ОПД.Ф.02.02 СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ БАЛКИ ПРИ ИЗГИБЕ

Методические указания к лабораторной работе

Излагается порядок определения линейных и угловых перемещений в двухопорной балке, даются краткие сведения из теории, приводятся схемы, а также рекомендации по оформлению отчета по лабораторной работе.

ВВЕДЕНИЕ

При изучении курса "Сопротивление материалов" важным элементом является выполнение студентами лабораторных работ. При проведении лабораторных работ непосредственно в результате эксперимента предоставляется возможность убедиться в справедливости основных принципов расчета элементов конструкций и законов сопротивления материалов, а также изучить механические характеристики материалов.

На лабораторные занятия студенты должны являться подготовленными. Необходимо заранее изучить содержание и порядок проведения лабораторной работы, ее теоретическую часть, ознакомиться с экспериментальной установкой в соответствии с данными методическими указаниями.

Перед началом лабораторных работ все студенты в обязательном порядке должны пройти инструктаж по технике безопасности в лаборатории испытания материалов. Инструктаж проводит преподаватель, ведущий лабораторные занятия. Студенты, не прошедшие инструктаж по технике безопасности, к выполнению лабораторных работ не допускаются.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ БАЛКИ ПРИ ИЗГИБЕ

Цель работы. Экспериментальное определение линейного и углового перемещений сечений стальной двухопорной балки и сопоставление их с расчетными значениями.

Некоторые теоретические сведения

Под действием внешних сил, расположенных в одной из главных плоскостей прямой балки, её ось искривляется в той же плоскости, точки оси перемещаются, а поперечные сечения поворачиваются.

На рис. 1 в искаженном масштабе изображена искривленная ось балки, защемленной одним концом и нагруженная сосредоточенной силой. Центр тяжести O какого-либо сечения с абсциссой z перемещается в точку O_1. Перемещение OO_1 центра тяжести сечения по направлению, перпендикулярному к оси балки, называется **прогибом** балки (**линейным перемещением** оси балки). Прогиб балки обозна-

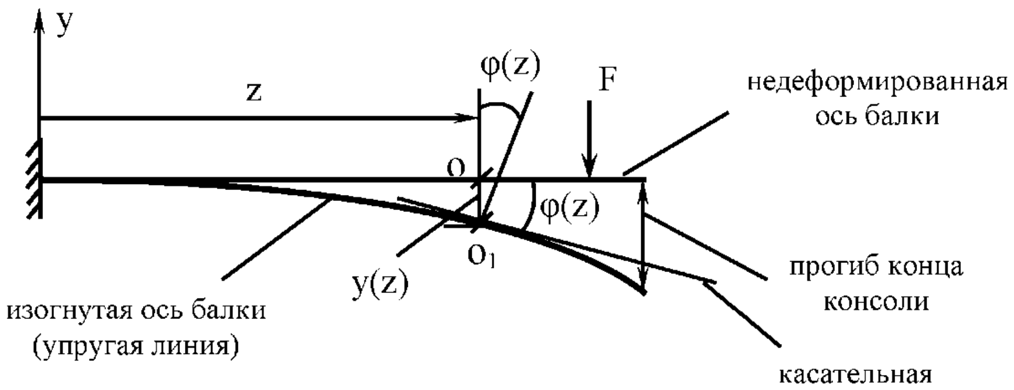

Рис. 1

чим **y**.

Так как ось балки, лежащая в нейтральном слое, при изгибе не меняет своей длины, то точка O_1 сместится несколько в сторону от перпендикуляра к оси балки. Прогибы оси балки в действительности незначительны по сравнению с длиной балки, поэтому указанное смещение в сторону является величиной уже 2-го порядка малости по отношению к длине балки, и им пренебрегают.

Поперечные сечения при деформации балки не только поступательно смещаются, но и поворачиваются. **Угол поворота** поперечного сечения балки можно считать равным углу между касательной, проведенной к изогнутой оси балки в этом сечении, и недеформированной осью балки. Угол поворота – угловое перемещение оси балки обозначим **φ**.

Для практических целей необходимо определять прогибы и повороты для любого сечения балки. Величина максимального прогиба может быть мерилом того, насколько искажается форма конструкции при действии внешних сил. Обычно ограничивают величину наибольшего прогиба балки под нагрузкой. Для стальных балок обычно принимают прогиб не превосходящим $\frac{1}{1000} \div \frac{1}{250}$ доли пролета[2].

Для того чтобы полностью знать деформацию балки, необходимо уметь вычислять для каждого сечения его прогиб **y** и угол поворота **φ**. Оба они будут функциями от z – расстояния сечения от начала координат. Между **y** и **φ** для каждого сечения существует определенная зависимость.

Выберем систему координат: начало координат расположим в крайнем левом сечении балки; пусть ось z совпадает с осью балки, а ось y направим перпендикулярно продольной оси z балки вверх. При таких условиях уравнение

$$y=f(z) \tag{1}$$

представляет собой уравнение кривой, по которой изогнется ось балки под нагрузкой. Это будет **уравнение изогнутой оси балки**.

Касательная к изогнутой оси балки (рис.1) в точке O_1 составит с осью z угол, равный φ, то есть равный углу поворота поперечного сечения относительно первоначального положения. Тангенс угла, образованного касательной к кривой $y=f(z)$ с осью z, как известно, равен

$$\mathrm{tg}\varphi=\frac{dy}{dz}. \tag{2}$$

Так как прогибы балки гораздо меньше её длины, то **φ** бывают малыми углами, обычно не более 1° [2]. Поэтому для таких углов можно считать, что тангенс равен углу, выраженному в радианах, следовательно

$$\varphi=\frac{dy}{dz}, \tag{3}$$

то есть **угол поворота сечения равен первой производной по z от прогиба y** в этом сечении.

При изучении темы “Прямой изгиб” [1] было получено основное дифференциальное уравнение изогнутой оси балки в виде

$$\pm EJ\frac{d^2y}{dz^2}=M(z). \qquad (4)$$

При направлении оси y вверх в уравнении (4) следует оставить знак «+», тогда дифференциальное уравнение запишем в виде

$$EJ\frac{d^2y}{dz^2}=M(z). \qquad (5)$$

Интегрируя (5), получим выражение

$$EJ\frac{dy}{dz}=\int M(z)\,dz+D_1,$$

Интегрируя второй раз, имеем

$$EJy=\int dz\int M(z)\,dz+D_1z+D_2.$$

Таким образом, получили уравнение углов поворота

$$\varphi=\frac{dy}{dz}=\frac{1}{EJ}\left[\int M(z)dz+D_1\right], \qquad (6)$$

уравнение прогибов

$$y=\frac{1}{EJ}\left[\int dz\int M(z)dz+D_1z+D_2\right]. \qquad (7)$$

В уравнениях (6) и (7) D_1 и D_2 – постоянные интегрирования, которые определяются из условий закрепления балки.

В общем случае, когда балка имеет несколько участков нагружения, выражение $M(z)$ составляется отдельно для каждого из них. Количество постоянных, получаемых при двукратном интегрировании, будет равно удвоенному числу участков.

Применяя некоторые приемы интегрирования, можно обеспечить равенство этих постоянных для всех участков. В результате количество постоянных интегрирования будет всегда равно двум. Эти постоянные обозначим D_1 и D_2. Они представляют собой соответственно угол поворота и прогиб в начале координат, умноженные на жесткость сечения при изгибе:

$$D_1=EJ\varphi_0, \quad D_2=EJy_0.$$

В зависимости от условий закрепления сечения, проходящего через начало координат, имеют место три варианта значений D_1 и D_2.

Условимся начало координат выбирать в крайнем левом сечении балки. Тогда:

1) если левый конец балки защемлен, то $D_1=0$, $D_2=0$;

2) если левый конец балки шарнирно оперт, то $D_1\neq0$, $D_2=0$;

3) если левый конец балки свободен, то $D_1\neq0$, $D_2\neq0$.

Если постоянные интегрирования не равны нулю, их значения определяются из других граничных условий.

Уравнение изгибающих моментов будем составлять для последнего участка балки. Из него легко получить уравнение для предыдущего участка, исключая слагаемые, соответствующие нагрузкам, приложенным к балке правее рассматриваемого участка.

Для балки, изображенной на рис. 2, определим прогиб в сечении с ординатой z_K и угол поворота на правой опоре.

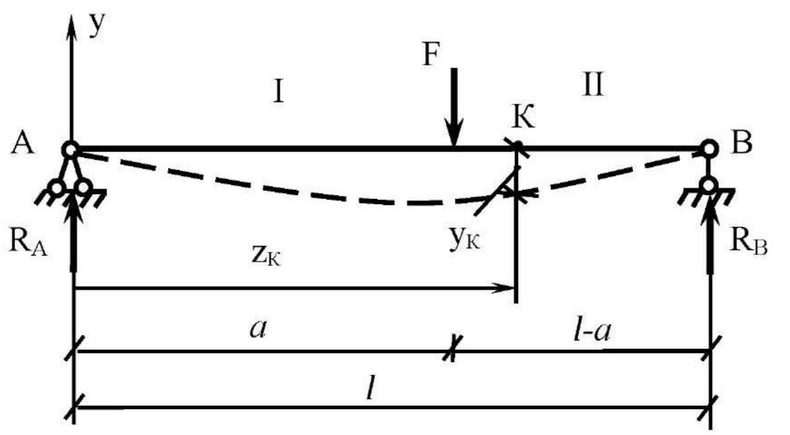

Рис. 2

Предварительно определяем опорные реакции

$$R_A=\frac{F\cdot(l-a)}{l},\quad R_B=\frac{F\cdot a}{l}.$$

Балка имеет два участка. Составляем уравнение моментов для II участка

$$M(z)=R_A\cdot z-F\cdot(z-a). \qquad (a)$$

$M(z)=EJ\frac{d^2y}{dz^2}$; интегрируя уравнение (*a*), получаем выражение для углов поворота:

$$EJ\varphi=\frac{R_A z^2}{2}-\frac{F\cdot(z-a)^2}{2}+D_1. \qquad (б)$$

Проинтегрировав еще раз, получаем выражение для прогибов:

$$\mathrm{EJy} = \frac{\mathrm{R_A z^3}}{6} - \frac{\mathrm{F} \cdot (\mathrm{z} - a)^3}{6} + \mathrm{D_1 z} + \mathrm{D_2}. \qquad (\text{в})$$

Определяем постоянные интегрирования. $D_2=EJ_x y_0=0$, так как левый конец балки шарнирно оперт. Постоянную D_1 находим из условия, что прогиб правого конца балки равен нулю ($y_{z=l} = 0$). Подставляя в (в) $z=l$ и приравнивая выражение нулю, имеем

$$\frac{\mathrm{R_A} l^3}{6} - \frac{\mathrm{F} \cdot (l - a)^3}{6} + \mathrm{D_1} l = 0,$$

откуда

$$\mathrm{D_1} = \mathrm{EJ}\varphi_0 = -\frac{\mathrm{R_A} l^2}{6} + \frac{\mathrm{F} \cdot (l - a)^3}{6l},$$

$R_A=\frac{F\cdot(l-a)}{l}$, тогда

$$\mathrm{D_1} = \mathrm{EJ}\varphi_0 = \frac{\mathrm{F} \cdot (l - a)}{6l}(a^2 - 2al)$$

Окончательно уравнение упругой линии балки имеет вид

$$\mathrm{EJy} = \left(-\frac{\mathrm{R_A} l^2}{6} + \frac{\mathrm{F} \cdot (l - a)^3}{6l}\right) \cdot z + \frac{\mathrm{R_A z^3}}{6}\bigg|_{\mathrm{I}} - \frac{\mathrm{F} \cdot (\mathrm{z} - a)^3}{6} \qquad (\text{г})$$

Уравнение для определения углов поворота

$$\mathrm{EJ}\varphi = -\frac{\mathrm{R_A} l^2}{6} + \frac{\mathrm{F} \cdot (l - a)^3}{6l} + \frac{\mathrm{R_A} z^2}{2}\bigg|_{\mathrm{I}} - \frac{\mathrm{F} \cdot (z - a)^2}{2} \qquad (\text{д})$$

Если сечение, в котором определяется перемещение, находится в пределах первого участка, то используется часть уравнения (г) или (д), расположенная левее вертикальной черты с индексом I.

Прогиб в точке К, если $z_к \leq a$, определяется по формуле

$$\mathrm{EJy_K} = \frac{\mathrm{F} \cdot (l - a)}{6l}[(a^2 - 2al) \cdot z_к + z_к^3]$$

Прогиб в точке К, если $z_к \geq a$, определяется по формуле

$$\mathrm{EJy_K} = \frac{\mathrm{F} \cdot (l - a)}{6l}[(a^2 - 2al) \cdot z_к + z_к^3] - \frac{\mathrm{F} \cdot (z_к - a)^3}{6}$$

Угол поворота на правой опоре при $z=l$ определяется по формуле

$$EJ\varphi_B = \frac{F \cdot a \cdot (l^2 - a^2)}{6l}$$

Содержание задания

Для двухопорной балки, загруженной сосредоточенной силой, определить прогиб в указанном преподавателем сечении и угол поворота на правой опоре. Экспериментальные данные сравнить с теоретическими.

Экспериментальная установка

Исследования упругой балки проводятся на установке типа СМ 4А (рис. 3). Испытуемая балка длиной ***l*=1 м** выполнена из стальной полосы прямоугольного сечения шириной **b=38 мм** и толщиной **h=7,2 мм**, она установлена на двух шарнирных опорах. Нагрузка на балку прикладывается сосредоточенно с помощью грузовых подвесов и набора гирь. Место приложения нагрузки можно менять. Измерение прогибов и углов поворота производятся при помощи индикаторов часового типа.

Порядок проведения работы

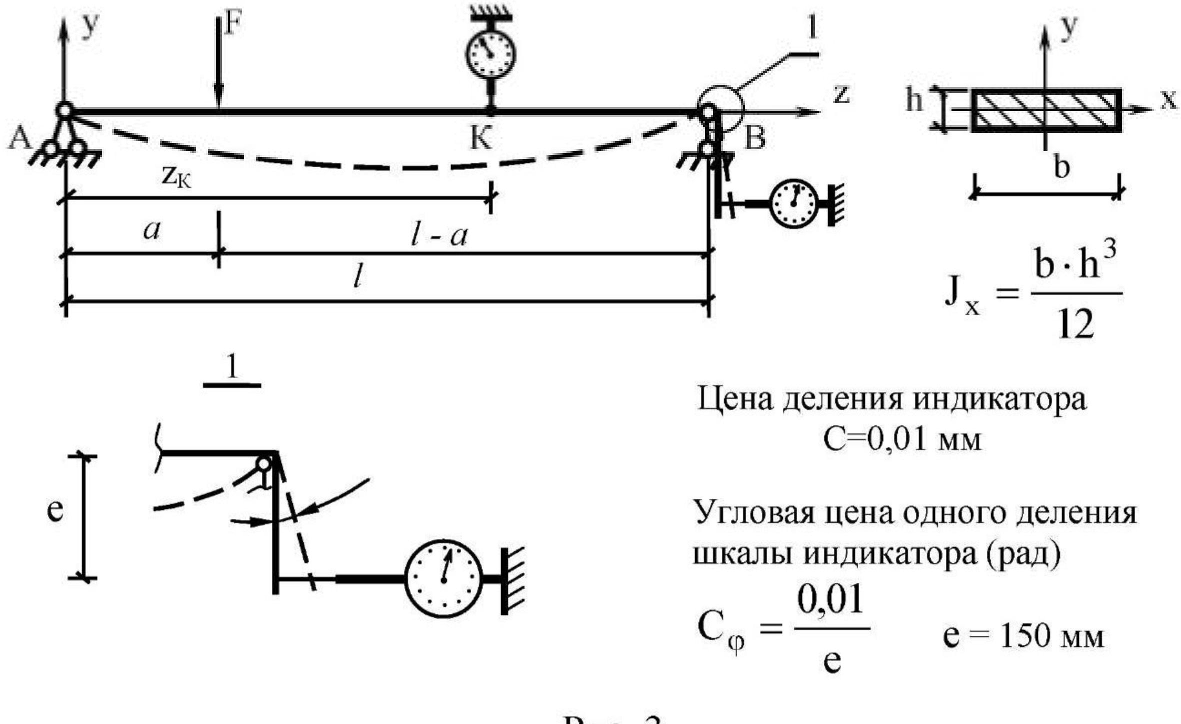

Рис. 3

1. Подготовить установку к работе. Подвес и индикаторные стойки установить в местах, указанных преподавателем.
2. Записать параметры балки. Определить координаты сечений, где приложена нагрузка. Изобразить расчетную схему балки (рис. 2).
3. Вычислить момент инерции сечения балки.
4. Провести вычисления искомых перемещений теоретически (аналитическим методом) для нагрузок, указанных в таблице 1.
5. Установить стрелки индикаторов на "0";
6. Провести последовательное загружение балки нагрузкой, указанной в таблице 1.
7. Произвести отсчеты по индикаторам часового типа.
8. Результаты измерений и расчетов занести в таблицу 1.
9. По аналитическим данным построить графики (рис. 3) зависимости прогибов от нагрузки и углов поворота от нагрузки. На полученных графиках отметить точками полученные экспериментальные данные.
10. Определить погрешность между теоретическими значениями и полученными результатами.

Обработка результатов эксперимента

Таблица 1

<table>
<tr><td colspan="2">$\boldsymbol{l}$ = 1 м</td><td colspan="2">z_K= ____ м</td><td>$\boldsymbol{a}$ = ____ м</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Нагрузка Н</td><td colspan="2">Индикатор №1</td><td colspan="2">Индикатор №2</td></tr>
<tr><td>Отсчеты</td><td>Прогиб мм</td><td>Отсчеты</td><td>Угол поворота рад</td></tr>
<tr><td>10</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>20</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>30</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>40</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

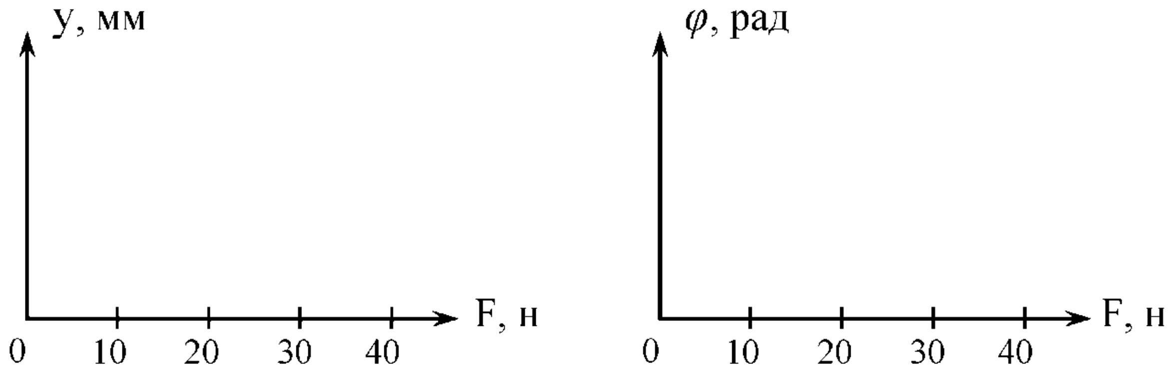

Рис. 3

Контрольные вопросы

1. Что собой представляет экспериментальная установка СМ-4А для определения перемещений балки при изгибе?
2. Каков порядок проведения эксперимента?
3. Что называется упругой линией балки?
4. Что такое прогиб, в чем он измеряется?
5. Что такое угол поворота, в чем он измеряется?
6. Что такое нейтральная ось или нулевая линяя?
7. Как записывается основное дифференциальное уравнение упругой линии балки?

Библиографический список

1. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. Сопротивление материалов. – М.: Высш. шк., 1995. – 560 с.

2. Беляев Н.М. . Сопротивление материалов. – М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1962. – 856 с.

3. Саргсян А.Е. Сопротивление материалов, теории упругости и пластичности. – М.: АСВ, 1998. – 240 с.

4. Смирнов А.Ф. и др. Сопротивление материалов. – М.: Высш. шк., 1975. – 480 с.

С О Д Е Р Ж А Н И Е