

**ОПД.Ф.02.02 СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ
ИССЛЕДОВАНИЕ СОВМЕСТНОГО ДЕЙСТВИЯ
КРУЧЕНИЯ И ИЗГИБА**

Методические указания к лабораторной работе

Описана методика расчета напряжений в опасных точках поперечного сечения круглого вала при совместном действии кручения и изгиба и приводятся рекомендации по экспериментальной проверке теоретических формул.

В исследовательской части работы анализируется зависимость величины погрешности при экспериментальном определении напряжений от несоответствия расположения тензодатчиков расчетной схеме, ошибок при определении геометрических размеров испытательной установки и других факторов.

Приводятся списки учебной литературы, а также вопросы контроля знаний студентов и правила техники безопасности.

1. Цель работы

В выделенной точке трубы, находящейся в условиях совместного действия кручения и изгиба, установить вид напряженного состояния, определить величину главных нормальных напряжений и провести экспериментальную проверку найденных значений.

2. Содержание работы

Методические указания состоят из двух частей. Первая – учебная лабораторная работа, в которой рассмотрены основные положения одного из разделов сложного сопротивления. Вторая часть - исследовательская, где на уровне УИРС проводится анализ причин возможных несоответствий между теоретическими и экспериментальными результатами

3. Учебная лабораторная работа

3.1 Теоретическая часть

3.1.1. Преобладающее большинство элементов конструкций и деталей машин в процессе работы подвергается воздействию различных сил, которые вызывают одновременное появление нескольких видов простых деформаций, сочетание которых и приводит к сложному сопротивлению. Одним из таких видов сложного сопротивления является совместное действие кручения и изгиба в валах круглого (наиболее распространенных) и некруглого (встречаются значительно реже) поперечных сечений.

3.1.2. Внутренние усилия, возникающие в поперечных сечениях вала при совместном действии кручения и изгиба, определяются методом мысленных сечений. На рис. 1 показан конструктивный элемент, в форме вала круглого поперечного сечения, жестко закрепленный с одной стороны. Вал в концевом сечении нагружен силой F , которая отстоит от центра его тяжести на расстояние "а". Равновесие отсеченной части стержня в произвольном сечении "х" (рис. 1) будет обеспечено, если влияние отброшенной части заменить действием внутренних усилий, величину которых можно определить, используя уравнения равновесия:

$$\begin{aligned} \sum X = 0 : \quad N = 0 ; \quad \sum M_X = 0 : \quad T = F \cdot a ; \\ \sum Y = 0 : \quad Q_Y = F ; \quad \sum M_Y = 0 : \quad M (X) = 0 ; \\ \sum Z = 0 : \quad Q_Z = 0 ; \quad \sum M_Z = 0 : \quad M (X) = F \cdot X \end{aligned}$$

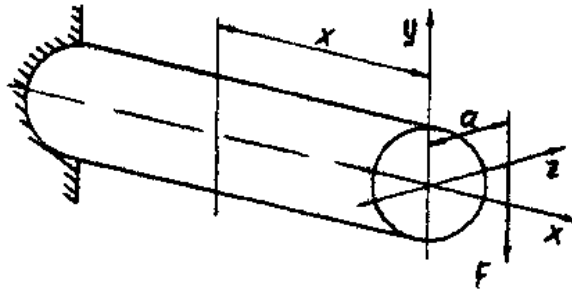


Рис. 1

Таким образом, внутренние усилия для рассматриваемой расчетной схемы, сводятся к крутящему моменту T , изгибающему моменту M_z и поперечной силе Q_y , что приводит к совместному действию кручения и изгиба. С точки зрения прочности наиболее неблагоприятное сочетание внутренних усилий в данной работе возникает в месте жесткого закрепления трубы (опасное сечение), в чем легко убедиться, если построить эпюры всех внутренних усилий (предлагается студенту сделать самостоятельно).

Положение опасной точки в этом сечении можно установить, если провести анализ распределения напряжений в поперечном сечении вала.

3.1.3. *Напряжения.* Изгибающий момент вызывает в поперечном сечении появление нормальных напряжений, величину которых для любой точки можно определить следующим образом:

$$\sigma_x = \frac{M_z \cdot y}{J_{oc}}, \quad (1)$$

где y – текущая координата в поперечном сечении,

J_{oc} – осевой момент инерции; для трубчатого сечения

$$J_{oc} = \frac{\pi D^4}{64} \cdot (1 - \alpha^4),$$

в котором D - наружный диаметр, d - внутренний диаметр,

$\alpha = \frac{d}{D}$ – коэффициент пустотелости.

От крутящего момента возникают касательные напряжения, величину которых можно рассчитать по формуле

$$\tau_k = \frac{T \cdot \rho}{J_p}, \quad (2)$$

где ρ - радиус точки, в которой определяются напряжения,

J_p - полярный момент инерции: для круглого сечения $J_p = 2J_{oc}$.

Поперечная сила вызывает появление касательных напряжений от изгиба, которые определяются по формуле Журавского

$$\tau_u = \frac{Q \cdot S_z^{отс}}{J_{oc} \cdot b} \quad (3)$$

Здесь $S_z^{отс}$ - статический момент отсеченной площади фигуры по одну сторону от рассматриваемой точки, $b = b(y)$ - ширина поперечного сечения в рассматриваемой точке.

На рис. 2. а показано распределение нормальных и касательных напряжений в поперечном сечении круглого вала, рассмотренных выше.

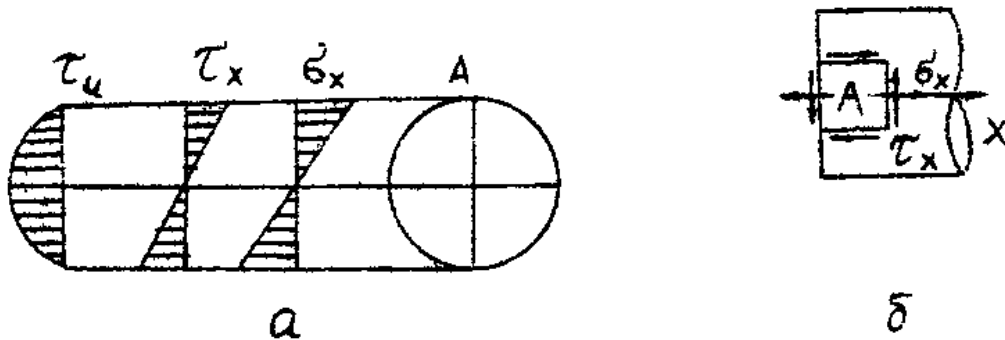


Рис. 2

Видно, что наиболее нагруженной (опасной) является точка A , где одновременно действуют наибольшие нормальные от изгиба и наибольшие касательные напряжения от кручения. На рис. 2. б показаны напряжения, действующие по граням элемента, выделенного в окрестности опасной точки сечения.

С помощью круга Мора установим величину и направление главных нормальных напряжений, возникающее в опасной точке A .

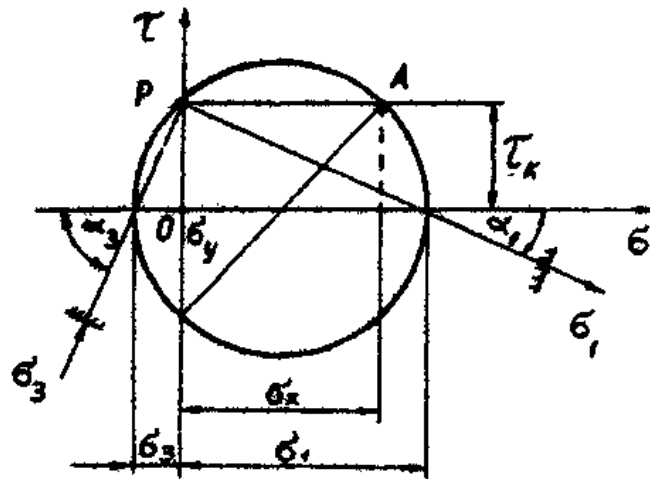


Рис. 3

Из рис. 3 видно, что это будут первое σ_1 и третье σ_3 , главные нормальные напряжения; аналитическое решение этой задачи приводит к следующей формуле для вычисления их величины:

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{4} + \tau_k^2}, \quad (4)$$

Для проверки прочности элемента в опасной точке (если возникает такая необходимость) – надо определить расчетные (эквивалентные) напряжения $\sigma_{экв}$ по одной из теорий прочности (например, $\sigma_{экв III}$ – по теории максимальных касательных напряжений), которые затем сравнивают с допускаемыми напряжениями σ_{adm} .

$$\sigma_{экв III} = \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_k^2} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq \sigma_{adm}. \quad (5)$$

Величину допускаемого напряжения можно определить по формуле

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_T}{K_T}, \quad (6)$$

где K_T - коэффициент запаса прочности, σ_T – предел текучести.

3.2 Оборудование, приборы и испытуемый образец

3.2.1. Элемент конструкции, напряжение в котором требуется определить, представляет собой жестко закрепленную одним концом тонкостенную трубу. На рис. 4 показан внешний вид установки, позволяющей проводить нагружение трубы 1 силами F_1 и F_2 посредством приложения грузов 2, устанавливаемых на поддонах 3.

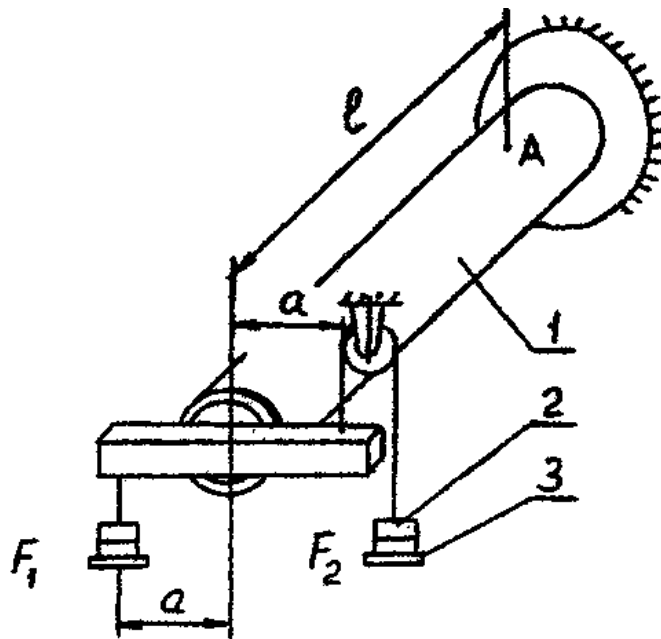


Рис. 4

Размеры поперечного сечения, места наклейки тензометрических датчиков и координаты приложения сил приведены в таблице непосредственно на установке. Измерение деформаций проводится с помощью прибора ИДЦ-1, имеющего разрешающую способность 10 ЕОД. Материал испытываемой трубы, ее размеры и величины прикладываемых сил (рекомендуются преподавателем индивидуально) необходимо занести в табл. 1.

Основные данные рассчитываемого элемента

Таблица 1

Материал трубы	Марка	
	E , МПа	
	σ_T , МПа	
Размеры сечения	d , м	
	D , м	
Длины участков	a , м	
	l , м	
Геометрические характеристики поперечного сечения	W_{oc} , м ³	
	W_p , м ³	
Величины сил	F_1 , Н	
	F_2 , Н	

3.2.2. Экспериментальное определение деформаций и напряжений методом тензометрии играет исключительно важную роль в инженерном деле. Этот метод используется как при определении констант упругости (мы уже встречались с этим ранее в первом семестре), так и для проверки различных теоретических построений и решений, применительно к моделям или реальным опытным объектам.

Изложим основной метод, наиболее широко применяемый на практике – метод тензометрии. Он состоит в измерении малых деформаций в отдельных точках детали или модели и последующем переходе от них к напряжениям с использованием обобщенного закона Гука для изотропного тела. В случае плоского напряженного состояния, как в данном исследовании, когда $\sigma_1 \neq 0$, $\sigma_3 \neq 0$, $\sigma_2 = 0$. Закон Гука в обратной форме выглядит так:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_1 + \mu \cdot \varepsilon_3) \quad (7)$$

$$\sigma_3 = \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_3 + \mu \cdot \varepsilon_1)$$

(Студенту предлагается самостоятельно вывести формулы (7)).

При измерении деформации могут встретиться следующие характерные случаи.

3.2.2.1. Заведомо известно, что в данной точке в известном направлении имеет место простое растяжение или сжатие (рис. 5, а). Для определения σ достаточно поставить один тензомер или наклеить один тензодатчик, базу которого длиной S надо расположить в направлении действия σ (рис. 5, а). Определив из опыта $\varepsilon = \Delta S/S$, по закону Гука находят $\sigma = \varepsilon \cdot E$.

3.2.2.2. В данной точке известны только направления главных напряжений σ_1 и σ_2 или σ_1 и σ_3 (рис. 5, б). Для определения значений этих напряжений необходимо поставить два тензомера, или наклеить два тензодатчика, таким образом, чтобы их базы располагались в направлении σ_1 и σ_2 (σ_1 или σ_3). С их помощью находят главные деформации, а затем по (7) и главные напряжения.

3.2.2.3. В данной точке необходимо определить главные напряжения σ_1 , и σ_3 , и угол α , который образует направление σ_1 с произвольно выбранной осью x (рис. 5; в).

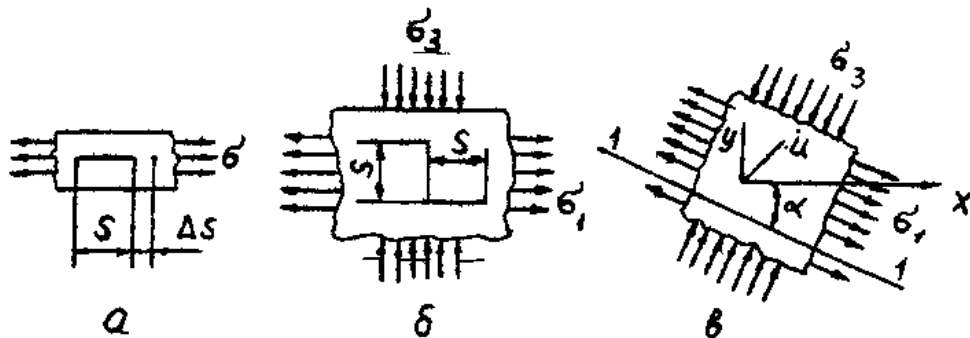


Рис. 5

Для определения трех неизвестных σ_1 , σ_3 и α надо получить из опыта значения трех каких-либо деформаций. Обычно в данной точке определяют три ли-

нейные относительные деформации: ε_x , ε_y в направлении взаимно перпендикулярных осей x , y и ε_u под углом 45° к ним. Для этого три тензодатчика располагают так, как показано на рис. 5, в. Такая установка тензодатчиков называется прямоугольной розеткой. Применяют и другие виды розеток, например, равноугольную, когда углы между тремя базами тензометров одинаковы и равны 120° .

Выведем расчетные формулы для прямоугольной розетки. Обозначим угол между направлением ε_1 и направлением ε_x через α , тогда углы между направлением ε_1 и направлениями ε_u и ε_y соответственно равны $\alpha+45^\circ$ и $\alpha+90^\circ$.

Зная, что деформации в произвольном направлении в данной точке определяются через главные деформации так:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2} \cdot \cos 2\alpha, \quad (8)$$

можно записать

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2} \cdot \cos 2\alpha; \\ \varepsilon_u = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2} \cdot \cos 2(\alpha + 45^\circ); \\ \varepsilon_y = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2} \cdot \cos 2(\alpha + 90^\circ). \end{cases} \quad (9)$$

Решим эти уравнения относительно ε_1 , ε_3 и α помня, что ε_x , ε_y , ε_u известны из опыта. Из первого и третьего уравнений системы (9) имеем:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x + \varepsilon_y &= \varepsilon_1 + \varepsilon_3, \\ \varepsilon_x - \varepsilon_y &= (\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \cdot \cos 2\alpha. \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2 \cos 2\alpha}; \\ \varepsilon_3 = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2 \cos 2\alpha}. \end{cases} \quad (10)$$

Заменим во втором уравнении системы (9) $\cos 2(\alpha + 45^\circ) = -\sin 2\alpha$ и, решив первое и второе уравнения системы (9) относительно $\cos 2\alpha$ и $\sin 2\alpha$, получим

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2\varepsilon_u - (\varepsilon_1 + \varepsilon_3)}{2\varepsilon_x - (\varepsilon_1 + \varepsilon_3)}$$

или, с учетом $\varepsilon_1 + \varepsilon_3 = \varepsilon_x + \varepsilon_y$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y - 2\varepsilon_u}{\varepsilon_x - \varepsilon_y}. \quad (11)$$

Формулы (10) и (11) дают возможность на основе относительных деформаций $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_u$ найти значения и направления главных деформаций.

Если из (10) исключить $\cos 2\alpha$, воспользовавшись известным из тригонометрии тождеством

$$\cos 2\alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}},$$

где знаки (+, -) определяются в зависимости от того, в какой четверти находится угол 2α , а $\operatorname{tg} 2\alpha$ заменить его выражение из (11), то придем к наиболее удобной формуле

$$\varepsilon_{1,3} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_{xy})^2}. \quad (12)$$

Зная ε_1 и ε_3 можно, используя (7), определить главные нормальные напряжения.

3.3 Проведение эксперимента и обработка опытных данных

Включите прибор для измерения деформации – ИДЦ-1 в сеть и дайте ему прогреться в течение 10 минут.

При нагрузках, равных нулю, снимите показание прибора n_i для измерения деформаций в каждом из трех направлений (y, u, x) и занесите их в табл. 2. Установите грузовые поддоны.

Нагрузку прикладывайте статически, чтобы не вызвать случайных перегрузок и колебаний системы.

Запишите в табл. 2 показания прибора после приложения нагрузки для соответствующих направлений и подсчитайте величину приращений Δn_i , для каждого тензодатчика.

Величину относительной деформации в каждом направлении можно определить как $\varepsilon_i = \Delta n_i \cdot 10 \text{ ЕОД} = \Delta n_i \cdot 10^{-5}$, где ЕОД – единица относительной деформации, равная 10^{-6} . Затем, используя формулу (12), можно подсчитать и главные деформации.

Деформация в опасной точке трубы

Таблица 2

Нагрузка, Н	Показания по шкале тензостанции для датчиков, дел.					
	По оси U, n_y	Приращение Δn_y	По оси U, n_u	Приращение Δn_u	По оси X, n_x	Приращение Δn_x
$F_1 = 0,$ $F_2 = 0$						
$F_1 =$ $F_2 =$						

3.4. Рекомендации по оформлению отчета

3.4.1. В теоретической части расчета определите положение опасного сечения трубы, для чего постройте эпюры внутренних усилий. Укажите положение опасной точки в этом сечении, нарисуйте элемент, по граням которого действуют напряжения σ и τ , и подсчитайте по известным формулам их величины.

Подсчитайте главные напряжения σ_1 и σ_3 и расчетное $\sigma_{расч}$ напряжение по одной из теорий прочности.

3.4.2. В разделе “Оборудование, приборы и испы уемый образец” приведите расчетную схему и основные данные для расчета. Укажите тип измерительного прибора и параметры датчика омического сопротивления.

Подсчитайте по известным формулам сопротивления материалов необходимые для расчета на прочность геометрические характеристики площади поперечного сечения трубы и занесите их в табл. 1.

3.4.3. Установите необходимую величину допускаемого напряжения σ_{adm} , учитывая механические свойства материала трубы и характер действующих нагрузок.

На основании выполненного теоретического расчета обоснуйте, какое напряженное состояние возникает при совместном действии кручения и изгиба, и сделайте вывод, обеспечивается ли прочность исследуемого элемента при данных нагрузках.

3.4.4. Проведите эксперимент. Результаты опытного определения ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z занесите в табл.2 и подсчитайте величины главных деформаций ϵ_1 и ϵ_3 .

3.4.5. Используя формулы (7), определите главные нормальные напряжения σ_1 , σ_3 .

3.4.6. Сделайте выводы согласно поставленной цели исследования.

3.5. Правила по технике безопасности

3.5.1. Перед началом работы убедитесь в исправности заземления.

3.5.2. Соблюдайте осторожность при подъеме грузов и установке их на поддон, случайные падения их могут привести к травмам.

3.5.3. Запрещается класть грузы на столы, стулья, установку и другие

места, не предусмотренные для этого. Места хранения грузов указаны на рабочем месте.

3.5.4. Без преподавателя работать на установке запрещается.

3.6. Вопросы для самопроверки

1. Какие внутренние усилия возникают в поперечном сечении бруса при изгибе с кручением?
2. Какие напряжения возникают в поперечном сечении бруса при изгибе с кручением? По каким формулам они подсчитываются?
3. Как найти положение опасного сечения бруса при совместном действии изгиба и кручения?
4. Какие точки в поперечном сечении бруса являются опасными при изгибе с кручением?
5. Какое напряженное состояние возникает в точках поперечного сечения бруса при изгибе с кручением?
6. Напишите формулы для определения главных нормальных напряжений и главных относительных деформаций. Запишите обобщенный закон Гука; для какой цели он используется в настоящей лабораторной работе?
7. Для какой цели используются теории прочности в настоящей работе? Каков смысл расчетного напряжения и как оно подсчитывается?
8. Обоснуйте применение трех датчиков омического сопротивления; в какой точке и по каким направлениям они приклеиваются?
9. Можно ли на данной экспериментальной установке получить только: изгиб, чистый изгиб, кручение? Как это осуществить?
10. С помощью кругов напряжений сделайте обоснование вида напряженного состояния, возникающего при кручении с изгибом.

4. Исследовательская часть

4.1. Сравнительный анализ результатов по определению напряжений в исследуемых точках при совместном действии кручения и изгиба с расчетными данными, полученными по теоретическим формулам для тех же

точек, показывает обычно наличие расхождений между ними. Естественно, искать причину этих расхождений следует в экспериментальной части, где, на наш взгляд, может быть целый ряд возможных отклонений объекта исследования (экспериментальной остановки) от его расчетной схемы

Рассмотрим основные причины, из-за которых результаты эксперимента не согласуются с теорией расчета. Первая – из-за неточности наклейки тензометрических датчиков относительно тех координат точек, в которых определяются напряжения, вторая – и самая главная причина, на наш взгляд, состоит в том, что, каждый тензодатчик в соответствующем направлении наклеивается индивидуально. А это, в отличие от использования единой специальной тензометрической розетки, может привести к угловой разориентировке тензодатчиков от номинального положения. Третья – из-за несоответствия геометрических размеров испытательной установки исходным расчетным данным и отклонения точек приложения нагрузок от заданного положения на расчетной схеме. Исходя из этого, дальнейшие рассуждения будем проводить, базируясь на расчетной схеме (рис. 6) и тех возможных отклонениях от нее, которые могут иметь место на практике.

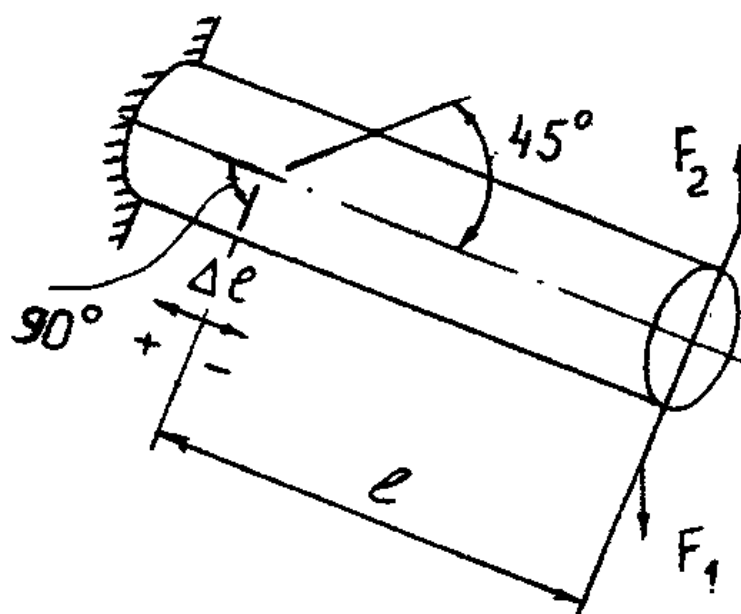


Рис. 6

Рассмотрим ряд характерных ситуаций, приводящих к отклонению результатов эксперимента от расчетных значений напряжений.

4.1.1. Розетка тензодатчиков наклеена с некоторыми отклонениями вдоль оси "x" от расчетных координат, угловая разориентировка датчиков отсутствует. Точки приложения нагрузок отклонены не имеют (рис.6).

Тогда в выражении (1) изменится величина изгибающего момента для расчетной точки A , что может привести к искажению экспериментальных результатов и несовпадению их с расчетными значениями. В этом случае в расчетной формуле (1) необходимо уточнить величину изгибающего момента M , для чего следует ввести корректирующую поправку Δl , смысл которой ясен из рис. 6, т.е.

$$M = (F_1 - F_2) \cdot (l \pm \Delta l) \quad (13)$$

где l - расстояние от места приложения нагрузок до точки, в которой определяются напряжения. Предлагается учет полученных отклонений экспериментальных результатов от расчетных величин и оценку погрешностей данного случая выполнить студентам самостоятельно.

4.1.2. Датчики омического сопротивления наклеены с угловой разориентировкой от своего номинального положения. В зависимостях (9). Позволяющих расчетным путем определить деформации по трем направлениям, необходимо ввести угловые поправки $\pm \Delta\beta$, предварительно установив теоретическую величину самого угла α и главных деформаций ε_1 и ε_3 , используя обобщенный закон Гука:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2} \cdot \cos 2(\alpha \pm \Delta\beta_1); \\ \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2} \cdot \cos 2(\alpha + 45^\circ \pm \Delta\beta_2); \\ \varepsilon_3 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2} \cdot \cos 2(\alpha + 90^\circ \pm \Delta\beta_3). \end{cases} \quad (14)$$

Рассмотрим ряд примеров определения главных нормальных напряжений при совместном действии кручения и изгиба с учетом возможных реальных отклонений мест наклейки тензометрических датчиков от номинальных положений. Для этого, в расчетные зависимости, как и было показано ранее, будем вводить соответствующие корректирующие поправки.

4.1.3. *Пример первый.* Зададимся внешними нагрузками ($F_1 = 100$ Н, $F_2 = 50$ Н), которые наиболее часто используются в экспериментальной части данной работы и подсчитаем, какова должна быть величина нормальных напряжений от изгиба и касательных напряжений от кручения по формулам (1) и (2) ($\Delta l = 0$; $\Delta\beta_i = 0$; где $i=1, 2, 3$)

$$\sigma_x = \frac{M}{W_{oc}} = \frac{50 \cdot 0,47}{3,47 \cdot 10^{-6}} \frac{(\text{Н} \cdot \text{м})}{\text{м}^3} = 6,77 \text{ МПа.}$$

$$\tau_k = \frac{T}{W} = \frac{(50 + 100) \cdot 0,3}{6,94 \cdot 10^{-6}} \frac{(\text{Н} \cdot \text{м})}{\text{м}^3} = 6,48 \text{ МПа.}$$

Тогда величина расчетных значений главных нормальных напряжений согласно (4) будет

$$\sigma_{1,3} = \frac{6,77}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{6,77}{2}\right)^2 + 6,48^2} = 3,385 \pm 7,31$$

$$\sigma_1 = 10,7 \text{ МПа}, \quad \sigma_3 = -3,93 \text{ МПа}.$$

и должна подтверждаться экспериментальными результатами для тех же нагрузок (предполагая, что экспериментальная установка никаких отклонений не имеет, датчики наклеены согласно расчетной схеме).

Установим направления главных напряжений (деформаций) корректировку которых и будем проводить при теоретических расчетах с использованием выражения (14)

$$\operatorname{tg} 2\alpha_1 = -\frac{2\tau_{\alpha_1}}{\sigma_\alpha - \sigma_\beta} \quad (15)$$

где $\tau_\alpha = \tau_x$, $\sigma_\alpha = \sigma_x$, $\sigma_\beta = 0$, а угол α_1 , соответствует углу α , показанному на рис. 5 в.

$$\operatorname{tg} 2\alpha_1 = -\frac{12,96}{6,77} = -1,91$$

$$2\alpha_1 = \operatorname{arctg}(-1,91); \quad 2\alpha_1 = -62^\circ; \quad \alpha_1 = -31^\circ.$$

Знак (-) говорит о том, что угол α в построениях круга Мора откладывается по часовой стрелке, а сам угол α_1 указывает направление первого главного напряжения. Направление третьего главного напряжения ортогонально направлению первого главного напряжения (рис. 3):

Величину главных относительных деформаций можно определить, используя обобщенный закон Гука и ранее рассчитанные величины главных нормальных напряжений:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] = \frac{1}{7,1 \cdot 10^4} [10,7 - 0,35(0 - 3,93)] = 1,7 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_2 + \sigma_1)] = \frac{1}{7,1 \cdot 10^4} [-3,93 - 0,35(0 + 10,07)] = -1,08 \cdot 10^{-4}$$

Примечание. В тех случаях, когда величины внешних нагрузок F_1 и F_2 будут отличны от тех, которые используются в данном примере, следует иметь ввиду, что значения σ_1 , σ_3 , ε_1 и ε_3 будут совершенно другими.

Используя значения ε_1 и ε_2 , рассчитаем деформации по трем направлениям тензометрической розетки ε_x , ε_y и ε_u , с целью их дальнейшего сопоставления с экспериментальными результатами.

$$\varepsilon_x = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \cos 2\alpha = 10^{-4} \left[\frac{1,7 + 1,08}{2} + \frac{1,7 - 1,08}{2} (0,4695) \right] = 0,96 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \cos 2(\alpha + 45^\circ) = 10^{-4} [0,31 + 1,39(-0,8829)] = -0,92 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_u = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \cos 2(\alpha + 90^\circ) = 10^{-4} [0,31 + 1,39(-0,4625)] = -0,34 \cdot 10^{-4}$$

4.1.4 *Пример второй* При тех же исходных данных, что и в первом примере, предположим, что тензодатчик в направлении "U", расположенный под углом 45° к двум другим тензодатчикам, наклеен с угловой разориентировкой в пределах $\Delta\beta_2 = \pm 5^\circ$. Используемое второе уравнение из выражения (14), в которое введена соответствующая корректирующая поправка, и определим возможную погрешность, которая может иметь место в экспериментальной части при определении относительной деформации ε_u и последующем расчете главных деформаций (12) и главных напряжений (7). Результаты этих расчетов приведены в табл. 3 и 4

Таблица 3

Величина главных деформаций		Отклонение, %
теоретическая	с учетом угловой разориентировки датчика "U"	
$\varepsilon_1 = 1,7 \cdot 10^{-4}$	$\varepsilon_1 = (1,58 \dots 1,78) \cdot 10^{-4}$	7...5
$\varepsilon_2 = -1,08 \cdot 10^{-4}$	$\varepsilon_2 = (-0,96 \dots -1,16) \cdot 10^{-4}$	11...7

Таблица 4

Величина главных нормальных напряжений, МПа		Отклонение, %
теоретическая	с учетом угловой разориентировки датчика "U"	
$\sigma_1 = 10,7$	$\sigma_1 = 11, 12 \dots 10,6$	4 ... 6
$\sigma_2 = -3,93$	$\sigma_2 = -4,34 \dots -3,3$	10,5 ... 16

4.1.6. *Пример третий.* Пусть все тензодатчики наклеены с отклонениями от своих номинальных положений в пределах $\Delta\beta = \pm 5^\circ$. Тогда деформации соответствующих направлений претерпят изменения, интервалы величин которых при расчете по (14) приведены в табл. 5.

Таблица 5

Исследуемые параметры	Величина относительной деформации $\times 10^{-4}$		
	Углы разориентировки		
	$+5^\circ$	0°	-5°
ε_x	0,74	0,96	1,17
ε_y	-1,01	-0,92	-0,785
ε_z	-0,12	-0,34	-0,55

Величины главных нормальных напряжений, рассчитанные через главные деформации при различных сочетаниях величин ε_x , ε_y и ε_z , взятых из табл. 5, приводятся в табл. 6.

Таблица 6

Величина главных нормальных напряжений, МПа		Отклонение, %
теоретическая	с учетом угловой разориентировки датчика "U"	
$\sigma_1 = 10,7$	$\sigma_1 = 7,39...14,5$	-30...+35
$\sigma_3 = -3,93$	$\sigma_3 = -2,98...-5,25$	-24...+34

Полученные результаты свидетельствуют о значительном влиянии неточности наклейки тензодатчиков на величину главных нормальных напряжений. Так как, экспериментальные результаты имеют несоответствие с данными, полученными на основе теории расчета, то следует обратить внимание на экспериментальную установку и, в первую очередь, на расположение тензодатчиков, которые должны обеспечивать надежное измерение деформаций, величина которых, как мы видим очень и очень мала.

В заключении следует сказать, что рассмотренные характерные случаи, очевидно, не могут дать полной картины ситуаций, приводящих к отклонению расчетных значений от экспериментальных данных и при необходимости могут быть дополнены и расширены.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов – М.: Наука, 1986. – 512 с.
2. Александров, А. В. Сопротивление материалов / А. В. Александров [и др.] – М.: Высшая школа, 1995. – 560 с. (глава 13, §10).
3. Писаренко, Г. С. Сопротивление материалов / Г. С. Писаренко [и др.] – Киев: Выща школа – 775 с. (глава 12, §77).