

**ОПД.Ф.02.02 СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ  
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ**

## Оглавление

Работа 1. Определение механических характеристик материалов при растяжении сжатию .....	5
Опыт 1. Растяжение стальных образцов .....	5
Опыт 2. Сжатие стального образца .....	9
Опыт 3. Сжатие чугунных образцов .....	10
Опыт 4. Сжатие деревянных образцов .....	10
Контрольные вопросы .....	11
Работа 2. Определение модуля сдвига .....	12
Контрольные вопросы .....	14
Работа 3. Определение напряжений с помощью электротензометрирования .....	15
Контрольные вопросы .....	18
Работа 4. Определение напряжений при поперечном изгибе балки .....	19
Контрольные вопросы .....	21
Работа 5. Определение перемещений при изгибе балки .....	22
Контрольные вопросы .....	24
Работа 6. Определение изгибающего момента над средней опорой двухпролетной неразрезной балки .....	24
Контрольные вопросы .....	26
Работа 7. Опытная проверка теории косоугольного изгиба .....	27
Контрольные вопросы .....	29
Работа 8. Определение напряжений при внецентренном растяжении .....	29
Контрольные вопросы .....	31
Работа 9. Определение перемещений при совместном действии изгиба и кручения .....	32
Контрольные вопросы .....	33
Работа 10. Определение напряжений в плоском кривом брусе .....	34
Контрольные вопросы .....	36
Работа 11. Определение положения центра изгиба балки из тонкостенного незамкнутого профиля .....	37
Контрольные вопросы .....	39

Выполнение лабораторной работы предполагает обязательное предварительное изучение соответствующего раздела теоретического курса сопротивления материалов. Ссылки на литературу приведены в начале , а контрольные вопросы для самопроверки, - в конце каждой работы.

Следует помнить, что в лаборатории сопротивления материалов применяются разнообразные машины и устройства, создающие большие нагрузки, поэтому во избежание травм, следует строго соблюдать правила безопасной работы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Беляев Н.М. Сопротивление материалов, М., Наука, 1976.
2. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов. М., Высшая школа, 1989.
3. Писаренко Г.С. Сопротивление материалов. Киев, Выща школа, 1986.

## Работа 1. Определение механических характеристик материалов при растяжении и сжатии.

Литература: /1/, глава II; /2/, §4.2; /3/, глава IV, §29

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ.** Изучение поведения пластичных и хрупких материалов при растяжении и сжатии. Определение основных механических характеристик.

### Опыт 1. Растяжение стальных образцов.

**Общие сведения.** Экспериментальное определение величин механических характеристик необходимо для выбора материала и расчетов на прочность и жесткость. Данные испытания сопровождаются изучением всех стадий деформации образца вплоть до его разрушения. В процессе испытания определяются механические характеристики: предел пропорциональности, пределы текучести и прочности и показатели пластичности.

**Образцы** Испытанию на растяжение подвергаются образцы (рис. 1), форма и размеры которых нормируются в соответствии с ГОСТ 1497-88.

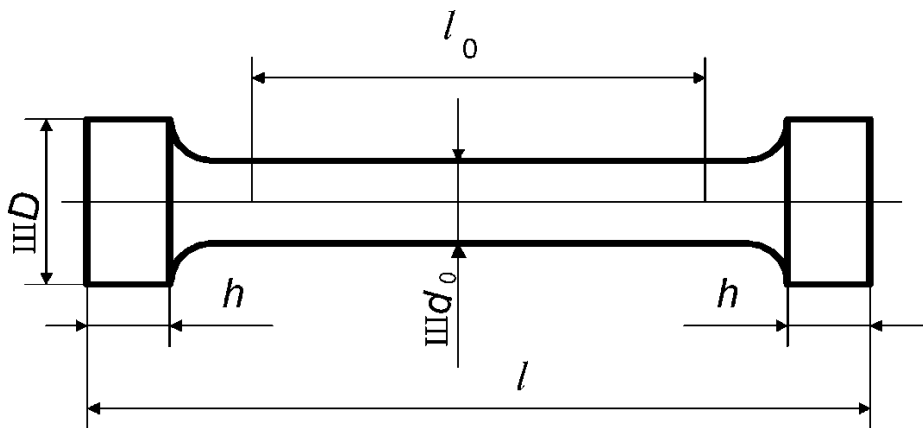


Рис.1

Образец состоит из трех частей: головки для крепления в захватах машины, переходной части и рабочей части образца. На рабочей части образца кернами фиксируется расчетная длина образца « $l_0$ ». Обычно испытываются образцы с расчетной длиной  $l=10d$  (длинный образец) или  $l=5d$  (короткий образец), где  $d$  – диаметр рабочей части образца. При диаметре  $d=20$ мм и  $l=200$ мм образец называется нормальным.

**Проведение опыта.** Испытание осуществляется на универсальной испытательной машине УМ-5 с записывающим приспособлением, автоматически вычерчивающим диаграмму растяжения в координатах: «удлинение  $\Delta l$  – сила сопротивления  $P$ ».

Подготовленный к испытанию образец устанавливается в захваты машины и медленно растягивается вплоть до разрушения образца.

После разрушения образца машина останавливается, обе половинки образца освобождаются от захватов машины. Тщательно и возможно плотнее приложив друг к другу обе половинки образца по месту разрыва, следует измерить длину образца после разрушения  $l_1$  и его диаметр  $d_1$  в наиболее узком месте.

В процессе растяжения образца в зависимости от степени пластичности материала может быть два вида диаграммы растяжения. На рис. 2а приведена типичная диаграмма растяжения пластичной малоуглеродистой стали, а на рис. 2б диаграмма менее пластичной высокоуглеродистой стали

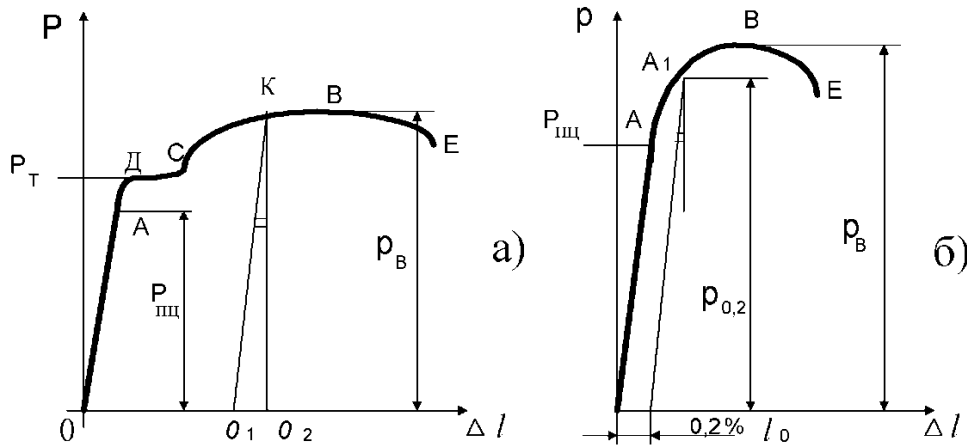


Рис.2а

Рис.2б

Характеристики прочности. Рассмотрим диаграмму растяжения, характерную для малоуглеродистой стали (рис.2а). На участке ОА диаграммы наблюдается линейная зависимость между удлинением и растягивающей силой, т.е. на этом участке работа материала соответствует упругой области, и справедлив закон Гука.

Ордината точки А соответствует силе  $P_{шц}$ , выше которой нарушается прямая пропорциональность между нагрузкой и деформацией.

Площадка ДС, называемая площадкой текучести, отображает рост удлинения при постоянной нагрузке. Это удлинение происходит за счет пластической деформации материала.  $P_T$  – сила, соответствующая пределу текучести материала. У ряда пластичных материалов площадка текучести отсутствует (рис. 2б).

За площадкой текучести опять начинается возрастание нагрузки, заканчивающееся в точке В (см. рис. 2а). Растяжение образца, отвечающего участку диаграммы СВ, происходит равномерно; образец, удлиняясь, также равномерно сужается по всей длине.

При дальнейшем действии нагрузки на образце появляется местное сужение – шейка. Площадь поперечного сечения образца в месте шейки резко уменьшается, что влечет за собой падение нагрузки за точкой В.  $P_B$  – сила, соответствующая пределу прочности.

Если нагрузить образец до точки К (рис. 2а), а затем постепенно снимать нагрузку, то разгрузка образца всегда происходит по прямой  $KO_1$ , параллельной  $OA$ . После разгрузки образца удлинение, изображенное отрезком  $O_1O_2$  исчезает, а удлинение  $\overline{OO_1}$  остается. Следовательно, деформация  $\overline{OO_1}$  является упругой, а деформация  $\overline{OO_1}$  - пластической (остаточной).

Диаграммы растяжения, записанные испытательной машиной, неудобны при их использовании, так как записываемые величины зависят от размеров образца. Удобнее пользоваться диаграммой, в которой по оси ординат отложены напряжения  $\sigma = P/F_0$ , а по оси абсцисс - величина относительной деформации  $\varepsilon = \Delta/l_0$  (рис.3).

Здесь  $F_0, l_0$  - первоначальная площадь сечения и длина образца.

Характерные ординаты диаграммы в координатах "σ-ε" являются важнейшими характеристиками материала.

Пределом пропорциональности  $\sigma_{пц}$  называется наибольшее напряжение, до которого соблюдается прямая пропорциональность между напряжениями и деформациями:

$$\sigma_{пц} = \frac{P_{пц}}{F_0}, \text{ МПа}$$

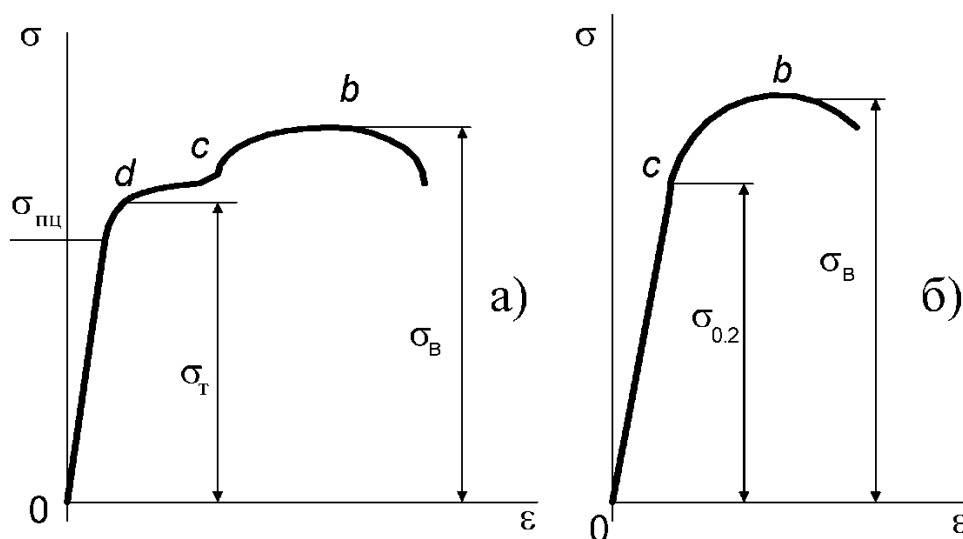


Рис.3

Пределом текучести  $\sigma_T$  называют такое напряжение, при котором образец деформируется без заметного увеличения нагрузки;

$$\sigma_T = \frac{P_T}{F_0}, \text{ МПа.}$$

Этот предел текучести называют еще физическим пределом текучести (рис.3а). Если на диаграмме площадка текучести отсутствует (рис.3б), то за предел текучести принимается напряжение, которое соответствует остаточной деформации, составляющей 0,2% от исходной длины образца. Это напряжение называется условным пределом текучести:

$$\sigma_T = \frac{P_T}{F_0}, \text{ МПа.}$$

Пределом прочности  $\sigma_B$  называют напряжение, полученное делением наибольшего продольного усилия, которое выдерживает образец, на первоначальную площадь поперечного сечения образца:

$$\sigma_B = \frac{P_B}{F_0}, \text{ МПа.}$$

Характеристика  $\sigma_B$  является условной, так как при его определении нагрузка  $P_B$  делится не на текущее (истинное) значение площади поперечного сечения образца, а на его первоначальную площадь.

Нисходящий участок ВЕ диаграммы (рис.2а) носит условный характер вследствие значительного различия действительной площади поперечного сечения образца после образования шейки и первоначальной площади. Величину истинных напряжений можно получить, разделив силу  $P_i$  на действительную площадь поперечного сечения образца  $F_i$ :

$$S_i = \frac{P_i}{F_i}, \text{ МПа.}$$

Характеристика пластичности. Помимо рассмотренных характеристик прочности, при испытании на растяжение определяют характеристики пластичности. Мерой пластичности материала может служить относительное остаточное удлинение при разрыве, определяемое по формуле

$$\delta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \cdot 100\%, \quad (1)$$

и относительное остаточное сужение площади поперечного образца в месте шейки:

$$\psi = \frac{F_0 - F_1}{F_0} \cdot 100\%, \quad (2)$$

где  $F_0, l_0$  - площадь поперечного сечения и длина рабочей части ненагруженного образца;

$F_1, l_1$  - площадь поперечного сечения в самом узком месте шейки и длина рабочей части образца после разрыва.

Очевидно, что чем больше величины  $\sigma$  и  $\Psi$ , тем более пластичен материал. Материалы, разрушающиеся при малых значениях  $\sigma$  и  $\Psi$ , называются хрупкими.

## **Опыт 2. Сжатие стального образца.**

Общие сведения. При определении механических характеристик стали растяжением равномерная деформация по длине образца имеет место лишь при малых значениях относительной деформации ( $\epsilon=15\div 20\%$ ). Испытаниями на сжатие удастся получить значения напряжений при значительных величинах равномерной деформации ( $\epsilon=50\div 60\%$ ). При испытании на сжатие вследствие трения между торцами образца и опорными плитами машины образец принимает бочкообразную форму, т.е. имеет место неравномерная деформация по поперечному сечению. Полученные в этих условиях значения напряжений будут искажены влиянием трения. Для исключения контактного трения применяют смазку парафином или графитом, которую закладывают в специальные выточки на торцах образца.

Образцы и обработка результатов опыта. Для испытания на сжатие образец изготавливается в виде цилиндра с соотношением высоты  $h_0$  к диаметру  $d$  равным  $h_0/d=1\div 2$  (рис.4а).

Получаемая в результате испытания диаграмма сжатия приведена на рис. 4б.

Нагрузка  $P_{шц}$ , соответствующая пределу пропорциональности, определяется на диаграмме точкой, где прекращается линейная зависимость между силой и деформацией (прямая переходит в кривую)

$$\sigma_{шц} = \frac{P_{шц}}{F_0}, \text{ МПа.}$$

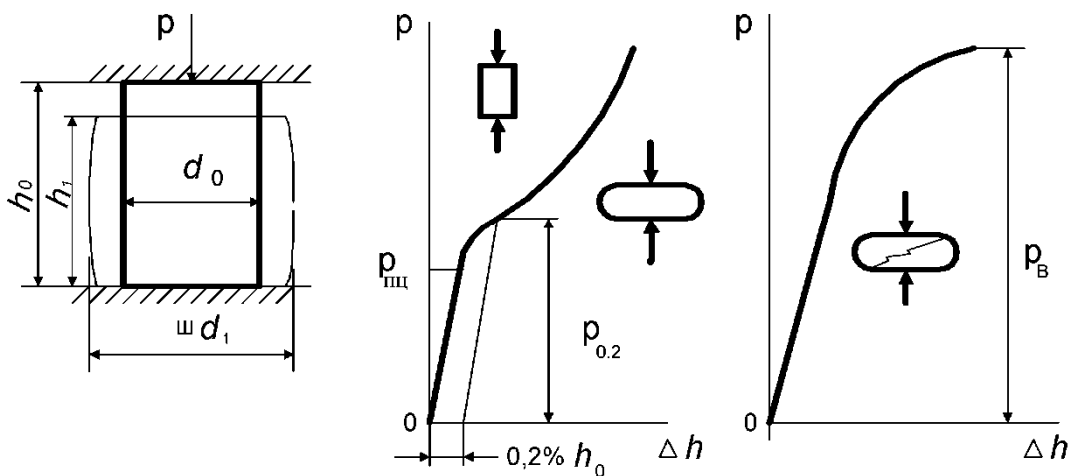


Рис.4

Условный предел текучести  $\sigma_{0,2}$  определяется при величине остаточной деформации, равной  $\Delta h / h_0=0,002$ ,

$$\sigma_{0,2} = \frac{P_{0,2}}{F_0}, \text{ МПа} \quad (3)$$



### **Опыт 3. Сжатие чугунных образцов.**

Общие сведения. Диаграмма сжатия образца из чугуна представлена на рис 4в.

От начала координат диаграмма идет почти по прямой линии, слегка наклонно к оси сил. Затем, все более искривляясь, кривая достигает максимума и резко обрывается. Образец под действием сжимающих сил укорачивается и принимает бочкообразную форму (из-за сил трения между образцом и опорными плитами машины). В момент, когда нагрузка достигает наибольшего значения, образец разрушается с появлением наклонной трещины. Разрушение чугуна происходит внезапно, при небольших пластических деформациях. Характер деформации образца и причины его разрушения для хрупкого материала во многом зависят от величины сил трения между образцом и опорными плитами машины. Путем смазки торцев образца в процессе испытаний можно практически полностью устранить силы трения. При этом образец остается цилиндрическим и разрушается по плоскостям, параллельным диаметральной плоскости образца, из-за больших растягивающих деформаций.

Образцы и обработка результатов опыта. Форма образцов для испытаний представлена на рис. 4а.

Зная величину разрушающей нагрузки  $P_B$  и первоначальную площадь образца, определяем предел прочности чугуна на сжатие:

$$\sigma_B = \frac{P_B}{F_0}, \text{ МПа.}$$

### **Опыт 4. Сжатие деревянных образцов.**

Общие сведения. Древесина является представителем анизотропных материалов., т.е. обладает различными физическими свойствами в разных направлениях. Такие свойства древесины обусловлены резко выраженной волокнистостью строения.

При рассмотрении свойств древесины выделяются два главных направления: вдоль волокон и поперек волокон. В направлении вдоль волокон древесина обладает наибольшими прочностными и упругими свойствами, а в направлении поперек волокон - наименьшими. Анизотропию древесины учитывают при применении дерева в сооружениях. Дерево следует располагать так, чтобы сжимающие (и растягивающие) усилия действовали вдоль волокон, т.е. по направлению наибольшего сопротивления.

Образцы и обработка результатов опыта. Испытания древесины стандартизованы и регламентируются ГОСТ 6336-52. Для испытаний применяют образцы в виде кубиков со стороной 20 мм. Опыты проводятся на универсальной испытательной машине УМ-5.

1. Сжатие вдоль волокон. При сжатии дерева вдоль волокон образец разрушается при сравнительно небольших остаточных деформациях (см. Рис. 5а, кривая 1). Разрушение образца обычно происходит путем смещения слоев в плоскости, наклоненной к продольной оси образца под углом  $45 \div 60^\circ$  (см. Рис. 5б).

Предел прочности определяется по формуле:

$$\sigma_B = \frac{P_{разр.}}{F_0}. \quad (4)$$

2.Сжатие поперек волокон. При сжатии образца поперек волокон его разрушение не происходит до очень больших деформаций (см. Рис. 5а, кривая 2); образец лишь спрессовывается (рис. 5а). В связи с этим условно считают, что предельной нагрузкой  $P_{пред.}$  является сила, при которой начинается отклонение от линейной зависимости между нагрузкой и деформациями.

Предел прочности определяется по формуле:

$$\sigma_B = \frac{P_{пред.}}{F_0}. \quad (5)$$

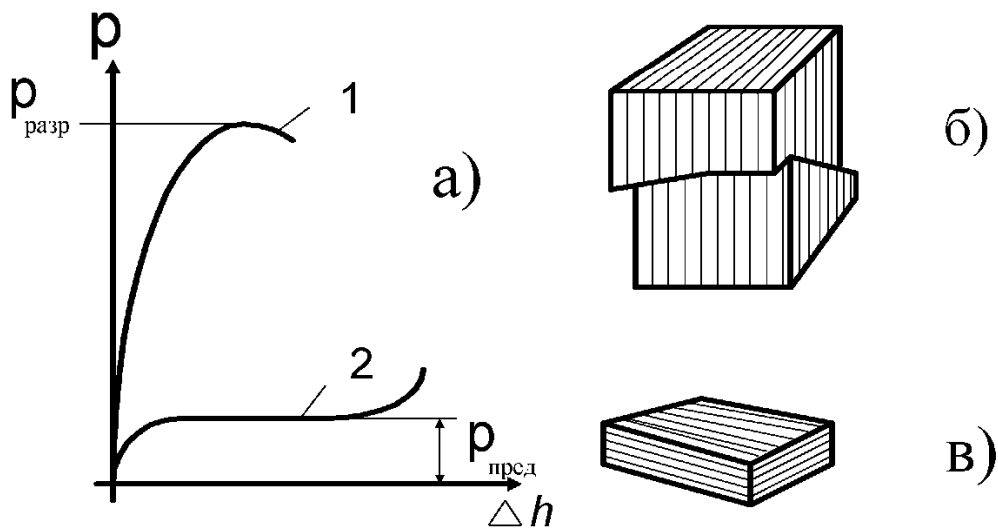


Рис.5

### Контрольные вопросы

1. Какие материалы называются пластичными, а какие хрупкими?
2. Какой вид имеют диаграммы растяжения образца из малоуглеродистой стали и чугуна?
3. Какие деформации называются упругими, остаточными?
4. Какие характерные точки и участки имеют диаграммы растяжения пластичного и хрупкого материалов? Как они определяются?
5. Для какого участка диаграммы растяжения справедлив закон Гука?
6. Почему до образования на образце шейки усилия растут, а после образования шейки - падают?
7. Что такое предел пропорциональности?
8. Что такое предел текучести (физический, условный)?
9. Что такое предел прочности?
10. Какие механические характеристики определяются при испытаниях на сжатие?

11. Как определить момент начала текучести пластичного материала на сжатие?
12. Какие требования предъявляются к образцам при их испытании на сжатие?
13. Как определяется условный предел текучести на диаграмме растяжения и сжатия?
14. Как испытывают на сжатие древесину?
15. Каково различие между диаграммами сжатия древесины вдоль и поперек волокон?
16. Как определяют предельную нагрузку при сжатии древесины поперек волокон?

## Работа 2. Определение модуля сдвига.

Литература: /1/, §47; /3/, §52.

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ.** Опытное определение модуля сдвига стали.

*Общие сведения* При кручении в поперечных сечениях стержня возникают касательные напряжения  $\tau$ . Согласно закону Гука касательные напряжения при кручении и сдвиге прямо пропорциональны относительному сдвигу.

$$\tau = G\gamma. \quad (1)$$

В этой формуле  $G$  является коэффициентом пропорциональности и носит название модуля сдвига. Аналогично модулю продольной упругости  $E$  модуль сдвига  $G$  является величиной, постоянной для данного материала.

Модули сдвига  $G$ , продольной упругости  $E$  и коэффициент поперечной деформации  $\mu$  связаны зависимостью

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}. \quad (2)$$

Угол закручивания стержня постоянного круглого поперечного сечения связан с крутящим моментом линейной зависимостью

$$\varphi = \frac{M_k l}{GI_p}, \quad (3)$$

где:  $l$  - расстояние между измеряемыми сечениями;

$I_p$  - полярный момент инерции сечения стержня диаметра  $d$  при кручении.

Из формулы (3) при заданных значениях  $M_k$ ,  $l$ ,  $I_p$  и измеренных значениях угла поворота  $\varphi$  легко определить модуль сдвига

$$G = \frac{M_k l}{\varphi I_p}. \quad (4)$$

Образец и проведение испытаний. Стальной образец установлен в захваты испытательной машины типа КМ-50. Один захват выполняет роль заделки, а через другой захват образец нагружается скручивающим моментом.

Для начала испытания для того, чтобы напряжения в скручиваемом стержне не превысили предела пропорциональности  $\tau_{\text{пр}}$ , заранее вычисляют наибольшее допустимое значение момента:

$$[M] = \tau_{\text{пр}} W_p ,$$

$$\text{где } W_p = \pi d^3 / 16 .$$

Угол закручивания  $\varphi$  при нагружении стержня определяется с помощью экстензометра (рис. 1). К образцу жестко крепятся два кольца экстензометра (рис. 1), на одном из которых установлен индикатор. При закручивании образца кольца поворачиваются относительно друг друга, и индикатор показывает угол поворота сечений, отстоящих друг от друга на расстоянии  $l$  (см.рис1). Одно деление шкалы индикатора соответствует повороту на одну угловую минуту.

Для предварительного обжатия концов образца в захватах машины и выборки люфтов к образцу прикладывается небольшая начальная нагрузка, которая принимается за начало отсчета.

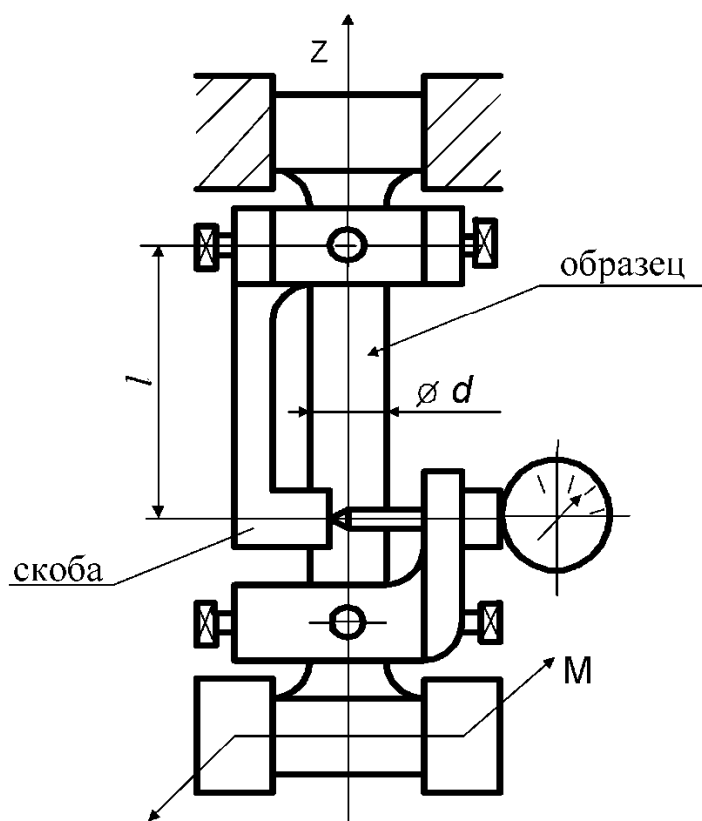


Рис. 1

Отсчеты углов поворота производятся степенями. Выбирается величина приращения нагрузки  $\Delta M=10\text{Н м}$ , и после каждой ступени нагружения по индикатору снимаются отсчеты углов поворота  $\Delta\varphi$ .

Обработка результатов испытания

1. Вычисляем приращения углов поворота  $\Delta\varphi_i$  на каждой ступени нагружения.
2. Определяем среднее арифметическое значение угла поворота

$$\Delta\varphi_{\text{ср}} = \frac{\sum(\Delta\varphi_i)}{n},$$

n - число ступеней нагружения.

3. Записываем приращения крутящего момента на каждом этапе нагружения  $\Delta M_k$ .
4. Рассчитываем опытное значение модуля сдвига  $G_{\text{оп}}$  по формуле (4).
5. Определяем теоретическое значение модуля сдвига  $G_{\text{теор}}$  по формуле (2). Для стали  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ,  $\mu = 0,3$ .
6. Сравниваем опытные значения модуля сдвига с теоретическим и вычисляем ошибку.

$$\delta = \frac{G_{\text{теор.}} - G_{\text{оп.}}}{G_{\text{теор.}}} \cdot 100\%$$

**Контрольные вопросы**

1. Сформулируйте закон Гука при сдвиге?
2. Что такое модуль сдвига?
3. Какая существует связь между упругими постоянными материала?
4. Как определить угол поворота сечения скручиваемого вала?
5. Какой механизм деформации при кручении?

### Работа 3. Определение напряжений с помощью электротензометрирования.

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ** Ознакомление с электрическим методом определения напряжений и тарировкой тензодатчиков.

**Общие сведения.** Электротензомерами называются электрические устройства, позволяющие измерить упругие деформации твердых тел. Они имеют ряд преимуществ по сравнению с рычажными и зеркальными тензомерами: высокую точность, большую чувствительность, малые габариты.

Электротензомер состоит из воспринимающего устройства - датчика омического сопротивления, источника питания и регистрирующего прибора. Датчик омического сопротивления представляет собой очень тонкую проволочку специального состава (проволочные датчики) или тонкий слой нанесенного электролитическим способом металла (фольговые датчики), заклеенный в виде плоской решетки между двумя листиками тонкой бумаги. В настоящее время находят распространение и полупроводниковые тензодатчики. Базой датчика является длина его петель, и наиболее распространены датчики с базой 5, 10 и 20 мм и сопротивлением 50-200 Ом. Полупроводниковые датчики могут быть базой 2-3 мм.

Для измерения деформаций тензодатчики приклеиваются к очищенной поверхности детали в месте измерения напряжений. После высушивания клея проволочная решетка датчика полностью воспринимает все деформации детали. В результате деформации его удельное сопротивление изменяется, в результате чего изменяется ток, проходящий через датчик. Изменение тока прямопропорционально изменению деформации датчика и, следовательно, изменению напряжений в месте установки тензодатчика на деталь.

Чувствительность датчика характеризуется коэффициентом тензочувствительности  $\beta$ . Величина  $\beta$  для проволочных и фольговых датчиков изменяется в пределах от 1,8 до 2,3.

$$\beta = \frac{\Delta R / R_0}{\Delta l / l_0},$$

где  $\Delta R$  - изменение сопротивления датчика;

$\Delta l$  - изменение длины базы датчика.

Изменение сопротивления датчика обычно очень мало. Чтобы измерить такие малые изменения сопротивления датчика, необходимы достаточно чувствительные регистрирующие приборы. Наибольшее распространение для этой цели получили измерительные мосты (мост Уитстона).

Мост состоит из четырех сопротивлений  $R_1, R_2, R_3, R_4$ , соединенных между собой в виде четырехугольника (рис. 1), причем сопротивления образуют плечи моста.

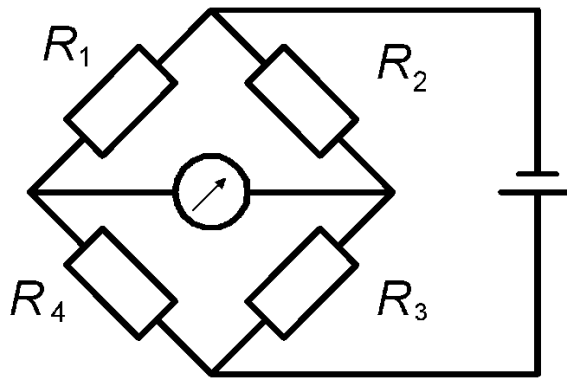


Рис.1

В одну из диагоналей моста включен источник постоянного тока, а в другую - регистрирующий прибор.

Если мост сбалансирован, то тока в регистрирующем приборе не будет. Если в следствии деформации одного из датчиков баланс нарушен, то регистрирующий прибор покажет величину тока разбаланса моста, пропорциональную напряжению в месте наклейки датчика на деталь.

Обычно в качестве сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$  в мост включаются датчики, наклеенные на деталь. Один из наклеенных датчиков принимается в качестве рабочего и устанавливается на детали таким образом, чтобы воспринимать ее деформации. Другой датчик - компенсационный, устанавливается обычно на вспомогательную пластинку, не подверженную деформации.

Для того, чтобы установить, какому напряжению соответствует полученная разница показаний прибора до и после нагружения детали, необходимо провести тарировку электротензометра.

Тарировка электротензометра выполняется с помощью консольной балки равного сопротивления изгибу (рис.2). Сечение балки равного сопротивления выполнено так, что во всех поперечных сечениях наибольшие нормальные напряжения, возникающие от заданной нагрузки, будут одинаковы.

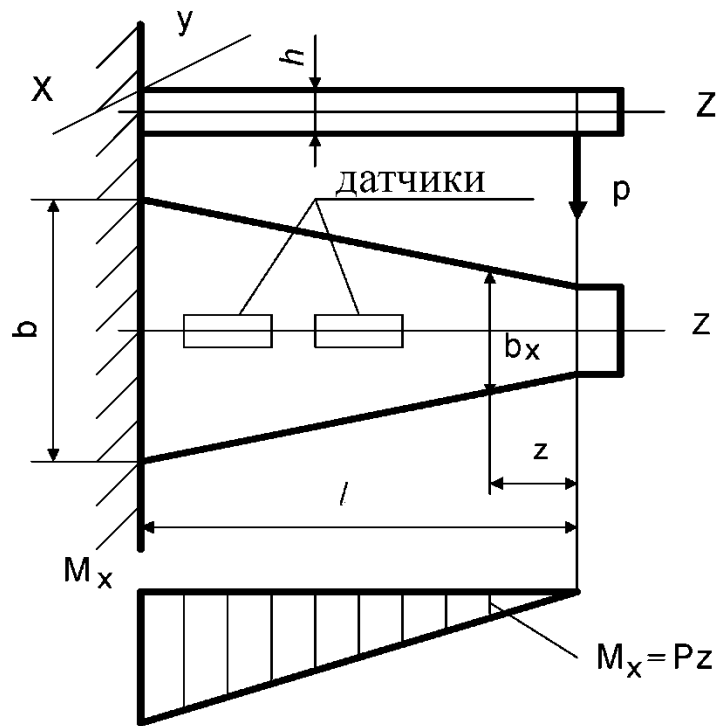


Рис.2

В продольном сечении балки максимальные нормальные напряжения определяются по формуле:

$$\sigma_x = \frac{M_x}{W_x}. \quad (1)$$

Изгибающий момент в сечении :

$$M_x = P z. \quad (2)$$

Момент сопротивления поперечного сечения балки в сечении «X»

$$W_x = \frac{b_x h^2}{6}. \quad (3)$$

Так как  $b_x = b z/l$ , то формула для определения наибольших нормальных напряжений в произвольном сечении окончательно запишется:

$$\sigma_x = \frac{6Pl}{bh^2}. \quad (4)$$

Относительная деформация в том же произвольном сечении на поверхности балки равна:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} = \frac{6Pl}{Ebh^2}. \quad (5)$$



Как видно из формул (4) и (5), напряжения и деформации от абсциссы «Х» не зависят. Следовательно, где бы по оси балки равного сопротивления не были приклеены датчики, деформации их должны быть одинаковы, т.е.  $\sigma_x = E \varepsilon_x$ .

Если при равных значениях внешней нагрузки снять показания прибора, подключенного к одному из датчиков, наклеенного на балку и для этих значений нагрузки по формулам (4) и (5) определить значения нормальных напряжений  $\sigma$  и относительных деформаций  $\varepsilon$ , то получим тарировочные графики, по которым легко определить напряжение и деформации в исследуемой детали (на балку и деталь должны быть наклеены одинаковые рабочие датчики).

Проведение опыта (прибор ИДЦ-1) Нажимаем кнопку «сеть» на блоке измерения. При этом загораются лампы цифрового табло. Нажимаем кнопку «пуск», проводим измерения при ненагруженной тарировочной балке в нужном количестве каналов. Показания прибора ( $n_0$ ) записываем в таблицу отчета. Далее нагружаем балку нагрузкой  $P_1$ . При этом балка деформируется и сопротивление датчиков меняется. Вновь нажимаем кнопку «пуск» и поочередно записываем показания прибора ( $n_1$ ) в каждом канале. Вычисляем разницу показаний прибора  $\Delta n_1 = n_1 - n_0$ . Далее производим аналогично последующие ступени нагружения ( $P_2, P_3, \dots, P_i$ ) с записью в таблицу отчета показаний прибора и подсчетом  $\Delta n_i$ , и для рассчитанных значений  $\sigma_x$  строим тарировочный график в координатах  $\sigma - \Delta n$  и  $E - \Delta n$ .

### ***Контрольные вопросы***

1. Какие существуют методы для экспериментального определения напряжения?
2. Что такое мост Уитстона?
3. Какие существуют типы тензодатчиков?
4. Что такое балка равного сопротивления?
5. Как определяются напряжения в балке равного сопротивления?

#### Работа 4. Определение напряжений при поперечном изгибе балки.

Литература: /1/, §62, §63; /2/, §54; /3/, §60.

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ** Экспериментальная проверка расчетных формул для определения нормальных и главных напряжений в различных точках поперечного сечения балки при изгибе.

*Общие сведения.* Под действием внешних нагрузок балка испытывает деформацию изгиба (рис. 1). При этом одни волокна растягиваются (волокна а-а), другие сжимаются (волокна в-в). Волокна в нейтральном слое (волокна с-с) не изменяют своей длины. Следовательно, датчики 1 и 2 (рис. 1) будут растягиваться, датчики 4 и 5 сжиматься, а датчик 3 деформироваться не будет.

В этих условиях в поперечных сечениях бруса возникают нормальные напряжения, определяемые формулой:

$$\sigma = \frac{M_x \cdot y}{I_x}, \quad (1)$$

где  $M_x$  – изгибающий момент в данном поперечном сечении;

$I_x$  – осевой момент инерции поперечного сечения относительно оси X;

$y$  – расстояние от нейтральной оси до рассматриваемой точки поперечного сечения.

Из формулы (1) видно, что нормальные напряжения по высоте поперечного сечения балки распределяются по линейному закону. Максимального значения напряжения достигают в точках, наиболее удаленных от нейтральной оси, т.е. на внешних поверхностях изгибаемой балки (в местах наклейки датчиков 1 и 5) (рис.1). В нейтральном слое нормальные напряжения равны нулю

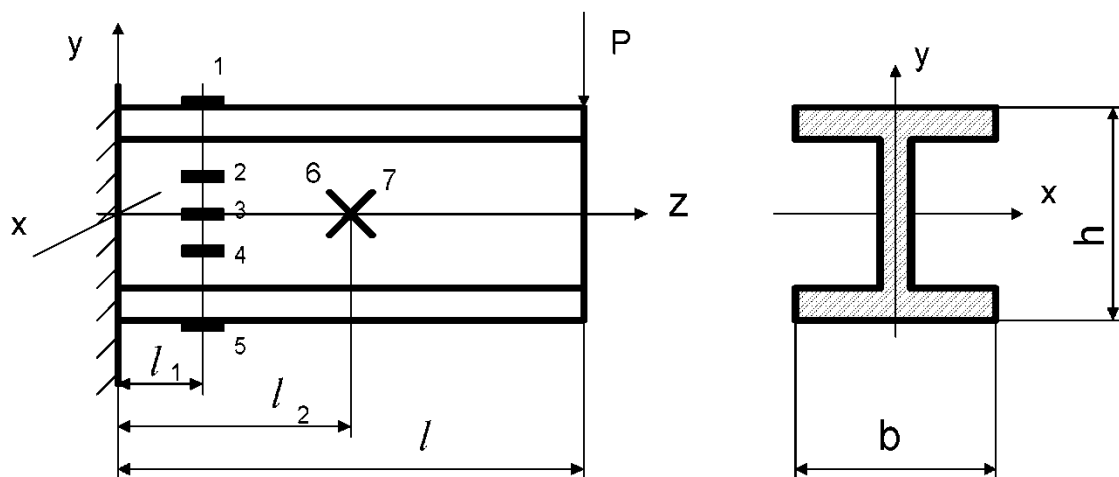


Рис.1

Главные напряжения при изгибе определяются формулой:

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}, \quad (2)$$

где  $\tau$  - касательные напряжения в рассматриваемой точке поперечного сечения балки.

Так как для нейтрального слоя  $\sigma=0$ , то из уравнения (2) в сечении нейтрального слоя главные напряжения равны:

$$\sigma_{1,3} = \pm \tau = \frac{Q_y \cdot S_x}{I_x \cdot b}. \quad (3)$$

Из формулы (3) следует, что в нейтральном слое имеет место чистый сдвиг. Главные напряжения в нейтральном слое балки действуют на площадках, наклонных к оси «Z» под углом  $45^\circ$ , и определяются формулами обобщенного закона Гука для плоского напряженного состояния:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2),$$

$$\sigma_3 = \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_3 + \mu\varepsilon_1), \quad (4)$$

Измерив датчиками 6 и 7 деформации  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_3$  по формуле (4) найдем экспериментальные значения главных напряжений в зоне нейтрального слоя.

Проведение опыта. Консольно закрепленная балка двутаврового поперечного сечения (рис. 1) подвергается изгибу от действия сосредоточенной силы  $P$ , находящейся на расстоянии  $l$  от заделки. На расстоянии  $l_1$  от заделки наклеены пять тензодатчиков, с помощью которых можно определить распределение нормальных напряжений по сечению балки. На расстоянии  $l_2$  от заделки наклеены 2 тензодатчика для измерения величин главных напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  в нейтральном сечении.

Датчики 1 и 5 размещены на полках двутавра на расстоянии от нейтрального слоя  $y_1 = y_2 = h/4$ , датчики 3, 6 и 7 наклеены в зоне нейтрального слоя.

Опыт и обработку его результатов проводим в следующем порядке.

1. Включаем прибор ИДЦ-1 и снимаем показания прибора при незагруженной балке.
2. Давая одинаковые приращения нагрузки  $P=10$  Н, находим приращения показаний прибора  $\Delta p_i$ , как разницу между последующими и предыдущими показаниями прибора. При этом необходимо следить, чтобы максимально допустимая нагрузка не превышала предельную ( $P_{\text{пред.}} = 200$  Н).
3. Пользуясь тарировкой  $\sigma_i = f(\Delta p_i)$ , полученной в лабораторной работе 4, определяем опытные значения нормальных напряжений в точках 1, 2, 3, 4 и 5 и строим эпюру распределения напряжений по сечению балки.

4. Пользуясь тарировкой  $\varepsilon_1 - \varphi(\Delta \Pi_1)$ , полученной в лабораторной работе 3 и формулой (4), определяем опытные значения главных напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  в точках 6 и 7.
5. Определяем теоретические значения напряжений в точках 1, 2, 3, 4 и 5 по формуле (1), а в точках 6 и 7 – по формуле (3).
6. Находим расхождение между теоретическими и опытными значениями напряжений:

$$\delta = \frac{\sigma_{расч.} - \sigma_{оп.}}{\sigma_{расч.}} \cdot 100\%.$$

### ***Контрольные вопросы***

1. Что такое чистый прямой изгиб и поперечный прямой изгиб и в чем их различие?
2. По какой формуле вычисляются нормальные напряжения при изгибе?
3. Какой закон распределения нормальных напряжений по высоте балки?
4. Каков закон распределения касательных напряжений по высоте балки двутаврового сечения?
5. Что происходит с продольными волокнами балки при изгибе?
6. Как экспериментально определяются нормальные напряжения?
7. Каково напряженное состояние в сечении нейтрального слоя балки?
8. В каких сечениях балки нормальные напряжения экстремальны?

## Работа 5. Определение перемещений при изгибе балки.

Литература: /1/, глава XV; /2/, глава VII; /3/, §66-68.

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ.** Опытным путем определить линейные и угловые перемещения при изгибе балки; сравнить полученные результаты с теоретическими расчетами.

**Общие сведения.** При прямом поперечном изгибе балки каждое поперечное сечение ее перемещается в плоскости действия нагрузки. Центр тяжести сечения получает вертикальное смещение – прогиб, а само сечение поворачивается на угол  $\theta$  - так называемый угол поворота сечения. Определение величин перемещения имеет большое практическое значение. Чем больше будут прогибы и углы поворота сечений валов зубчатых передач, тем сильнее будет шум зубчатых колес при работе и тем быстрее происходит износ зубьев. Следовательно, прогибы и углы поворота сечений валов должны быть по возможности малыми; валы должны обладать большой жесткостью. С другой стороны, листовые рессоры автомобиля, также работающие на изгиб, должны, наоборот, иметь малую жесткость для обеспечения комфортабельности экипажа. Таким образом, определение величин прогибов и углов поворота сечений связано с расчетами жесткости конструкций при изгибе.

**Проведение опыта.** Для опытного определения величины прогибов и углов поворота пользуются установкой типа СМ-4 (или СМ-8). Установка представляет собой настольный прибор, основными частями которого являются: испытуемая балка, основание, шарнирно-подвижная и шарнирно-неподвижная опоры с устройством для измерения углов поворота и гиревые подвесы с набором грузов. Обе опоры установлены на основании, изготовленном из швеллера, причем правая опора (шарнирно-неподвижная) закреплена на основании жестко, а левая (шарнирно-подвижная) может перемещаться вдоль оси балки по специальной направляющей, укрепленной на основании.

Нагружение балки осуществляется с помощью двух гиревых подвесов со сменными грузами и набора плиток (для моделирования распределенной нагрузки).

Измерение прогибов балки производится индикаторами часового типа с ценой деления 0,01 мм и пределом измерения от 0 до 10 мм. Измерение углов поворота сечений над опорами производится с помощью рычагов, связанных с балкой и индикаторами.

Для обеспечения сохранности и правильной работы установки необходимо не подвергать балку нагрузке выше той, на которую она рассчитана. Для данной балки предельная нагрузка составляет 50 Н.

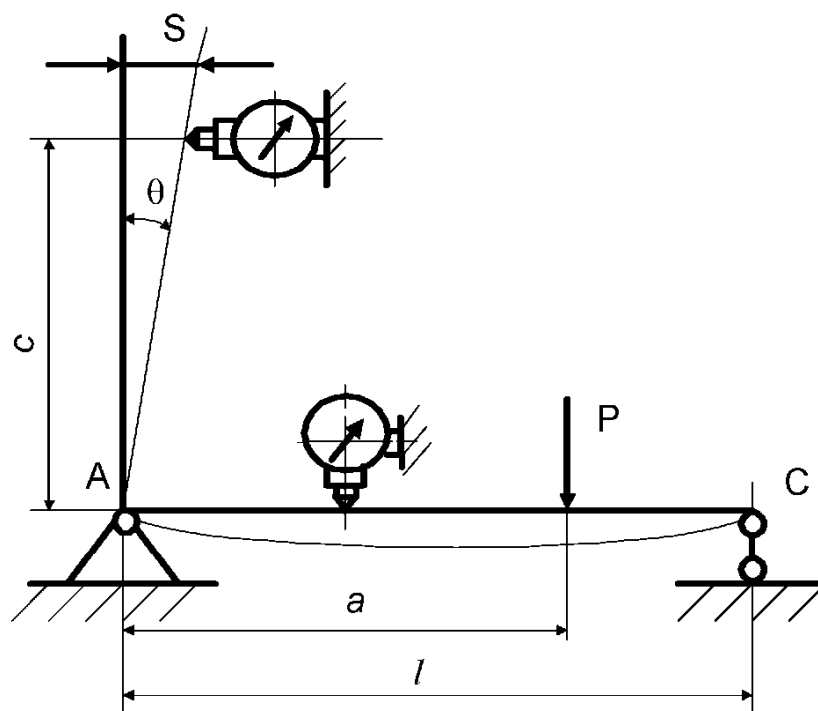


Рис. 1

Опыт следует проводить в следующем порядке:

1. Начертить схему нагружения балки.
2. Одним из известных расчетных методов вычислить прогиб балки на заданном расстоянии от опоры и угол поворота над одной из опор.
3. Определить прогиб балки и угол поворота опытным путем. Для этого необходимо:
  - а) установить индикаторную стойку для определения прогиба и грузовые подвесы согласно заданной схеме;
  - б) установить шкалы индикаторов на ноль;
  - в) нагрузить балку заданной нагрузкой и определить прогиб и угол поворота сечения над опорой.

При этом угол поворота сечения определяется из соотношения :

$$\operatorname{tg}\theta \cong \theta \cong \frac{S}{C},$$

где  $S$  – отсчет показаний индикатора в мм;

$C$  – длина рычага (стойки) в мм;  $C = 152,0$  мм.

$\theta$  - угол поворота сечения в радианах, (замена  $\operatorname{tg}\theta$  через  $\theta$  допустима в связи с малым значением  $\theta$ ).

Для получения более точных результатов испытания повторить 2-3 раза. Величина прогиба и угол поворота определяется как среднее арифметическое не менее трех измерений.

4. Определить процент расхождения между величинами, полученными опытным путем и вычисленными по теоретическим формулам.

**Контрольные вопросы.**

1. Что представляют собой перемещения при прямом поперечном изгибе?
2. Для чего нужно знать величины прогибов и углов поворота сечений балок при изгибе?
3. Как выглядит уравнение изогнутой оси нагруженной балки?
4. Как экспериментально измерить кривизну изогнутой оси балки в нужном сечении? Как измерить прогиб и угол поворота сечения?
5. Проверьте полученный в работе №8 результат, пользуясь другими расчетными методами определения перемещения при изгибе.
6. Как вычислить кривизну изогнутой оси балки в заданном сечении?

**Работа 6. Определение изгибающего момента над средней опорой двухпролетной неразрезной балки.**

Литература: /1/, § 3; /3/, §93.

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ.** Экспериментальная проверка расчетного определения момента над средней опорой неразрезной балки.

**Общие сведения.** При расчете статически неопределимых балок (рис.1) целесообразно использовать теорему о трех моментах, которая устанавливает связь между изгибающими моментами в неразрезной балке над опорами.

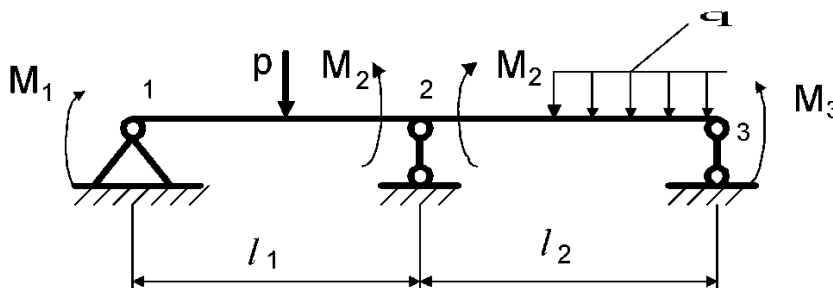


Рис.1

В алгебраической форме эту теорему обычно представляют как уравнение

$$M_1 l_1 + 2M_2(l_1 + l_2) + M_3 l_2 = -6 \left( \frac{\omega_1 a_1}{l_1} + \frac{\omega_2 b_2}{l_2} \right), \quad (1)$$

где  $\omega_1$  – площадь эпюры изгибающих моментов от внешних нагрузок, приложенных к балке только в пролете  $l_1$ ;

$\omega_2$  – площадь эпюры изгибающих моментов от нагрузок, приложенных к балке только в пролете  $l_2$ ;

$a_1$  – координата центра тяжести площади эпюры  $\omega_1$  относительно опоры 1;

$b_2$  – координата центра тяжести площади эпюры  $\omega_2$  относительно опоры 3.

При построении эпюр грузовых площадей  $\omega_1$  и  $\omega_2$  каждый пролет следует рассматривать как самостоятельную статически определимую балку, нагруженную только внешними нагрузками.

Порядок выполнения работы:

1. Вычислить величину изгибающего момента  $M_2$  над средней опорой неразрезной балки по формуле (1) при заданных преподавателем видах и величинах нагрузок.
2. Определить опытным путем величину момента  $M_2$ , воспроизведя заданную схему загрузки неразрезной балки на лабораторной установке СМ-9.
3. Вычислить относительное расхождение между результатами расчета и опыта в процентах по формуле:

$$\delta = \frac{M_{\text{расч.}} - M_{\text{оп.}}}{M_{\text{расч.}}} \cdot 100 \%$$

4. Построить эпюры поперечных сил  $Q_y$  и изгибающих моментов  $M_x$  для заданной схемы.

Проведение опыта. Рабочая часть балки установки СМ-9 представляет собой комбинацию двух однопролетных балок (рис.2). Балки имеют общую центральную шарнирно-неподвижную опору 6 и две шарнирно-подвижные опоры 1 и 9. Концы обеих балок, расположенные на средней опоре, снабжены секторами 4 и 5, передающими с помощью тросика 3 опорный момент уравнивающему рычагу 10. Оба сектора могут быть жестко соединены фиксатором 11, при этом обе балки оказываются связанными в одну неразрезную балку. Максимальное расстояние между опорами 600 мм. Крайние опоры могут перемещаться относительно средней на расстояние 300 мм.

Измерительное устройство установки позволяет определить изгибающий момент над средней опорой независимо от его направления без дополнительной переналадки.

Грузами 2 и 8 нагружены балки 7 и 12 (рис.2). Под действием грузов балки прогибаются, их концевые сечения на средней опоре поворачиваются, в результате чего стрелки 13 расходятся. Момент, возникающий над опорой 6, передается на рычаг 10, который поворачивается. Для определения значения момента  $M_p$  на измерительном устройстве установки уравниваем рычаг 10 до тех пор, пока стрелки 13 не совместятся. Это достигается перемещением груза  $P$  по уравнивающему рычагу 10. После этого определяем момент  $M_p$  как произведение силы тяжести  $P$  на ее плечо относительно средней опоры.



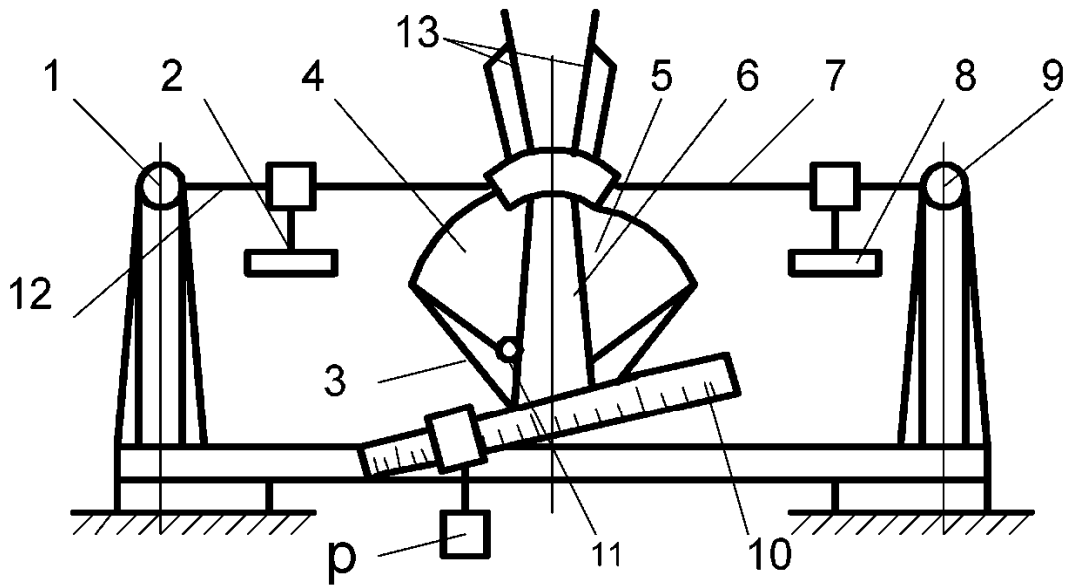


Рис.2

Величина искомого изгибающего момента  $M_2$  над средней опорой подсчитывается по формуле:

$$M_2 = K M_p, \quad (2)$$

где -  $M_2$  – момент над средней опорой;

$M_p$  – момент на измерительном рычаге;

$K=2,44$  - коэффициент установки (передаточное отношение рычагов)

Для обеспечения точности работы установки общая нагрузка на балку не должна превышать 40 Н.

### ***Контрольные вопросы.***

1. Как определить степени статической неопределимости?
2. Каково происхождение элементов уравнения трех моментов?
3. Какими методами может быть раскрыта статическая неопределимость?

## Работа 7. Опытная проверка теории косоуго изгиба.

Литература: /1/, §33; /2/, §78; /3/, §75.

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ.** Опытное определение величины напряжений и перемещений балки при косом изгибе. Сравнение полученных результатов с расчетными.

**Общие сведения.** Косой изгиб – это случай сложного сопротивления, при котором плоскость действия внешней силы не совпадает с направлением главных осей инерции. Особенностью косоуго изгиба является несовпадение направления полного прогиба балки с плоскостью действия внешней силы. (Рис.1)

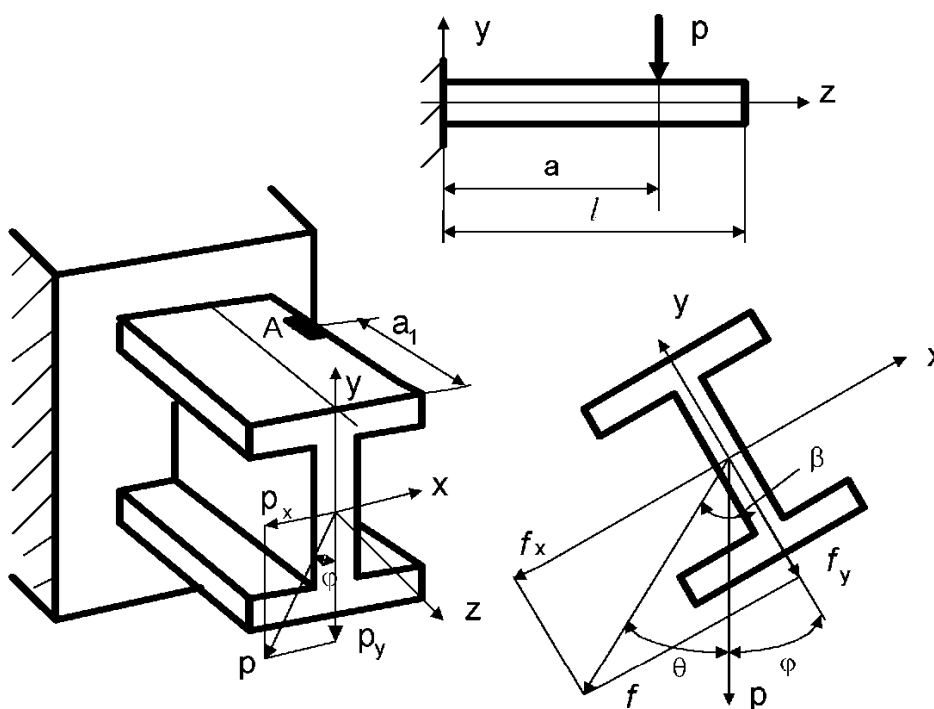


Рис.1

Сила  $P_1$  вызывающая косоуго изгиб балки, раскладывается на составляющие  $P_x$  и  $P_y$  по направлениям главных центральных осей инерции. Изгибающие моменты, вызванные действием этих сил в сечениях на расстоянии  $a_1$  будут равны

$$M_x = P \cos\varphi a_1; \quad M_y = P \sin\varphi a_1, \quad (1)$$

где  $\varphi$  - угол между плоскостью действия силы  $P$  и главной плоскостью инерции « $y,0,z$ »;

$M_x$  – изгибающий момент относительно оси « $x$ » (действующий в плоскости « $y,0,z$ » и вызывающий поворот поперечного сечения вокруг оси « $x$ »);

$M_y$  – Изгибающий момент относительно оси « $y$ ».

Нормальные напряжения в точке А (см. рис.1), согласно правилу независимости действия сил, равны алгебраической сумме напряжений

$$\sigma_z = \sigma_{M_y} + \sigma_{M_x} = \frac{M_x \cdot Y_A}{I_x} + \frac{M_y \cdot X_A}{I_y}, \quad (2)$$

где  $I_x$ ;  $I_y$  - главные центральные моменты инерции поперечного сечения относительно осей «х» и «у» соответственно;

$x_a$ ;  $y_a$  - координаты точки А в плоскости «х,о,у» поперечного сечения, проходящего на расстоянии  $a_1$  от свободного конца (рис. 1).

Полный прогиб конца консольной балки равен геометрической сумме прогибов консоли в направлении главных осей инерции поперечного сечения балки от действия сил  $P_x$  и  $P_y$  (см. рис. 1в).

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}, \quad (3)$$

Для определения составляющих прогиба  $f_x$  и  $f_y$  (см. рис. 1в) воспользуемся любым из известных методов определения перемещений. Направление результирующего прогиба  $f$  определяется углом  $\beta$  (угол между направлением результирующего прогиба  $f$  и осью «у», (рис. 1в), который находится из выражения:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{f_x}{f_y} = \frac{I_x}{I_y} \cdot \operatorname{tg} \varphi.$$

Теоретические значения прогибов в горизонтальном  $f_{\text{гор}}^{\text{т}}$  и вертикальном  $f_{\text{в}}^{\text{т}}$  направлениях определяются следующими зависимостями:

$$f_{\text{гор}}^{\text{т}} = f \operatorname{Sin} \theta; \quad f_{\text{в}}^{\text{т}} = f \operatorname{Cos} \theta, \quad (4)$$

где  $\theta = \beta - \varphi$ .

Проведение опыта. Эксперимент выполняется на специальной установке СМ-8, представляющей собой стальную двутавровую балку, заделанную жестко одним концом. Заделка балки осуществлена так, что позволяет поворачивать балку вокруг ее оси на любой угол к направлению действия нагрузки. Подвеска с грузом может перемещаться по длине балки, что позволяет осуществлять различные варианты приложения внешней нагрузки.

Опыт и обработку его результатов необходимо проводить в следующем порядке:

1. Устанавливаем балку под заданным углом  $\varphi$  к нагрузке, приложенной на расстоянии  $a$  от заделки.
2. Для заданной нагрузки определяем показания тензометрического прибора, отражающие среднюю величину деформации материала в зоне наклейки датчика А.
3. Пользуясь тарировочным графиком  $\sigma=f(\Delta n)$ , полученным в работе №4, определяем опытное значение нормального напряжения в точке А.
4. По показаниям индикаторов установки СМ-8 определяем опытные значения прогибов балки в вертикальной и горизонтальной плоскостях.

5. Вычисляем теоретическое значение напряжений в точке А по формуле (2) и значения составляющих прогиба балки  $f_{гор}^t$  и  $f_{верт.}^t$ . По формуле (4).
6. Сравниваем опытные и теоретические значения напряжений и прогиба по формулам:

$$\delta_{\sigma} = \frac{\sigma_{теор.} - \sigma_{оп.}}{\sigma_{теор.}} \cdot 100\%;$$

$$\delta_f = \frac{f_{теор.} - f_{оп.}}{f_{теор.}} \cdot 100\%;$$

### **Контрольные вопросы**

1. Чем отличается кривой изгиб от плоского?
2. При каких условиях имеет место кривой изгиб?
3. Какие внутренние силовые факторы возникают в поперечных сечениях балки при кривой изгибе?
4. Как формулируются условия прочности при кривой изгибе?
5. Как определяется полный прогиб при кривой изгибе?
6. Как направлены плоскость действия внешней силы и плоскость перемещения свободного конца балки при кривой изгибе?
7. При какой форме (или формах) поперечного сечения балки кривой изгиб невозможен?

### **Работа 8. Определение напряжений при внецентренном растяжении.**

Литература: /1/, §34; /2/, §80; /3/, §76.

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ** . Опытным путем при внецентренном растяжении бруса определить нормальные напряжения в нескольких точках поперечного сечения. Найденные значения сравнить с результатами теоретического расчета.

Общие сведения. Внецентренное растяжение – это вид сложного сопротивления, при котором внешняя сила параллельна оси стержня, но не совпадает с ней. Расстояние между линией действия силы и центром тяжести сечения стержня называется **эксцентриситетом**.

Напряжения при внецентренном приложении внешней силы  $F$  вызываются действием продольной силы  $N$  и изгибающих моментов  $M_x$  и  $M_y$  относительно главных центральных осей инерции поперечного сечения. Согласно принципу независимости действия сил,

$$\sigma = \frac{N}{F} \pm \frac{M_x}{I_x} y \pm \frac{M_y}{I_y} x, \quad (1)$$

где  $x, y$  – координаты точки сечения, в которых определяются напряжения;

$I_x, I_y$  – моменты инерции сечения относительно главных центральных осей (принимаются в соответствии с сортиментом).

Знаки в формуле (1) принимаются из физических представлений о характере деформации (плюс – для растяжения, минус – для сжатия).

В работе исследуется внецентренное растяжение стального равнобокого уголка № 5 (рис.1).

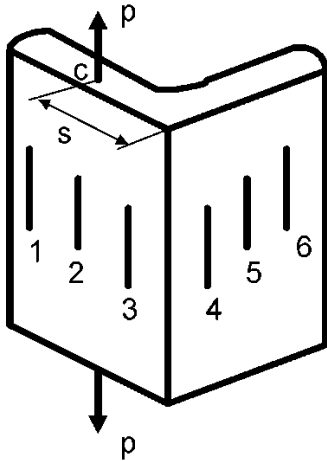


Рис.1

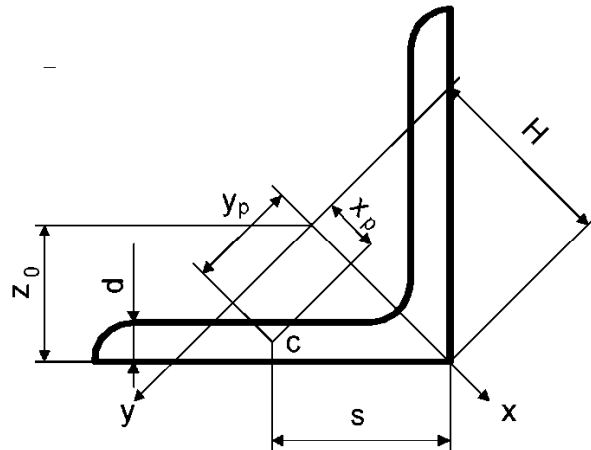


Рис.2

Растягивающая сила  $P$  прикладывается к одной из полок в точке  $C$  (рис.1). Возникающие изгибающие моменты определяются по формулам:

$$M_x = P y_p ; \quad M_y = P x_p .$$

где  $y_p, x_p$  – координаты точки приложения силы относительно главных центральных осей инерции.

Для равнобокого уголка они определяются согласно рис.2 по формулам

$$\left. \begin{aligned} x_p &= H - (S + d/2) \sin 45^\circ \\ y_p &= (S - d/2) \cos 45^\circ \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $H = z_0 / \sin 45^\circ$

Для каждой из отмеченных на рис. 1 точек координаты  $x$  и  $y$  определяются следующим образом (см. рис.3);

для точек 1-3

$$\left. \begin{aligned} X_i &= H - a_i \cos 45^\circ \\ Y_i &= a_i \sin 45^\circ \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

для точек 4-6 :

$$\left. \begin{aligned} X_i &= H - b_i \cos 45^\circ \\ Y_i &= -b_i \sin 45^\circ \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

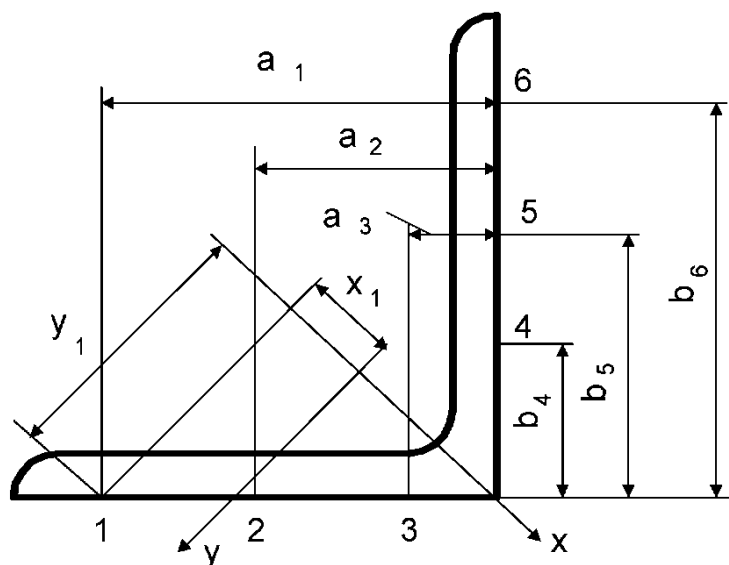


Рис.3

Проведение опыта. Испытания проводятся на машине УМ-5 (см. приложение). Образец с помощью штифтов крепится в захватах машины. На полках образца наклеиваются тензометрические датчики, позволяющие определить распределение напряжений по сечению.

Работу следует выполнять в следующем порядке.

1. Приложить к образцу заданную нагрузку  $P$  и снять показания тензометрического прибора.
2. Пользуясь тарировочным графиком  $\sigma=f(\Delta n)$ , полученным в работе №4, определить опытные значения напряжений и построить эпюру их распределения по сечению.
3. Вычислить расчетные координаты по формулам (2)-(4).
4. Начертить сечение уголка на миллиметровой бумаге в масштабе 2:1 и все расчетные координаты проверить графически по чертежу.
5. Для заданного значения  $P$  вычислить по формуле (1) теоретические значения напряжений в точках 1-6 поперечного сечения (рис.3).
6. Вычислить погрешность эксперимента по формуле

$$\delta = \frac{\sigma_{теор} - \sigma_{оп.}}{\sigma_{теор.}} \cdot 100\%$$

**Контрольные вопросы.**

1. Когда возникает внецентренное растяжение (сжатие)?
2. Какие внутренние силовые факторы возникают в поперечных сечениях стержня при внецентренном растяжении?
3. Как опытным путем определить нормальные напряжения при внецентренном растяжении (сжатии)?

4. По какой формуле определяются нормальные напряжения в любой точке сечения?
5. Как записывается уравнение нейтральной линии (нулевой линии)?

### Работа 9. Определение перемещений при совместном действии изгиба и кручения.

Литература: /1/, §107, 126; /3/, §77.

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ.** Экспериментальная проверка расчетной величины перемещений (прогиба) в сечении ломаного стержня при изгибе с кручением.

Для определения прогибов в работе используется стальной стержень в виде плоской прямоугольной рамы (рис.1).

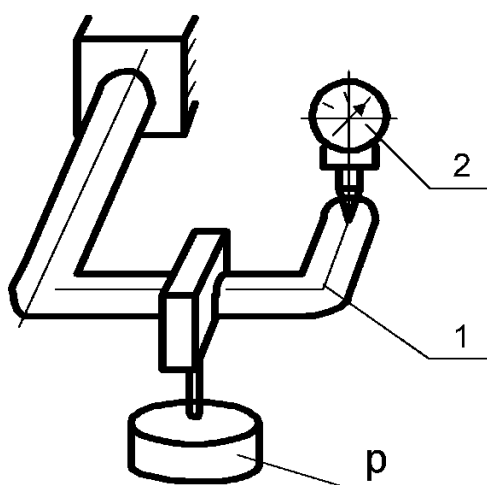


Рис.1

Один конец стержня зашпелен в стойку, принимаемую недеформируемой. В некотором сечении к этому стержню прикладывают силу  $P$  заданной величины. От действия этой силы материал стержня будет на одних участках деформироваться изгибом, а на других, кроме того, и сдвигом от кручения. Искомая величина прогиба в сечениях стержня, возможно, будет следствием одновременного действия изгиба и кручения.

Порядок выполнения работы.

1. Для заданной преподавателем схемы нагрузки плоской стержневой рамы, показанной на рис.1, следует построить эпюры внутренних силовых факторов, возникающих в материале, и вычислить величину прогиба в указанном сечении. При этом можно применить любой метод определения перемещений из числа известных.
2. Определить прогиб в том же сечении опытным путем. С этой целью нужно применить лабораторную установку. Она представляет собой массивную

плиту с жестко закрепленной на ней вертикальной стойкой. К стойке также жестко крепится стержень 1 круглого поперечного сечения. На консольный участок стержня с помощью подвески прикладывается сила (груз) заданной величины. Измерителем перемещений (прогибов) служит индикатор 2 часового типа. Индикатор в свою очередь укреплен на хоботе стандартной магнитной стойки. Для определения прогиба следует упереть ножку индикатора в соответствующую точку на стержне или в площадку подвески груза.

3. После 2-3 кратного проведения измерений необходимо вычислить среднее опытное значение прогиба и относительное расхождение между ним и значением прогиба, полученным расчетным путем – по формуле:

$$\delta = \frac{f_{\text{теор.}} - f_{\text{исл.}}}{f_{\text{теор.}}} \cdot 100\%$$

### ***Контрольные вопросы***

1. Какие внутренние усилия в поперечных сечениях возникают при совместном действии изгиба с кручением?
2. Какое сечение следует считать опасным при изгибе с кручением?
3. Как произвести полную проверку прочности стержня при совместном действии изгиба и кручения?
4. Как экспериментально определить деформации и напряжения в бруске при изгибе с кручением?
5. Как определить расчетом полную величину касательных напряжений в произвольном сечении при изгибе с кручением?



## Работа 10. Определение напряжений в плоском кривом брус.

Литература: /1/, §35.

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ.** Определить нормальные напряжения в нескольких точках сечения круглого бруса и сравнить результаты опыта с теоретическим расчетом.

*Общие сведения.* Примером кривого бруса является разрезное кольцо, изображенное на рис. 1. Если кольцо нагрузить силами  $P$ , то в сечении 1-1 возникнут наибольшие по величине внутренние силовые факторы: изгибающий момент  $M_x$  и продольная сила  $N_z$ , которые вызывают появление в точках указанного сечения нормальных напряжений соответственно от изгиба  $\sigma(M_x)$  и растяжения  $\sigma(N_z)$ .

Если деформация кривого бруса происходит в другой области, то напряжения от изгибающего момента:

$$\sigma(M_x) = \frac{M_x \cdot y}{S_n \cdot \rho}, \quad (1)$$

где  $S_n$  - статический момент всей площади поперечного сечения кривого бруса относительно нейтральной оси  $n-n$  (см. рис.1);

$\rho$  - расстояние от центра кривизны бруса до точки, в которой определяется напряжение;

$y$  - расстояние от нейтральной оси до исследуемой точки.

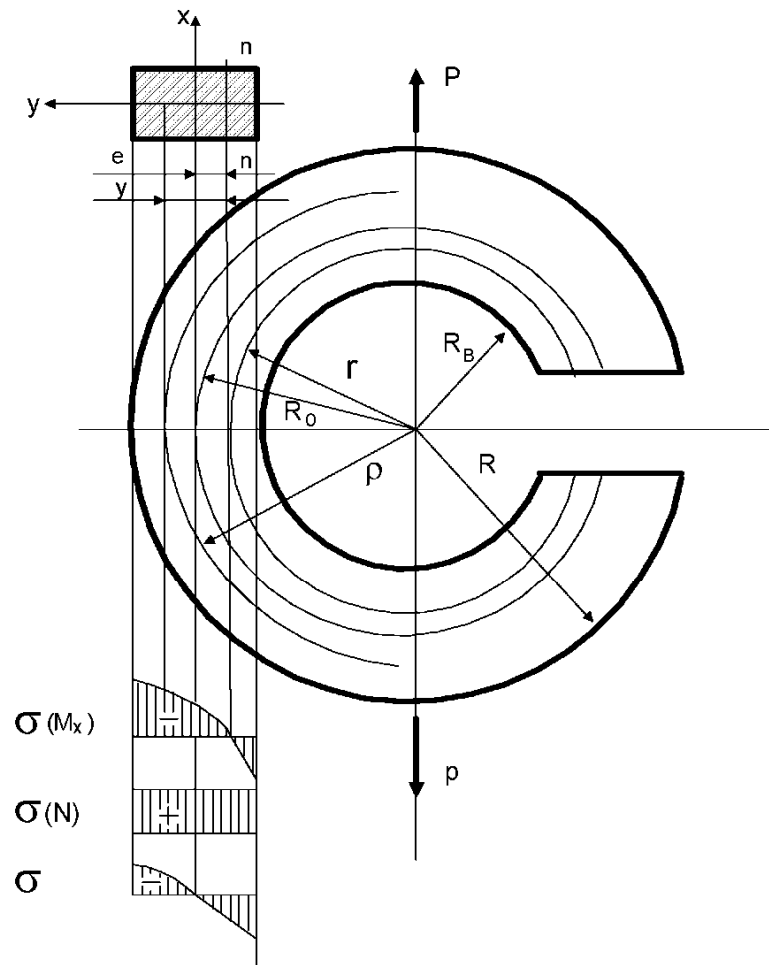


Рис. 1

Координату нейтральной оси сечения 1-1 относительно центра кривизны бруса (для сечения прямоугольной формы) можно найти по формуле:

$$r = \frac{h}{\ln(R_H / R_B)} \quad (2)$$

(обозначения  $h$ ,  $R_H$ ,  $R_B$  см. на рис.1).

Статический момент площади вычисляется по формуле:

$$S_H = F e, \quad (3)$$

где  $F$  - площадь поперечного сечения ( $F = h b$ );

$e$  - расстояние между нейтральной и центральной осями.

$$e = R_0 - r = \frac{R_H + R_B}{2} - r \quad (4)$$

Напряжения  $\sigma (M_y)$  изменяются по гиперболическому закону (см. рис.1).

Напряжения от продольной оси определяются по формуле:

$$\sigma(N_z) = \frac{N_z}{F} \quad (5)$$

Суммарное напряжение, вызванное действием изгибающего момента и продольной силы в соответствии с принципом независимости действия сил определяется по формуле:

$$\sigma = \sigma(M_x) + \sigma(N_z) = \frac{M_x \cdot y}{S_x \cdot \rho} + \frac{N_z}{F} \quad (6)$$

Проведение опыта. Испытания проводятся на разрывной машине УМ-5 (или Р-5, см. приложение). Образец представляет собой разрывное кольцо, в сечении 1-1 которого наклеены равномерно по ширине 7 проволочных тензодатчиков.

Для опытного определения напряжений использован тензометрический прибор.

1. Нагружаем кривой брус заданной нагрузкой Р.
2. С помощью тензометрического прибора и тарировочного графика  $\sigma=f(\Delta n)$  (см. работу №3) определяем экспериментальные значения напряжений в заданных точках поперечного сечения кривого бруса.
3. Определяем теоретические значения напряжений по формуле (6) и сравниваем их с экспериментальными.

$$\delta_\sigma = \frac{\sigma_{теор.} - \sigma_{оп.}}{\sigma_{теор.}} \cdot 100\%$$

#### **Контрольные вопросы**

1. Чем характеризуется кривизна бруса?
2. Какие силовые факторы возникают в поперечных сечениях кривого бруса?
3. Как определить напряжения в кривом брус?
4. Как определить координаты нейтральной оси?
5. Как определить распределение напряжений по сечению кривого бруса?

## Работа 11. Определение положения центра изгиба балки из тонкостенного незамкнутого профиля.

Литература: /1/, §79.

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ.** Проверить экспериментально теоретический расчет положения центра изгиба тонкостенного стержня.

**Общие сведения.** При изгибе тонкостенных балок симметричного профиля, когда внешние силы совпадают с осью симметрии, возникающие касательные напряжения уравниваются и имеет место плоский изгиб (рис. 1а).

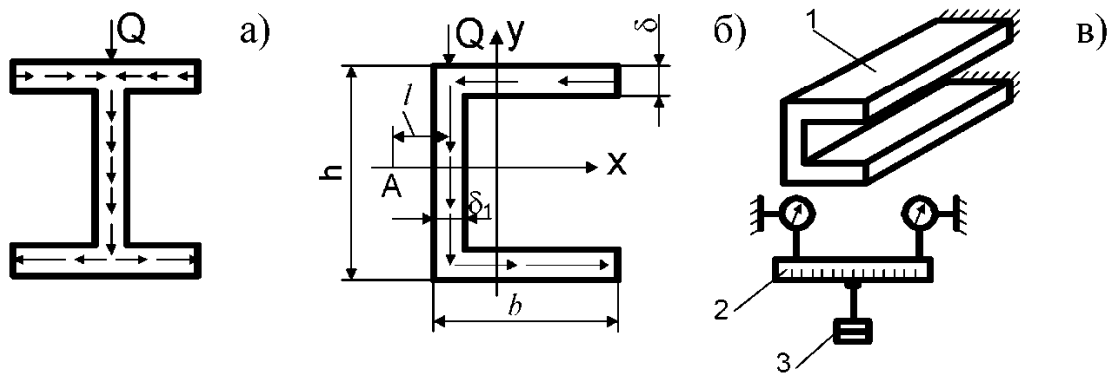


Рис.1

Если силы действуют в плоскости, которая не совпадает с плоскостью симметрии, то в поперечных сечениях балки возникают касательные напряжения, создающие закручивание балки (рис. 1б). Чтобы избежать закручивания, поперечная сила должна быть расположена в плоскости, проходящей через линию так называемого центра изгиба.

Координаты центра изгиба  $y_A$ ,  $x_A$  для открытых сечений определяются по формулам:

$$y_A = \frac{S\omega_0(X)}{I_y} \quad \text{и} \quad x_A = \frac{S\omega_0(Y)}{I_x}$$

где  $S\omega_0(Y) = \int_F \omega_0 y dF'$  и  $S\omega_0(X) = \int_F \omega_0 z dF'$  – секториально – линейные статические моменты сечения;

$\omega_0$  – секториальная координата.

Для швеллерного сечения координата центра изгиба

$$e = \frac{3b^2\delta}{\delta_1 \cdot h + 6b\delta} \quad (1)$$

Обозначения величин, входящих в формулу (1) даны на рис. 1б.

Для трубчатого замкнутого профиля расстояние центра изгиба от оси симметрии определяется формулой:

$$e = 2 r \quad (2)$$

Проведение эксперимента. Опыт проводится на длинной консоли швеллерного профиля (рис.1в). К фланцу на оси симметрии профиля 1 жестко прикреплена рейка 2, по которой перемещается подвеска с грузом 3. Опыт проводить в следующей последовательности.

1. Подвеску установить против центра тяжести сечения и поставить оба индикатора на нуль. Осторожно подвешивая груз на подвеску заметить показания индикаторов и результаты занести в таблицу наблюдений. Показания индикаторов будут разные, что указывает на наличие крутящего момента.
2. Перемещая вправо и влево относительно ожидаемого центра изгиба определяем несколько значений угла закручивания по формуле :

$$\varphi = \frac{A_{\text{пр.}} - A_{\text{лев.}}}{a}$$

где  $A_{\text{пр.}}$ ,  $A_{\text{лев.}}$  – показания соответственно правого и левого индикаторов;  
 $a$  - расстояние между индикаторами.

3. Найденные углы  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 \dots \varphi_n$  откладываем в произвольном масштабе против координат точек подвеса груза (рис.2). Точка пересечения прямой, соединяющей полученные точки с осью абсцисс определяет положение центра изгиба.
4. Определяем погрешность между экспериментальными и рассчитанными по формулам (1) и (2) данными.

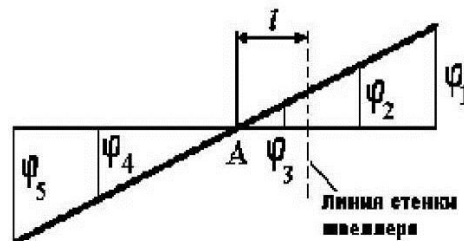


Рис.2.

### ***Контрольные вопросы.***

1. В каких случаях формула Журавского неприменима?
2. Какими касательными напряжениями в полках тонкостенных профилей пренебрегают?
3. Какое принято допущение по распределению касательных напряжений по толщине полок?
4. Какому закону распределения подчиняются касательные напряжения по ширине полок?
5. Почему происходит смещение равнодействующей  $Q$  относительно центра тяжести тонкостенного незамкнутого профиля (швеллера и т.д.)?
6. Что называется сложным сопротивлением?
7. Какие виды сложного сопротивления Вам известны?
8. Увеличится или нет несущая способность балки, если силовая линия будет проходить через центр изгиба ее поперечного сечения?
9. Покажите напряженное состояние элементарной частицы полки бруса при разном положении силовой линии: проходящей через центр тяжести, через центр изгиба, через середину стенки швеллера.
10. Напишите условия прочности для следующих видов сложного сопротивления: косоугольного изгиба, изгиба с кручением. Сравните эти условия с условием прочности при простом плоском изгибе.