12,5	125	8	14,0	4,6	19,69	294,36	32,20	3,87	466,76	4,87	121,98	25,67	2,49	172,0	3,36	15,46
		9			22,00	327,48	36,00	3,86	520,00	4,86	135,88	28,26	2,48	192,0	3,40	17,30
		10			24,33	359,82	39,74	3,85	571,04	4,84	148,59	30,45	2,47	211,0	3,45	19,10
		12			28,89	422,23	47,06	3,82	670,02	4,82	174,43	34,94	2,46	248,0	3,53	22,68
		14			33,37	481,76	54,17	3,80	763,90	4,78	199,62	39,10	2,45	282,0	3,61	26,20
		16			37,77	538,56	61,09	3,78	852,84	4,75	224,29	43,10	2,44	315,0	3,68	29,65
14	140	9	14,0	4,6	24,72	465,72	45,55	4,34	739,42	5,47	192,03	35,92	2,79	274,0	3,78	19,41
		10			27,33	512,29	50,32	4,33	813,62	5,46	210,96	39,05	2,78	301,0	3,82	21,45
		12			32,49	602,49	59,66	4,31	956,98	5,43	248,01	44,97	2,76	354,0	3,90	25,50
15	150	10	14,0	4,6	29,33	634,76	58,07	4,65	1008,56	5,86	260,97	45,34	2,98	374,0	4,07	23,02
		12			34,89	747,48	68,90	4,63	1187,86	5,83	307,09	52,32	2,97	440,0	4,15	27,39
		15			43,08	908,38	84,66	4,59	1442,60	5,79	374,17	61,96	2,95	534,0	4,27	33,82
		18			51,09	1060,08	99,86	4,56	1680,92	5,74	439,24	70,91	2,93	621,0	4,38	40,11

Продолжение табл. 4.

Номер уголка	мм				Площадь попереч. сечения $A, \text{см}^2$	Справочные величины для осей										Масса 1м уголка кг
	$b$	$t$	$R$	$r$		$x \quad x$			$x_0 \quad x_0$		$y_0 \quad y_0$			$I_{xy},$ $\text{см}^4$	$z_0,$ см	
						$I_x,$ $\text{см}^4$	$W_x,$ $\text{см}^3$	$i_x,$ см	$I_{x_0, \max},$ $\text{см}^4$	$i_{x_0, \max},$ см	$I_{y_0, \min},$ $\text{см}^4$	$W_{y_0},$ $\text{см}^3$	$i_{y_0, \min},$ см			
16	160	10	16,0	5,3	31,43	774,24	66,19	4,96	1229,10	6,25	319,38	52,52	3,19	455,0	4,30	24,67
		11			34,42	844,21	72,44	4,95	1340,06	6,24	347,77	56,53	3,18	496,0	4,35	27,02
		12			37,39	912,89	78,62	4,94	1450,00	6,23	375,78	60,53	3,17	537,0	4,39	28,35
		14			43,57	1046,47	90,77	4,92	1662,13	6,20	430,81	68,15	3,16	615,0	4,47	33,97
		16			49,07	1175,19	102,64	4,89	1865,73	6,17	484,64	75,92	3,14	691,0	4,55	38,52
		18			54,79	1290,24	114,24	4,87	2061,03	6,13	537,46	82,08	3,13	771,0	4,63	43,01
		20			60,40	1418,85	125,60	4,85	2248,26	6,10	589,43	90,02	3,12	830,0	4,70	47,44
18	180	11			38,80	1216,44	92,47	5,60	1933,10	7,06	499,78	72,86	3,59	716,0	4,85	30,47
		12			42,19	1316,62	100,41	5,59	2092,78	7,04	540,45	78,15	3,58	776,0	4,89	33,12
		15*			52,18	1607,36	123,74	5,55	2554,99	7,00	659,73	93,11	3,56	948,0	5,01	40,96
		18*			61,99	1884,07	146,36	5,51	2992,69	6,95	775,44	106,88	3,54	1108,0	5,13	48,66
		20*			68,43	2061,11	161,07	5,49	3271,31	6,91	850,92	115,71	3,53	1210,0	5,20	53,72
20	200	12	18,0	6,0	47,10	1822,78	124,61	6,22	2896,16	7,84	749,40	98,68	3,99	1073,0	5,37	36,97
		16			50,85	1960,77	134,44	6,21	3116,18	7,83	805,35	105,07	3,98	1156,0	5,42	39,92
		14			54,60	2097,00	144,17	6,20	3333,00	7,81	861,00	111,50	3,97	1236,0	5,46	42,80
		16*			61,98	2362,57	163,37	6,17	3755,39	7,78	969,74	123,77	3,96	1393,0	5,54	48,65
		18*			69,30	2620,64	182,22	6,15	4164,54	7,75	1076,74	135,48	3,94	1544,0	5,62	54,40
		20			76,54	2871,47	200,73	6,12	4560,42	7,72	1181,92	146,62	3,93	1689,0	5,70	60,08
		24*			90,78	3350,66	236,77	6,08	5313,50	7,65	1387,73	167,74	3,91	1963,0	5,85	71,26
		25			94,29	3466,21	245,59	6,06	5494,04	7,63	1438,38	172,68	3,91	2028,0	5,89	74,02
		30			111,54	4019,60	288,57	6,00	6351,05	7,55	1698,16	193,06	3,89	2332,0	6,07	87,56
22	220	14	21,0	7,0	60,38	2814,36	175,18	6,83	4470,15	8,60	1158,56	138,62	4,38	1655,0	5,91	47,40
		16			68,58	3175,44	198,71	6,80	5045,37	8,58	1305,52	153,34	4,36	1869,0	6,02	53,83
25	250	16	24,0	8,0	78,40	4717,10	258,43	7,76	7492,10	9,78	1945,09	203,45	4,98	2775,0	6,75	61,55
		18			87,72	5247,24	288,82	7,73	8336,69	9,75	2157,78	223,39	4,96	3089,0	6,83	68,86
		20			96,96	5764,87	318,76	7,71	9159,73	9,72	2370,01	242,52	4,94	3395,0	6,91	76,11
		22			106,12	6270,32	348,26	7,09	9961,60	9,69	2579,04	260,52	4,93	3691,0	7,00	83,31
		25			119,71	7006,39	391,72	7,65	11125,5	9,64	2887,26	287,14	4,91	4119,0	7,11	93,97
		28			133,12	7716,83	434,25	7,61	12243,8	9,59	3189,89	311,98	4,90	4527,0	7,23	104,50

Таблица № 5. Уголки стальные горячекатаные неравнополочные. Сортамент по ГОСТ 8510-86.



$B$  – ширина большой полки;  
 $b$  – ширина меньшей полки;  
 $t$  – толщина полки;  
 $R$  – радиус внутреннего закругления;  
 $r$  – радиус закругления полок;  
 $A$  – площадь поперечного сечения уголка;  
 $I$  – момент инерции;  
 $i$  – радиус инерции;  
 $x_0, y_0$  – расстояние от центра тяжести до наружных граней полок;  
 $I_{xy}$  – центробежный момент инерции;  
 $\alpha$  – угол наклона оси.

Номер уголка	мм					Площадь попереч- ного сечения $A, \text{см}^2$	Справочные величины для осей									$x_0, \text{см}$	$y_0, \text{см}$	$I_{xy}, \text{см}^4$	Угол накл- лона оси, $\text{tg}\alpha$	Масса 1м
	$B$	$b$	$t$	$R$	$r$		$x-x$			$y-y$			$u-u$							
							$I_{x, \text{см}^4}$	$W_{x, \text{см}^3}$	$i_{x, \text{см}}$	$I_{y, \text{см}^4}$	$W_{y, \text{см}^3}$	$i_{y, \text{см}}$	$I_{umin, \text{см}^4}$	$W_{u, \text{см}^3}$	$i_{umin, \text{см}}$					
2,5/1,6	25	16	3	3,5	1,2	1,16	0,70	0,43	0,78	0,22	0,19	0,44	0,13	0,16	0,34	0,42	0,86	0,22	0,392	0,
3/2	30	29	3			1,43	1,27	0,62	0,94	0,45	0,30	0,56	0,26	0,25	0,43	0,51	1,00	0,43	0,427	1,
						1,86	1,61	0,82	0,93	0,56	0,39	0,55	0,34	0,32	0,43	0,54	1,04	0,54	0,421	1,
3,2/2	32	20	3			1,49	1,52	0,72	1,01	0,46	0,30	0,55	0,28	0,25	0,43	0,49	1,08	0,47	0,382	1,
						1,94	1,93	0,93	1,00	0,57	0,39	0,54	0,35	0,33	0,43	0,53	1,12	0,59	0,374	1,
4/2,5	40	25	3			4,0	1,3	1,89	3,06	1,14	1,27	0,93	0,49	0,70	0,56	0,41	0,54	0,59	1,32	0,96
				2,47	3,93			1,49	1,26	1,18	0,63	0,69	0,71	0,52	0,54	0,63	1,37	1,22	0,281	1,
				3,03	4,74			1,82	1,25	1,41	0,77	0,68	0,86	0,64	0,53	0,66	1,41	1,44	0,374	2,
4/3	40	30	4	2,67	4,18			1,54	1,25	2,01	0,91	0,87	1,09	0,75	0,64	0,78	1,28	1,68	0,544	2,
				3,28	5,04			1,88	1,24	2,41	1,11	0,86	1,33	0,91	0,64	0,82	1,32	2,00	0,539	2,
4,5/2,8	45	28	3	5,0	1,7			2,14	4,41	1,45	1,48	1,32	0,61	0,79	0,79	0,52	0,61	0,64	1,47	1,38
						2,80	5,68	1,90	1,42	1,69	0,80	0,78	1,02	0,67	0,60	0,68	1,51	1,77	0,379	2,

Продолжение табл.5.

Номер уголка	мм					Площадь попереч- ного сечения $A, \text{см}^2$	Справочные величины для осей									$x_0, \text{см}$	$y_0, \text{см}$	$I_{xy}, \text{см}^4$	Угол на- лона оси, $\text{tg}\alpha$	Масса $\Gamma$ уголка, кг		
	$B$	$b$	$t$	$R$	$r$		$x \ x$			$y \ y$			$u \ u$									
							$I_{xx}, \text{см}^4$	$W_{xx}, \text{см}^3$	$i_{xx}, \text{см}$	$I_{yy}, \text{см}^4$	$W_{yy}, \text{см}^3$	$i_{yy}, \text{см}$	$I_{umin}, \text{см}^4$	$W_{u3}, \text{см}^3$	$i_{umin}, \text{см}$							
5/3,2	50	32	3	5,5	1,8	2,42	6,18	1,82	1,60	1,99	0,81	0,91	1,18	0,68	0,70	0,72	1,60	2,01	0,403	1,9		
			4			3,17	7,98	2,38	1,59	2,56	1,05	0,90	1,52	0,88	0,69	0,76	1,65	2,59	0,401	2,4		
5,6/3,6	56	36	4	6,0	2,0	3,58	11,37	3,01	1,78	3,70	1,34	1,02	2,19	1,13	0,78	0,84	1,82	3,74	0,406	2,81		
			5			4,41	13,82	3,70	1,77	4,48	1,65	1,01	2,65	1,37	0,78	0,88	1,87	4,50	0,401	3,46		
6,3/4,0	63	40	4	7,0	2,3	4,04	16,33	3,83	2,01	5,16	1,67	1,13	3,07	1,41	0,87	0,91	2,03	5,25	0,397	3,17		
			5			4,98	19,91	4,72	2,00	6,26	2,05	1,12	3,73	1,72	0,86	0,95	2,08	6,41	0,396	3,91		
			6			5,90	23,31	5,58	1,99	7,29	2,42	1,11	4,36	2,02	0,86	0,99	2,12	7,44	0,393	4,63		
			8			7,68	29,60	7,22	1,96	9,15	3,12	1,09	5,58	2,60	0,85	1,07	2,20	9,27	0,386	6,03		
6,5/5	65	50	5	6,0	2,0	5,56	23,41	5,20	2,05	12,08	3,23	1,47	6,41	2,68	1,07	1,26	2,00	9,77	0,576	4,36		
			6			6,60	27,46	6,16	2,04	14,12	3,82	1,46	7,52	3,15	1,07	1,30	2,04	11,16	0,575	5,18		
			7			7,62	31,32	7,08	2,03	16,05	4,48	1,45	8,60	3,59	1,06	1,34	2,08	12,94	0,571	5,98		
			8			8,62	35,00	7,99	2,02	18,88	4,93	1,44	9,65	4,02	1,06	1,37	2,12	13,61	0,570	6,77		
7/4,5	70	45	5	7,5	2,5	5,59	27,76	5,88	2,23	9,05	2,62	1,27	5,34	2,20	0,98	1,05	2,28	9,12	0,406	4,39		
7,5/5	75	50	5	8,0	2,7	6,11	34,81	6,81	2,39	12,47	3,25	1,43	7,24	2,73	1,09	1,17	2,39	12,00	0,436	4,79		
			6			7,25	40,92	8,08	2,38	14,60	3,85	1,42	8,48	3,21	1,08	1,21	2,44	14,10	0,435	5,69		
			7			8,37	46,77	9,31	2,36	16,61	4,43	1,41	9,69	3,69	1,08	1,25	2,48	16,18	0,435	6,57		
			8			9,47	52,38	10,52	2,35	18,52	4,88	1,40	10,87	4,14	1,07	1,29	2,52	17,80	0,430	7,43		
8/5	80	50	5	8,0	2,7	6,36	41,64	7,71	2,56	12,68	3,28	1,41	7,57	2,75	1,00	1,13	2,60	13,20	0,387	4,49		
			6			7,55	48,98	9,15	2,55	14,85	3,88	1,40	8,88	3,24	1,08	1,17	2,65	15,50	0,386	5,92		
8/6	80	60	6			9,0	3,0	8,15	52,06	9,42	2,53	25,18	5,58	1,76	13,61	4,66	1,29	1,49	2,47	20,98	0,547	6,39
			7					9,42	59,61	10,87	2,52	28,74	6,43	1,75	15,58	5,34	1,29	1,53	2,52	21,01	0,546	7,39
9/5,6	90	56	5,5	9,0	3,0			7,86	65,28	10,74	2,88	19,67	4,53	1,58	11,77	3,81	1,22	1,26	2,92	20,54	0,384	6,17
			6					8,54	70,58	11,66	2,88	21,22	4,91	1,58	12,70	4,12	1,22	1,28	2,95	22,23	0,384	6,70
8	11,18	90,87	15,24			2,85	27,08	6,39	1,56	16,29	5,32	1,21	1,36	3,04	28,33	0,380	8,77					



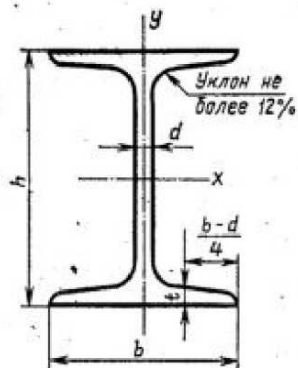
Продолжение табл.5.

Номер уголка	мм					Площадь попереч- ного сечения $A, \text{см}^2$	Справочные величины для осей									$x_0, \text{см}$	$y_0, \text{см}$	$I_{xy}, \text{см}^4$	Угол накл- лона оси, $\text{tg}\alpha$	Масса 1м уголка, кг
	$B$	$b$	$t$	$R$	$r$		$x - x$			$y - y$			$u - u$							
							$I_{xx}, \text{см}^4$	$W_{xx}, \text{см}^3$	$i_{xx}, \text{см}$	$I_{yy}, \text{см}^4$	$W_{yy}, \text{см}^3$	$i_{yy}, \text{см}$	$I_{umin}, \text{см}^4$	$W_{uy}, \text{см}^3$	$i_{umin}, \text{см}$					
10/6,3	100	63	6	10	3,3	9,58	98,29	14,52	3,20	30,58	6,27	1,79	18,20	5,27	1,38	1,42	3,23	31,50	0,393	7,53
			7			11,09	112,86	16,78	3,19	34,99	7,23	1,78	20,83	6,06	1,37	1,46	3,28	36,10	0,392	8,70
			8			12,57	126,96	19,01	3,18	39,21	8,17	1,77	23,38	6,82	1,36	1,50	3,32	40,50	0,391	9,87
			10			15,47	153,95	23,32	3,15	47,18	9,99	1,75	28,34	8,31	1,35	1,58	3,40	48,60	0,387	12,14
10/6,5	100	65	7	10	3,3	11,23	114,05	16,87	3,19	38,32	7,70	1,85	22,77	6,43	1,41	1,52	3,24	38,00	0,415	8,81
			8			12,73	128,31	19,11	3,18	42,96	8,70	1,84	25,24	7,26	1,41	1,56	3,28	42,64	0,414	9,99
			10			15,67	155,52	23,45	1,15	51,68	10,64	1,82	30,60	8,83	1,40	1,64	3,37	51,18	0,410	12,30
11/7	110	70	6,5	10	3,3	11,45	142,42	19,11	3,53	45,61	8,42	2,00	26,94	7,05	1,53	1,53	3,55	46,80	0,402	8,98
			8			13,93	171,54	23,22	3,51	54,64	10,20	1,98	32,31	8,50	1,52	1,64	3,61	55,90	0,400	10,93
12,5/8	125	80	7	11	3,7	14,06	226,53	26,67	4,01	73,73	11,89	2,29	43,40	9,96	1,76	1,80	4,01	74,70	0,407	11,04
			8			15,98	225,62	30,26	4,00	80,95	13,47	2,28	48,82	11,25	1,75	1,84	4,05	84,10	0,406	12,58
			10			19,70	311,61	37,27	3,98	100,47	16,52	2,26	59,33	13,74	1,74	1,92	4,14	102,0	0,404	15,47
			12			23,36	364,79	44,07	3,95	116,84	19,46	2,24	69,47	16,11	1,72	2,00	4,22	118,0	0,400	18,34
14/9	140	90	8	12	4,0	18,00	363,68	38,25	4,49	119,79	17,19	2,58	70,27	14,39	1,58	2,03	4,49	121,0	0,411	14,13
			10			22,24	444,45	47,19	4,47	145,54	21,14	2,58	85,51	17,58	1,96	2,12	4,58	147,0	0,409	17,46
16/10	160	100	9	13	4,3	22,87	605,97	54,04	5,15	186,03	23,96	2,85	110,40	20,01	2,20	2,24	5,19	194,0	0,391	17,96
			10			25,28	666,59	61,91	5,13	204,09	26,42	2,84	121,16	22,02	2,19	2,28	5,23	218,0	0,390	19,85
			12			30,04	784,22	73,42	5,11	238,75	31,23	2,82	142,14	25,93	2,18	2,36	5,32	249,0	0,388	23,58
			14			34,72	897,19	84,65	5,08	271,60	35,89	2,80	162,49	29,75	2,16	2,43	5,40	282,0	0,385	27,26
18/11	180	110	10	14	4,7	28,33	952,28	78,59	5,80	276,37	32,27	3,12	165,44	26,96	2,42	2,44	5,88	295,0	0,376	22,20
			12			33,69	1122,56	93,33	5,77	324,09	38,20	3,10	194,28	31,83	2,40	2,52	5,97	348,0	0,374	26,40
20/12,5	200	125	11	14	4,7	34,87	1449,02	107,31	6,45	446,36	45,98	3,58	263,84	38,27	2,75	2,79	6,50	465,0	0,392	27,37
			12			37,89	1568,19	116,51	6,43	481,93	49,85	3,57	285,04	41,45	2,74	2,83	6,54	503,0	0,392	29,74
			14			43,87	1800,83	134,64	6,41	550,77	57,43	3,54	326,54	47,57	2,73	2,91	6,62	575,0	0,390	34,43
			16			49,77	2026,08	152,41	6,38	616,66	64,83	3,52	366,99	53,56	2,72	2,99	6,71	643,0	0,388	39,07

Примечания: 1. Площадь поперечного сечения и справочные величины вычислены по номинальным размерам. При вычислении массы 1 м уголка плотность стали принята 7.85 г/см<sup>3</sup>.

2. Радиусы закруглений, форма и размеры участка сопряжения внутренних граней полок, указанные в таблицах, даны для построения калибра и на уголке не проверяют.

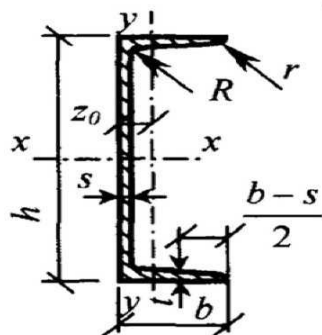
Таблица № 6. Двутавры стальные горячекатаные. Сортамент по ГОСТ 8239-89.



$h$  – высота двутавра;  
 $b$  – ширина полки;  
 $s$  – толщина стенки;  
 $t$  – средняя толщина полки;  
 $r$  – радиус закругления полки;  
 $R$  – радиус внутреннего закругления;  
 $I$  – момент инерции;  
 $W$  – момент сопротивления;  
 $S$  – статический момент полусечения;  
 $i$  – радиус инерции.

Номер дву- тавра	Размеры						Площадь попереч- ного сечения, см <sup>2</sup>	Масса Гм, кг	Справочные значения для осей						
	$h$	$b$	$s$	$t$	$R$	$r$			$x - x$				$y - y$		
					не более				$I_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$S_x$ , см <sup>3</sup>	$I_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$i_y$ , см
	мм														
10	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	11,5	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	13,7	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	15,9	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	18,4	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
20	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	21,0	1840	184,0	8,28	104,0	115	23,1	2,07
22	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	24,0	2550	232,0	9,13	131,0	157	28,6	2,27
24	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	27,3	3460	289,0	9,97	163,0	198	34,5	2,37
27	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	31,5	5010	371,0	11,2	210,0	260	41,5	2,54
30	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	36,5	7080	472,0	12,3	268,0	337	49,9	2,69
33	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	42,2	9840	597,0	13,5	339,0	419	59,9	2,79
36	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	48,6	13380	743,0	14,7	423,0	510	71,1	2,89
40	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	57,0	19062	953,0	16,2	545,0	667	86,1	3,03
45	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7	66,5	27696	1231,0	18,1	708,0	808	101	3,09
50	500	170	10	15,2	17,0	7,0	100,0	78,5	39727	1589,0	19,9	919,0	1043	123	3,23
55	550	180	11	16,5	18,0	7,0	118,0	92,6	55962	2035,0	21,8	1181	1356	151	3,39
60	600	190	12	17,8	20,0	8,0	138,0	108,0	76806	2560,0	23,6	1491	1725	182	3,54

Таблица № 7. Швеллеры стальные горячекатаные. Сортамент по ГОСТ 8240-89  
(Швеллеры с уклоном внутренних граней полок)



$h$  – высота швеллера;  $b$  – ширина полки;  $s$  – толщина стенки;  
 $t$  – средняя толщина полки;  $r$  – радиус закругления полки;  
 $R$  – радиус внутреннего закругления;  
 $z_0$  – расстояние от оси  $y$ - $y$  до наружной грани стенки;  
 $I$  – момент инерции;  $W$  – момент сопротивления;  
 $S$  – статический момент полусечения;  $i$  – радиус инерции.

Номер дву- тавра	Размеры						Площадь попереч- ного сечения, $см^2$	Масса 1 м, кг	Справочные значения для осей						
	$h$	$b$	$s$	$t$	$R$	$r$			$x-x$				$y-y$		
									$I_x$ , $см^4$	$W_x$ , $см^3$	$i_x$ , см	$S_x$ , $см^3$	$I_y$ , $см^4$	$W_y$ , $см^3$	$i_y$ , см
	мм														
5	50	32	4,4	7,0	6,0	2,5	6,16	4,84	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	6,0	2,5	7,15	5,90	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,24
8	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,98	7,05	89,4	22,4	3,16	13,30	12,80	4,75	1,31
10	100	46	4,5	7,6	7,0	3,0	10,90	8,59	174,0	34,8	3,99	20,40	20,40	6,46	1,44
12	120	52	4,8	7,8	7,5	3,0	13,30	10,40	304,0	50,6	4,78	29,60	31,20	8,52	1,54
14	140	58	4,9	8,1	8,0	3,0	15,60	12,30	491,0	70,2	5,60	40,80	45,40	11,0	1,67
16	160	64	5,0	8,4	8,5	3,5	18,10	14,20	747,0	93,4	6,42	54,10	63,30	13,8	1,80
16а	160	68	5,0	9,0	8,5	3,5	19,50	15,30	823,0	103,0	6,49	59,40	78,80	16,4	2,00
18	180	70	5,1	8,7	9,0	3,5	20,70	16,30	1090,0	121,0	7,24	69,80	86,00	17,0	1,94
18а	180	74	5,1	9,3	9,0	3,5	22,20	17,40	1190,0	132,0	7,32	76,10	105,00	20,0	2,13
20	200	76	5,2	9,0	9,5	4,0	23,40	18,40	1520,0	152,0	8,07	87,80	113,00	20,5	2,07
22	220	82	5,4	9,5	10,0	4,0	26,70	21,00	2110,0	192,0	8,89	110,0	151,00	25,1	2,21
24	240	90	5,6	10,0	10,5	4,0	30,60	24,00	2900,0	242,0	9,73	139,0	208,00	31,6	2,42
27	270	95	6,0	10,5	11,0	4,5	35,20	27,70	4160,0	308,0	10,9	178,0	262,00	37,3	2,47
30	300	100	6,5	11,0	12,0	5,0	40,50	31,80	5810,0	387,0	12,0	224,0	327,00	43,6	2,52
33	330	105	7,0	11,7	13,0	5,0	46,50	36,50	7980,0	484,0	13,1	281,0	410,00	51,8	2,59
36	360	110	7,5	12,6	14,0	6,0	53,40	41,90	10820	601,0	14,2	350,0	513,00	61,7	2,68
40	400	115	8,0	13,5	15,0	6,0	61,50	48,30	15220	761,0	15,7	444,0	642,00	73,4	2,75

## Литература.

1. Бородин Н.А. Сопротивление материалов: пособие для студентов, обучающихся по спец. технического профиля: - 2-е издание испр. – М.: Дрофа, 2001.
2. Грес П.В. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов: Учеб. пособие для вузов – М.: Высш. шк., 2004.
3. Степин Н.А. Сопротивление материалов: Учебник для машиностроительных спец. вузов. – 8-е издание – М.: Пресс, 1997.
4. Семин М.И. Основы сопротивления материалов: учебное пособие для студентов вузов по направлению дипломирования специалистов 650100 "Технология и конструирование изделий легкой промышленности и направлено для подготовки бакалавров", 553900 "Технология, конструирование изделий и материалов легкой промышленности": - М.: Гуманитарный центр ВЛАДОС – 2004.
5. Копнов В.А. Сопротивление материалов.: Руководство для решения задач и выполнения лабораторных и расчетно-графических работ (В.А. Копнов, С.Н. Кривошаико) – М.: Высшая школа, 2

## Содержание.

Перечень основных обозначений величин и их наиболее употребляемые единицы	3
1. Введение	4
2. Осевое растяжение – сжатие.	5
Краткие теоретические сведения.	5
2.1. Эпюры продольных сил, нормальных напряжений и перемещений.	6
2.2. Примеры расчета на прочность и жесткость.	12
2.3. Статически неопределимые системы.	24
3. Срез и смятие.	37
Краткие теоретические сведения	37
3.1. Расчет болтовых и клиновых соединений.	40
3.2. Примеры расчета врубок на растяжение, срез и смятия.	49
3.3. Расчет заклепочных соединений.	54
3.4. Проверка прочности шпоночных и штифтовых соединений.	58
4. Справочный материал.	61
4.1. Механические характеристики малоуглеродистой стали.	61
4.2. Ориентировочные величины основных допускаемых напряжений на растяжение и сжатие.	62
4.3. Геометрические характеристики некоторых плоских сечений.	63
4.4. Геометрические характеристики прокатных профилей.	67
5 Литература	77