ОПД.Ф.02.02 СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ В БАЛКАХ И РАМАХ В ПРОГРАММНЫХ ПРОДУКТАХ SCAD И MATHCAD

Методические указания

Методические указания предназначены для студентов 2-го курса всех специальностей дневной формы обучения и студентов-заочников 3-го курса, изучающих дисциплины «Сопротивление материалов», «Прикладная механика» и «Техническая механика».

1. Методика построения эпюр внутренних силовых факторов в проектно-вычислительном комплексе Structure CAD для Windows

1.1. Описание возможностей комплекса Structure CAD

Проектно-вычислительный комплекс **Structure CAD** for Windows[1] реализован как интегрированная система прочностного анализа и проектирования конструкций на основе метода конечных элементов (**МКЭ**) и позволяет определить напряженно-деформированное состояние конструкций от статических и динамических воздействий, а также выполнить ряд функций проектирования элементов конструкций.

В основу комплекса положена система функциональных модулей, связанных между собой единой информационной средой. Эта среда называется проектом и содержит полную информацию о расчетной схеме, представленную во внутренних форматах комплекса. В процессе формирования расчетной схемы проект наполняется информацией и сохраняется на диске в файле (с расширением **.SPR**). Имя проекта и имя файла, в котором он сохраняется, задаются при создании новой схемы.

Функциональные модули SCAD делятся на четыре группы: в первую группу входят модули, обеспечивающие ввод исходных данных в интерактивном графическом режиме (графический препроцессор) и графический анализ результатов расчета (графический постпроцессор). Модули второй группы служат для выполнения статического и динамического расчета (процессор), а также вычисления расчетных сочетаний усилий (РСУ), комбинаций загружений, главных и эквивалентных напряжений, реакций, нагрузок на фрагмент схемы, расчет устойчивости (эти модули условно называются расчетными постпроцессорами). Документирование результатов расчета выполняется модулями третьей группы. В четвертую группу включаются проектирующие модули (проектирующие постпроцессоры), которые служат для подбора арматуры в элементах железобетонных конструкций, расчета и проектирования узлов металлоконструкций и др.

Базовая конфигурация комплекса включает высокопроизводительный вычислительный модуль для расчета на статические и динамические нагрузки и воздействия, развитую библиотеку конечных элементов, графические средства создания расчетных схем стержневых, пластинчатых, твердотельных и комбинированных конструкций, а также графические средства отображения и документирования результатов расчетов. Функциональные возможности могут быть расширены путем подключения расчетных и проектирующих постпроцессоров.

Все функциональные модули комплекса реализованы в единой графической среде. Интерфейс, сценарии взаимодействия пользователя с системой, функции контроля исходных данных и анализ результатов полностью типизированы, что обеспечивает минимальное время освоения комплекса и логичную последовательность выполнения операций.

Высокопроизводительный вычислительный модуль позволяет решать задачи статики и динамики с большим (до **400 000**) количеством степеней свободы и высокой точностью. Расчет выполняется на заданное количество загружений и форм колебаний и сопровождается подробным протоколом, который может бы проанализирован как по ходу выполнения расчета, так и после его завершения. Средства прерывания расчета позволяют продолжить его выполнение, начиная с точки прерывания.

Библиотека конечных элементов включает различные виды стержневых элементов: шарнирно-стержневые, рамные, балочный ростверк на упругом основании, позволяет учитывать сдвиг в сечении стержня. Пластинчатые элементы, которые представ-

[1] А.В. Перельмутер, В.И. Сливкер, Расчетные модели сооружений и возможность их анализа (издание 2-е переработанное и дополненное).- Киев: Изд-во Сталь, 2002. - с.

лены 3-х и 4-х узловыми элементами плит, оболочек, балок-стенок, могут включать дополнительные узлы на ребрах и обеспечивают решение задач для материалов с различными свойствами (с учетом ортотропии, изотропии и анизотропии). Кроме того, библиотека включает различные виды объемных элементов, набор 3-х и 4-х узловых многослойных и осесимметричных конечных элементов, а также специальные элементы для моделирования связей конечной жесткости, упругих связей и другие.

Специальные средства предусмотрены для создания расчетных моделей, поверхность которых описывается аналитически. Эти средства позволяют автоматически генерировать сетку элементов на поверхности, заданной как функция двух переменных. Для формирования произвольных сеток на плоскости используется функция автоматической триангуляции, с помощью которой сетка может быть нанесена на любую область расчетной схемы.

Результаты расчета могут быть представлены в виде схем перемещений и прогибов, эпюр, изолиний и изополей. Одновременно на схему могут выводиться и числовые значения факторов. Для статических и динамических загружений предусмотрена возможность анимации процесса деформирования схемы и записи этого процесса в формате видеоклипа **AVI**. Любая графическая информация может выводиться на печать или сохраняться в виде метафайла (**WMF**).

Модули документирования результатов расчета позволяют сформировать таблицы с исходными данными и результатами в текстовом формате или графическом формате, а также экспортировать их в **MS Word** или **MS Excel**. Формирование таблиц выполняется с учетом групп узлов и элементов, таблицы можно дополнить комментариями и включить в них графическую информацию. Таким образом, отчетный документ может редактироваться средствами Windows и приобретать удобную для конкретного пользователя форму (например, в соответствии с принятым в его фирме стандартом), а экспорт в **MS Excel** дает возможность последующей нестандартной обработки результатов применительно к конкретным обстоятельствам использования.

1.2. Загрузка комплекса Structure CAD

В зависимости от места установки ярлыка **SCAD**

(в главном меню или на рабочем столе) возможны два способа запуска системы **SCAD.**

Первый способ. Найти на рабочем столе ярлык **SCAD**, подвести к нему указатель мыши и щелкнуть по левой клавише мыши один или два раза.

Второй способ. Нажать на клавишу **Пуск**, выбрать в главном меню раздел **Все программы** и в нём папку **SCAD Office.** При этом появится всплывающее меню с названиями функциональных модулей вычислительного комплекса, в котором выбираем команду **SCAD** (*рис.1*).

После загрузки программы появится пока ещё пустое окно (*рис.2*), на панели инструментов которого нажмем кнопку **Создание нового проекта**, что приведет к появлению панели **Новый проект** (*рис.3*), в поля ввода которого введем наименование проекта **Эпюры** и название объекта **Балка**. Из списка **Тип схемы** выберем **Система общего вида** и щелкнем по кнопке **Единицы измерения**. Появится одноименная панель, в полях ввода которой зададим единицы измерения геометрических и силовых параметров расчета, а также с помощью кнопок , - число значащих цифр после запятой (*рис.4*). Кнопка позволяет задать числа в экспоненциальной форме. Щелкнем по кнопке **ОК** окна **Единицы измерения** и по кнопке **ОК** окна **Новый проект**. Далее программа потребует сохранить новый проект в некотором файле. После выпол-

нения этих операций открывается главное окно конечно-элементного пакета **SCAD**, интерфейс которого приведен на *рис.5*.

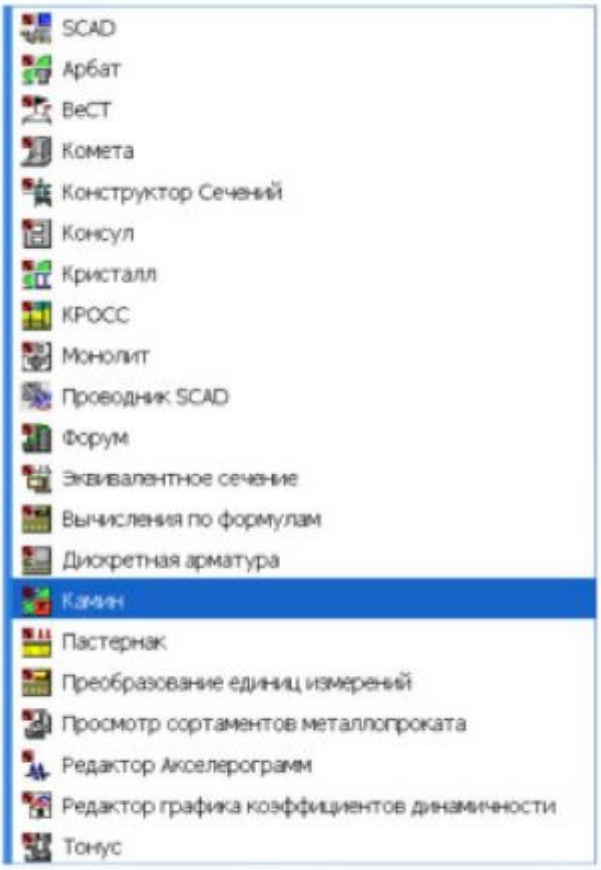


Рис.1

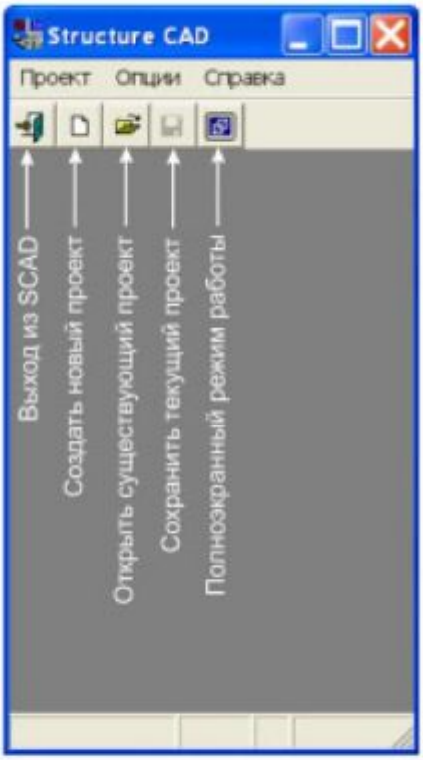


Рис.2

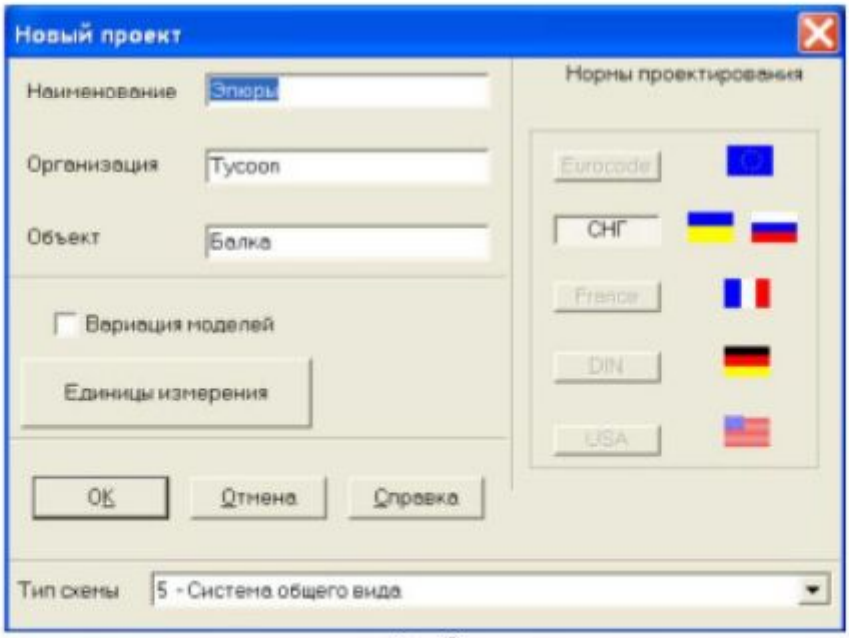


Рис.3

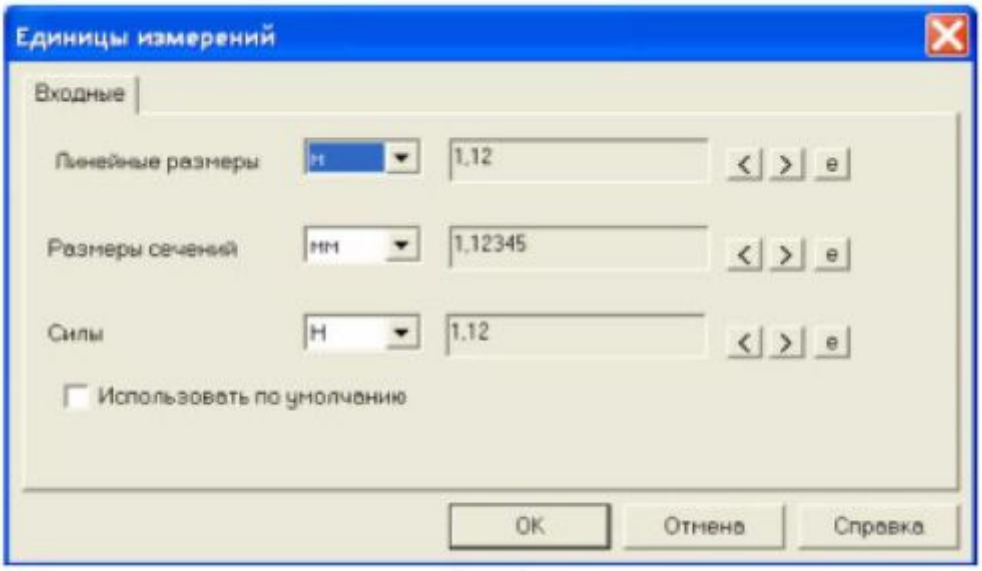

Единицы измерений
Входные
Линейные размеры
м
1,12
Размеры сечений
мм
1,12345
Силы
Н
1,12
Использовать по умолчанию
OK
Отмена
Справка

Рис.4

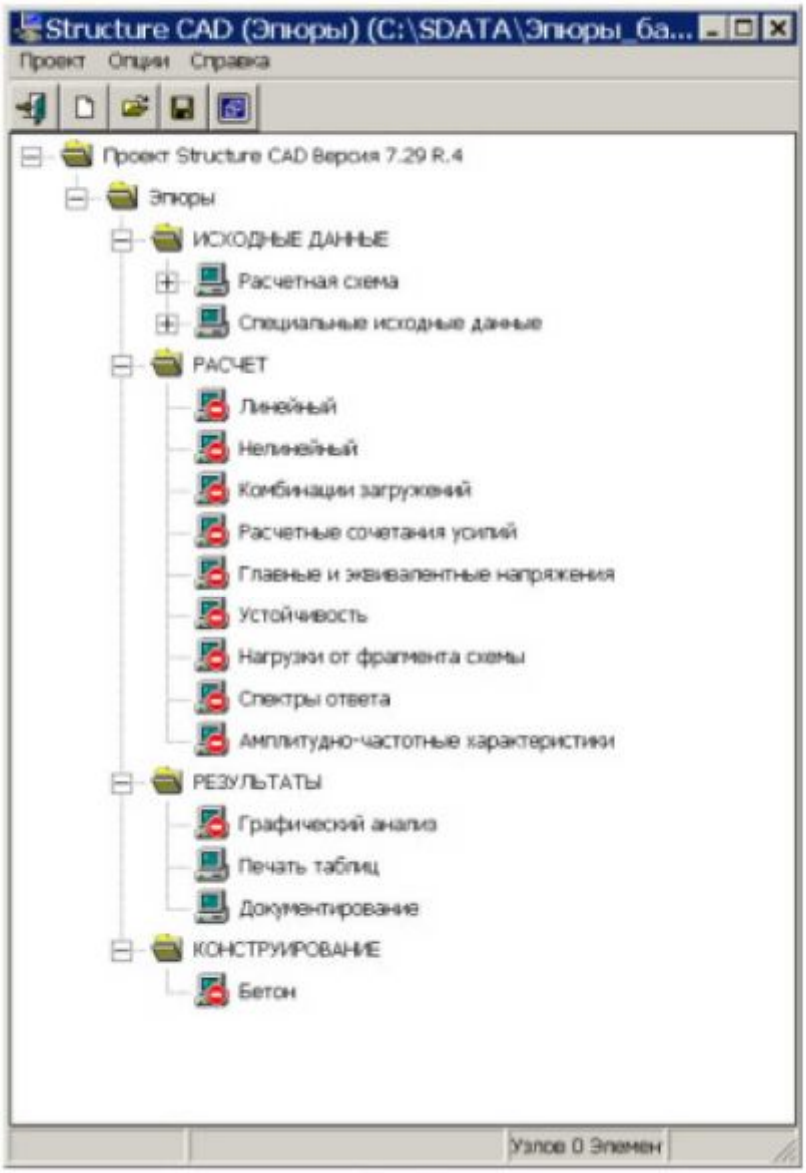

Structure CAD (Эпюры) (C:\SDATA\Эпюры_ба...
Проект
Опции
Справка
Проект Structure CAD Версия 7.29 R.4
Эпюры
ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ
Расчетная схема
Специальные исходные данные
РАСЧЕТ
Линейный
Нелинейный
Комбинации загружений
Расчетные сочетания усилий
Главные и эквивалентные напряжения
Устойчивость
Нагрузки от фрагмента схемы
Спектры ответа
Амплитудно-частотные характеристики
РЕЗУЛЬТАТЫ
Графический анализ
Печать таблиц
Документирование
КОНСТРУИРОВАНИЕ
Бетон
Узлов 0 Элемен

Рис.5

1.3. Создание нового проекта

Создание нового проекта начинается с формирования расчетной схемы. Для этого устанавливают курсор на раздел **Расчетная схема** дерева и нажимают левую кнопку мыши. Управление передается графическому препроцессору, с помощью функций которого и выполняется синтез расчетной схемы. Инструментальная панель препроцессора включает различные функции создания геометрии схемы, назначения граничных условий, нагрузок и др. После старта препроцессора в инструментальной панели активен раздел **Управление** (*рис.6*). Кроме четырех ранее описанных кнопок на этой панели имеются ещё ряд дополнительных кнопок. При решении данной задачи нам в дальнейшем потребуются только две из них: **Выйти в экран управления проектом** , **Сохранить образ экрана** .

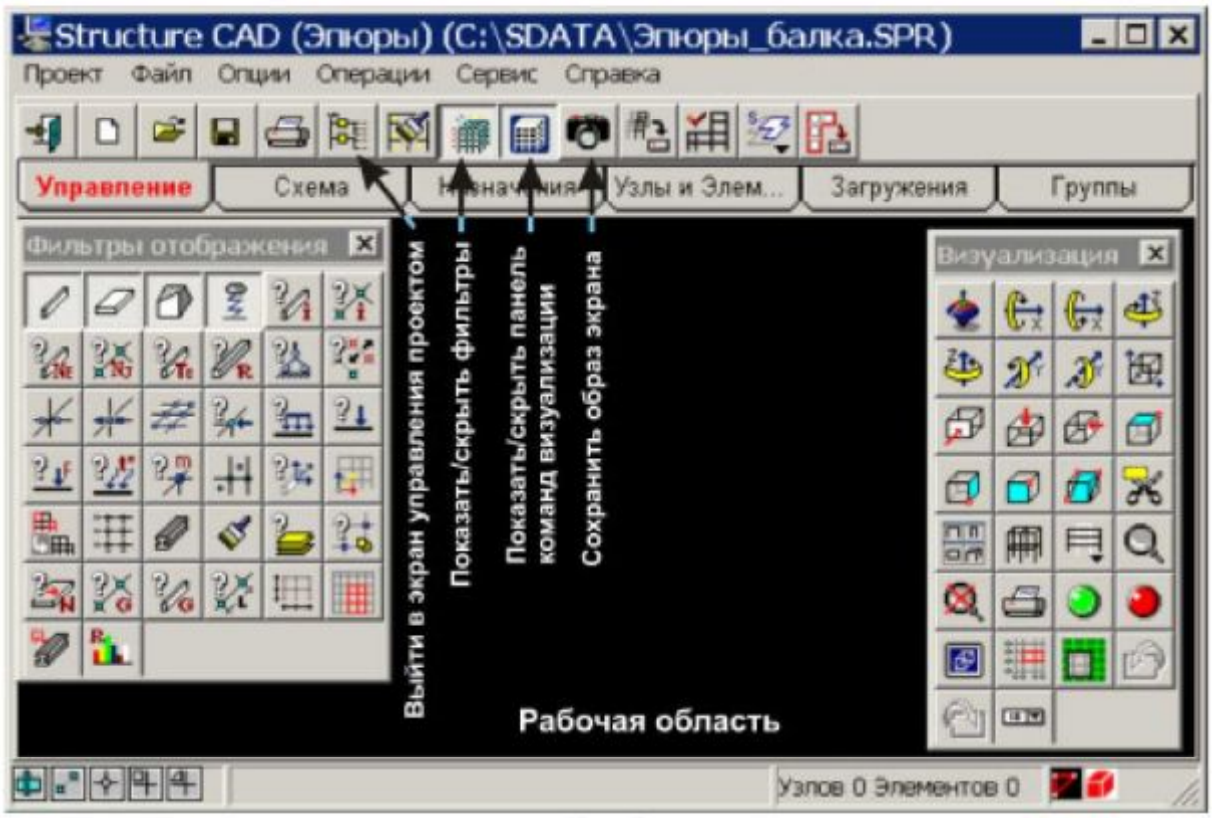


Рис.6

А пока займемся созданием конечно-элементной модели балки.
Пусть требуется построить эпюры Q и M для балки изображенной на *рис.7*.

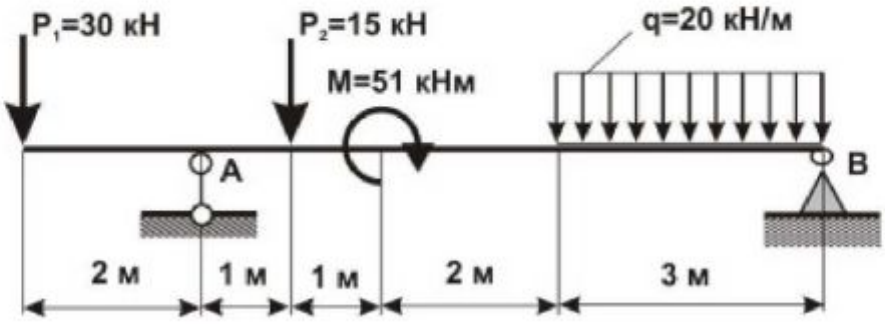


Рис.7

Активизируем на инструментальной панели раздел **Узлы** и **элементы**. Это приведет к появлению всего двух кнопок **Узлы** и **Элементы** (*рис.8, а*).

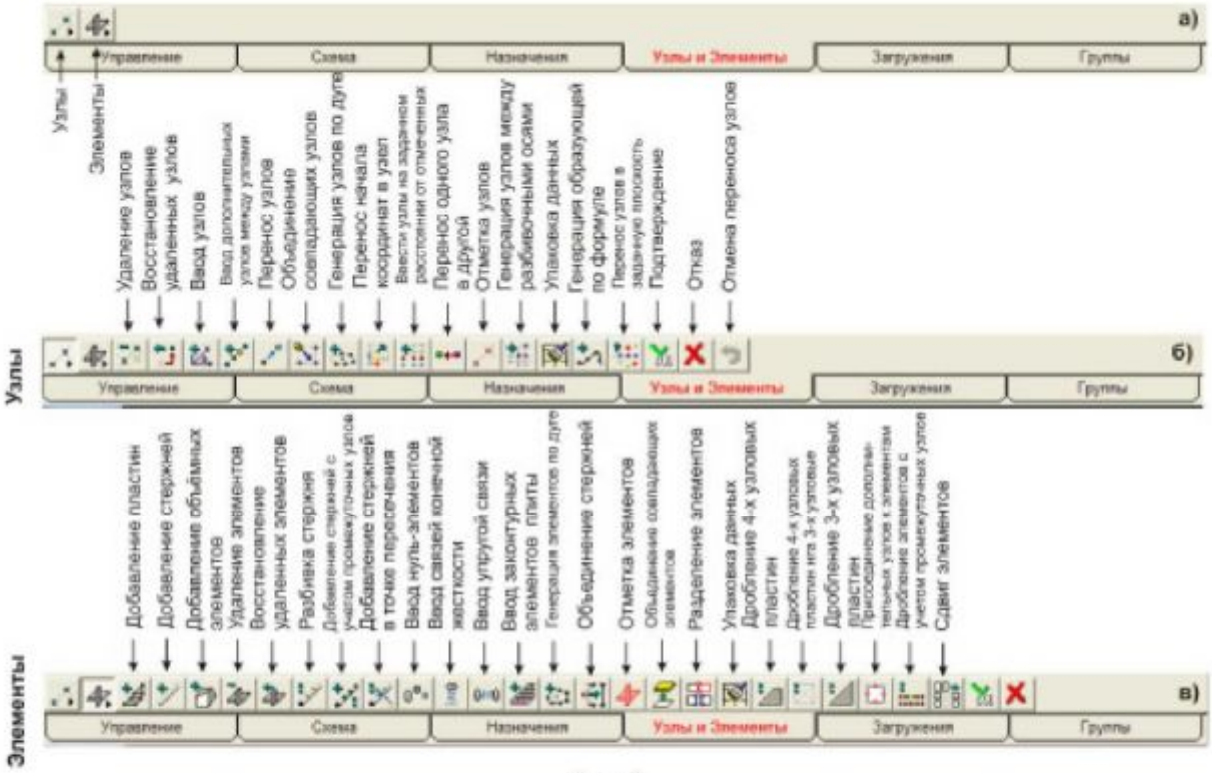


Рис.8

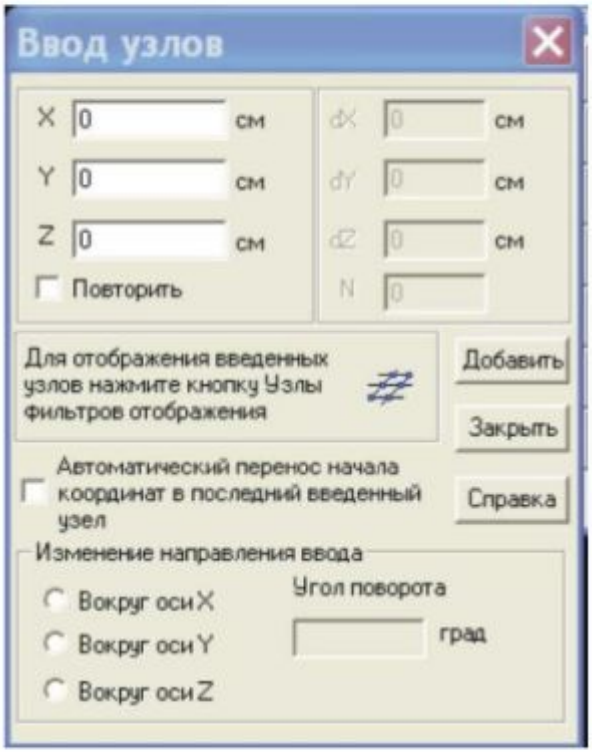


Рис.9

После нажатия на одну из них в разделе раскрывается набор кнопок, управляющих работой с узлами или элементами. Так как ввести элементы, не привязывая их узлам, невозможно, то начнем с ввода узлов. Щелкнем по кнопке узлы , откроется панель кнопок, используемых при работе с узлами (*рис.8, б*).

Для создания расчетной схемы балки необходимо ввести узлы, соответствующие правому и левому торцам балки. Для выполнения этой операции воспользуемся кнопкой **Ввод узлов** – и зададим узлы со следующими координатами: (***0,0,0***), (***9,0,0***) *м*.

Щелкнем по кнопке **Ввод узлов**. В правом верхнем углу рабочего поля открывается диалоговое окно **Ввод узлов** (*рис.9*).

С помощью функций этого окна можно ввести один узел или группу узлов, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга, т.е. с заданным шагом повторения. Для ввода одного узла достаточно задать его координаты в полях левой части окна и нажать кнопку **Добавить**.

Если активен фильтр **Узлы** (в противном случае вводимы узлы не будут отображаться на экране), то после каждого нажатия на кнопку **Добавить** на экране будет появляться новый узел.

Наличие повторителя позволяет вводить сразу группу узлов. Для ввода группы узлов следует:

- в полях ввода левой части окна установить координаты первого узла группы (x, y, z);
- активизировать режим **Повторить** (щелкнуть левой клавишей мыши в поле ввода **Повторить**);
- в полях ввода правой части окна ввести значения шага повторения в одном или нескольких направлениях (dx, dy, dz);
- ввести количество повторений в поле N;
- нажать кнопку **Добавить**.

Так как диалоговое окно занимает часть экрана, то в процессе ввода узлов рабочее поле экрана несколько уменьшается, что исключает попадание новых узлов под диалоговое окно. После завершения операций ввода следует нажать кнопку **Закрыть**. Диалоговое окно закроется и изображение будет вновь занимать все рабочее поле. Нет ограничений на количество обращений к функции **Ввод узлов**. Если операцию надо повторить, то следует опять нажать кнопку ввода узлов в инструментальной панели.

Положение и номера введенных узлов показаны на *рис.10*.

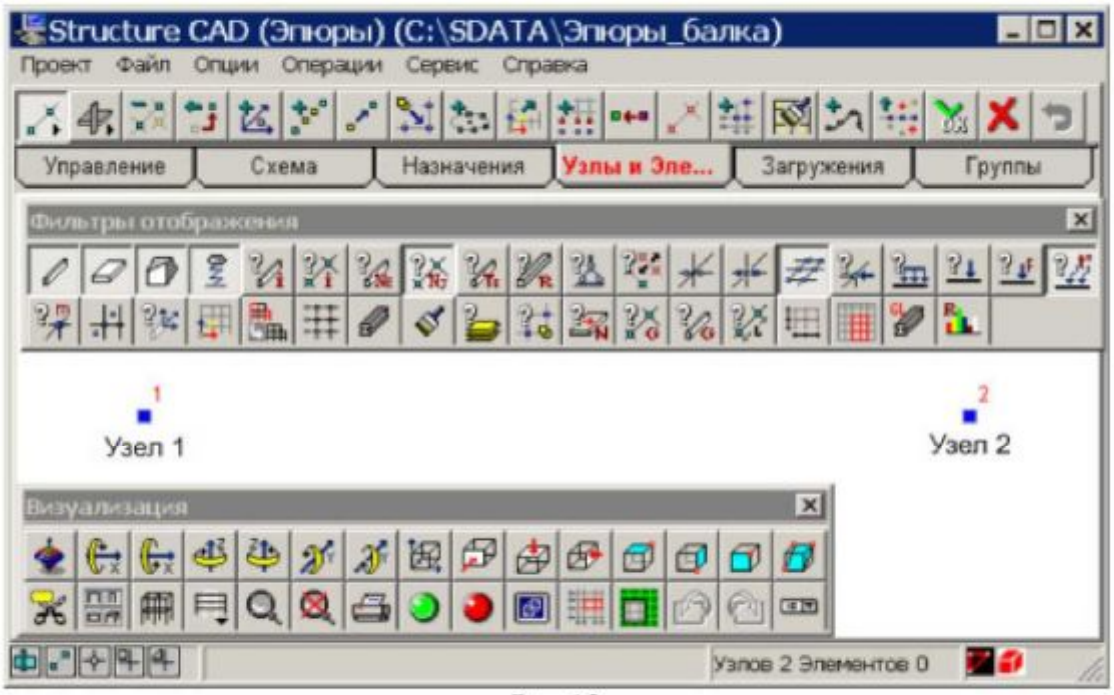


Рис.10

Активизируем кнопку **Элементы**. Откроется набор кнопок, приведенный на *рис.8, с*. Щелкаем левой клавишей мыши по кнопке **Добавление стержней** и затем последовательно по узлам ***1*** и ***2***. В результате этих операций узлы ***1*** и ***2*** будут соединены прямой линией.

Если на панели **Фильтры отображения** нажать на кнопку **Номера элементов**, то над прямой линией (элементом) появится цифра ***1*** (*рис.11*).

Разобьем стержень на ***18*** конечных элементов. Щелкнем по кнопке **Разбивка стержня**. Появится одноименное окно, в поле ввода которого вводим цифру ***18*** (*рис.12*).

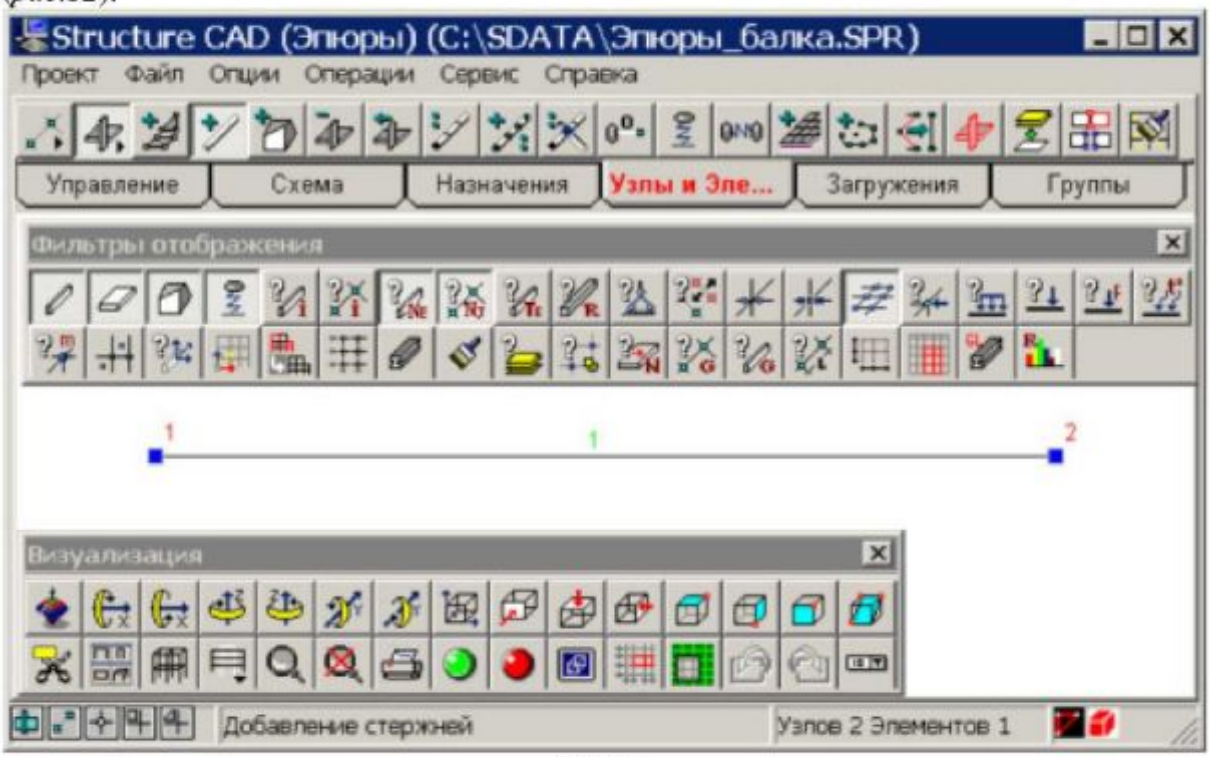


Рис.11

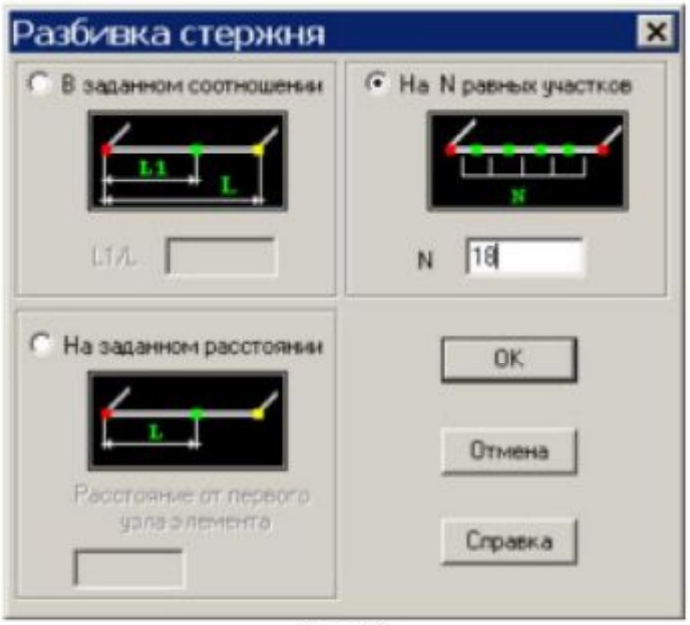


Рис.12

Подводим указатель курсора к стержню и щелкаем левой клавишей мыши (стержень окрасится в красный цвет). Нажимаем в главном меню клавишу **Подтверждение**. В результате исходный стержень будет разбит на ***18*** стержней (*рис.13*).

Для конечно-элементного расчета балки мы обязаны задать её жесткость. Какую – пока что неважно; при построении эпюр внутренних силовых факторов можно задать произвольную жесткость.

Физико-механические характеристики элементов расчетной схемы задаются в разделе «**Назначения**» (*рис.14*). Назначение жесткостных характеристик выполняется

в зависимости от вида элементов. Предусмотрены специальные функции для ввода параметров и назначения жесткостей для стержневых, пластинчатых (*рис.14*) и объёмных конечных элементов.

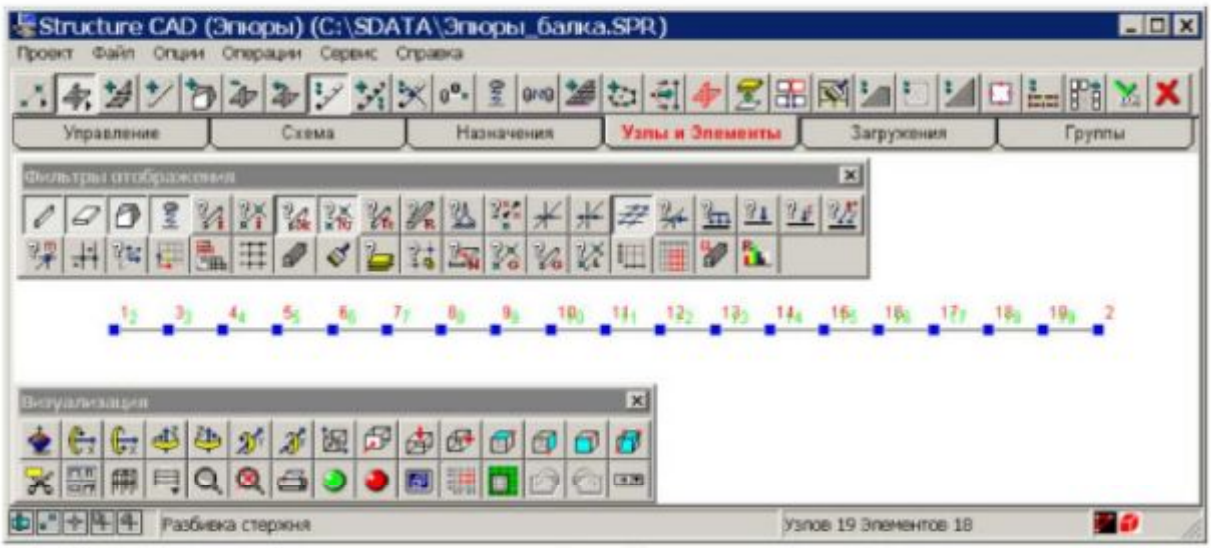


Рис.13

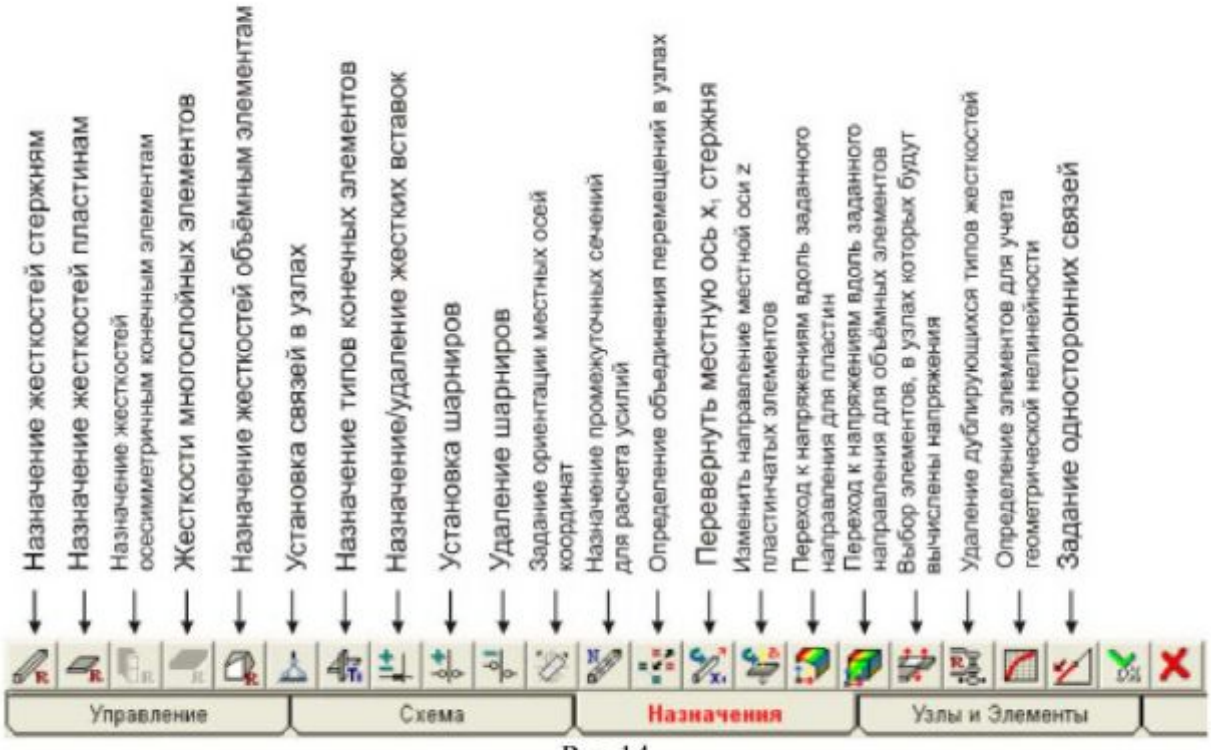


Рис.14

Будем считать, что нам задана балка двутаврового профиля ***№30*** .

Активизируем кнопку **Назначение жесткости стержням**. Появится окно **Жесткости стержневых элементов**, в котором отмечаем способ задания сечения **Профили металлопроката** (*рис.15*) и активизируем одноименную вкладку (*рис.16*).

В окне вкладки появится список профилей по различным стандартам. Выбираем двутавр с уклоном полок по ГОСТ 8239-89 и щелкаем по знаку ⊞. Раскроется список двутавров, из которого выбираем двутавр ***№30*** и щелкаем по кнопке **OK** (*рис.17*). Все вспомогательные окна закроются.

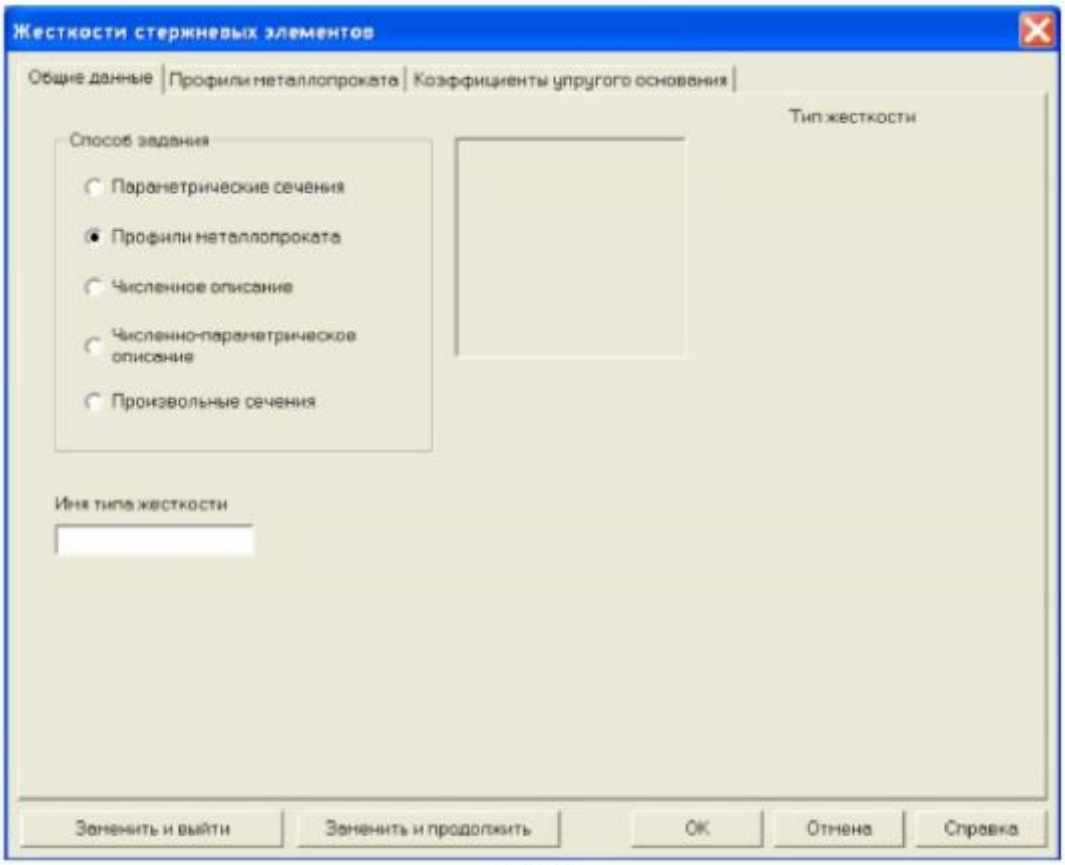

Жесткости стержневых элементов
Общие данные
Профили металлопроката
Коэффициенты упругого основания
Тип жесткости
Способ задания
Параметрические сечения
Профили металлопроката
Численное описание
Численно-параметрическое описание
Произвольные сечения
Имя типа жесткости
Заменить и выйти
Заменить и продолжить
OK
Отмена
Справка

Рис.15

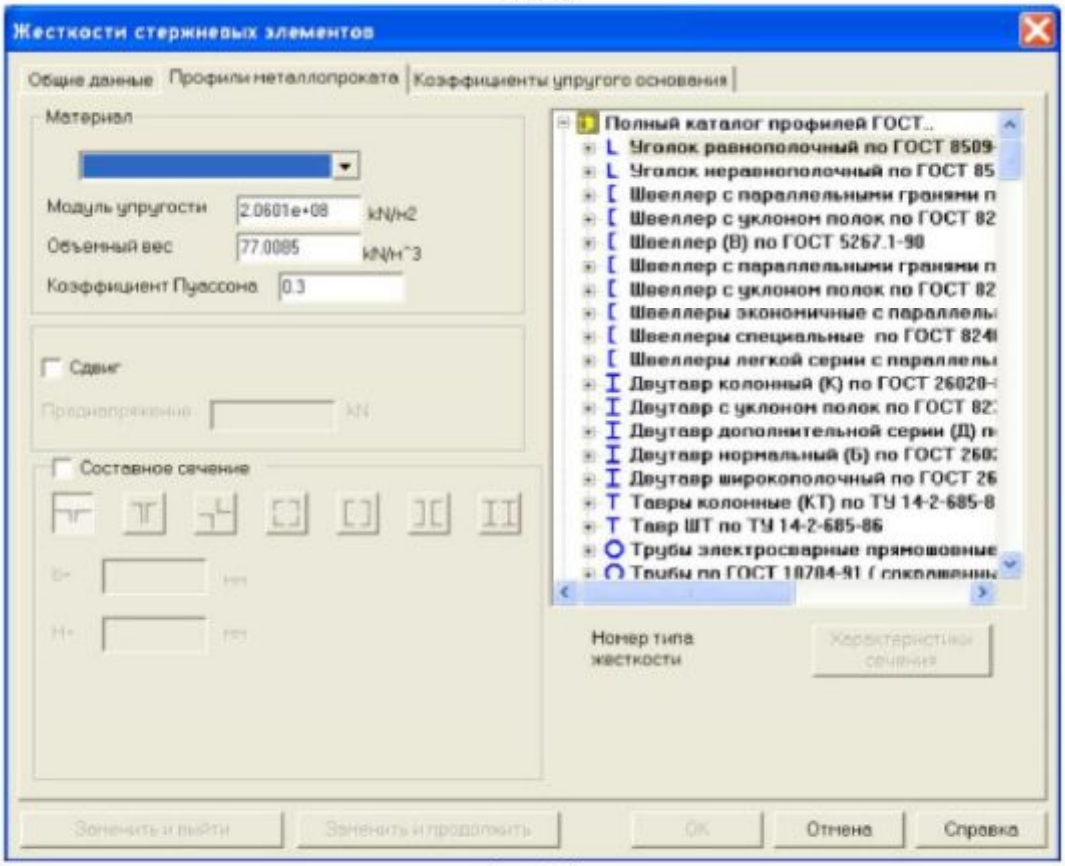

Жесткости стержневых элементов
Общие данные
Профили металлопроката
Коэффициенты упругого основания
Материал
Модуль упругости
2.0601e+08
kN/m2
Объемный вес
77.0085
kN/m^3
Коэффициент Пуассона
0.3
Сдвиг
Предварительное
kN
Составное сечение
Полный каталог профилей ГОСТ...
Уголок равнополочный по ГОСТ 8509
Уголок неравнополочный по ГОСТ 85
Швеллер с параллельными гранями п
Швеллер с уклоном полок по ГОСТ 82
Швеллер (В) по ГОСТ 5267.1-90
Швеллер с параллельными гранями п
Швеллер с уклоном полок по ГОСТ 82
Швеллеры экономичные с параллель
Швеллеры специальные по ГОСТ 824
Швеллеры легкой серии с параллель
Двутавр колонный (К) по ГОСТ 26020-
Двутавр с уклоном полок по ГОСТ 82
Двутавр дополнительной серии (Д) п
Двутавр нормальный (Б) по ГОСТ 260
Двутавр широкополочный по ГОСТ 26
Тавры колонные (КТ) по ТУ 14-2-685-8
Тавр ШТ по ТУ 14-2-685-86
Трубы электросварные прямошовные
Трубы по ГОСТ 10704-91 (сортамент
Номер типа жесткости
Характеристики сечения
Заменить и выйти
Заменить и продолжить
OK
Отмена
Справка

Рис.16

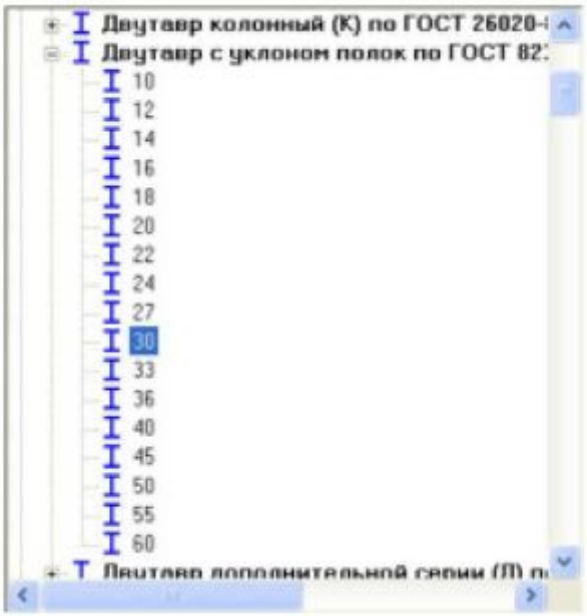


Рис.17

Устанавливаем указатель курсора в произвольной точке рабочего окна, нажимаем правую кнопку мыши. Появляется панель **Выбор узлов и элементов**, на которой выбираем вид курсора – **Прямоугольник** (*рис18*). Выделяем все элементы балки, щелкаем левой клавишей мыши, выделенные элементы окрашиваются в красный цвет, (*рис.19*) и подтверждаем наш выбор нажатием на кнопку .

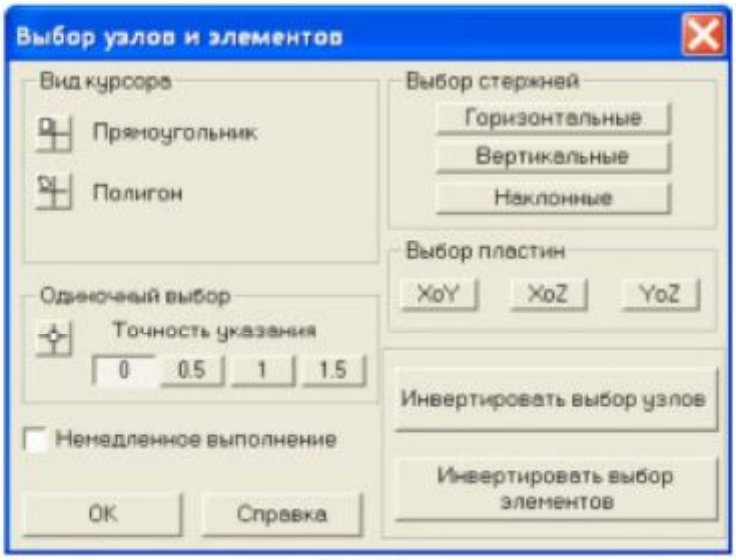


Рис.18

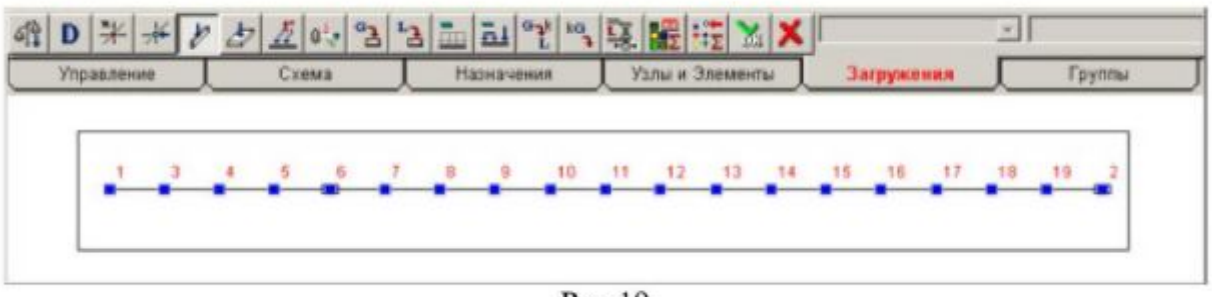


Рис.19

Связи в узлах расчетной схемы назначаются в диалоговом окне **Связи** (*рис. 20*), которое вызывается по нажатию на соответствующую кнопку в разделе **Назначение**. Для выполнения функции необходимо установить с помощью соответствующих кнопок направления степеней свободы, по которым накладываются связи, нажать кнопку **ОК** в диалоговом окне, выбрать на схеме узлы и закончить операцию нажатием на кнопку в разделе **Назначение.**

В зависимости от установленного в окне режима связи в узлах будут полностью заменены (удалены, если отключены все кнопки направлений) или добавлены к ранее назначенным.

Для отображения связей на расчетной схеме щелкнем по кнопке фильтра , а для отображения общей системы координат – по кнопке фильтра .

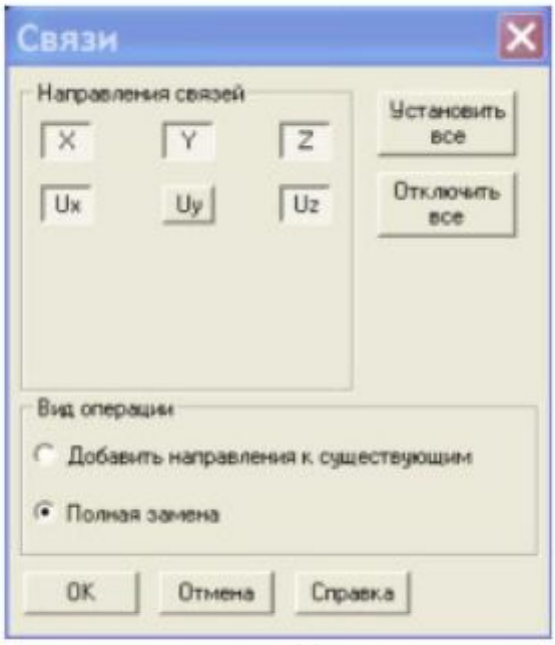


Рис.20

В соответствии с расчетной схемой запретим перемещение узла ***6*** (шарнирно подвижная опора А, *рис.7*) в направлении осей ***y*** и ***z*** и запретим повороты вокруг осей ***x*** и ***z*** (), а в узле ***2*** (шарнирно неподвижная опора В, *рис.7*) запретим перемещения в направлении осей ***x*** , ***y*** и ***z*** и запретим повороты вокруг осей ***x*** и ***z*** (*рис.21*).

Нажимаем кнопку в разделе **Назначение** и в появившейся панели **Связи** задаём направление связей для опоры А (*рис.21*). Нажимаем на клавишу **ОК**. В основном рабочем окне (*рис.13*) щелкаем по узлу ***6*** и подтверждаем наш выбор, нажимая клавишу в разделе **Назначение.** Вокруг ***6*** -го узла появится рамка. Аналогичные операции повторяем и для ***2*** -го узла (*рис.21*). Расчетная схема примет вид, приведенный на *рис.22*.

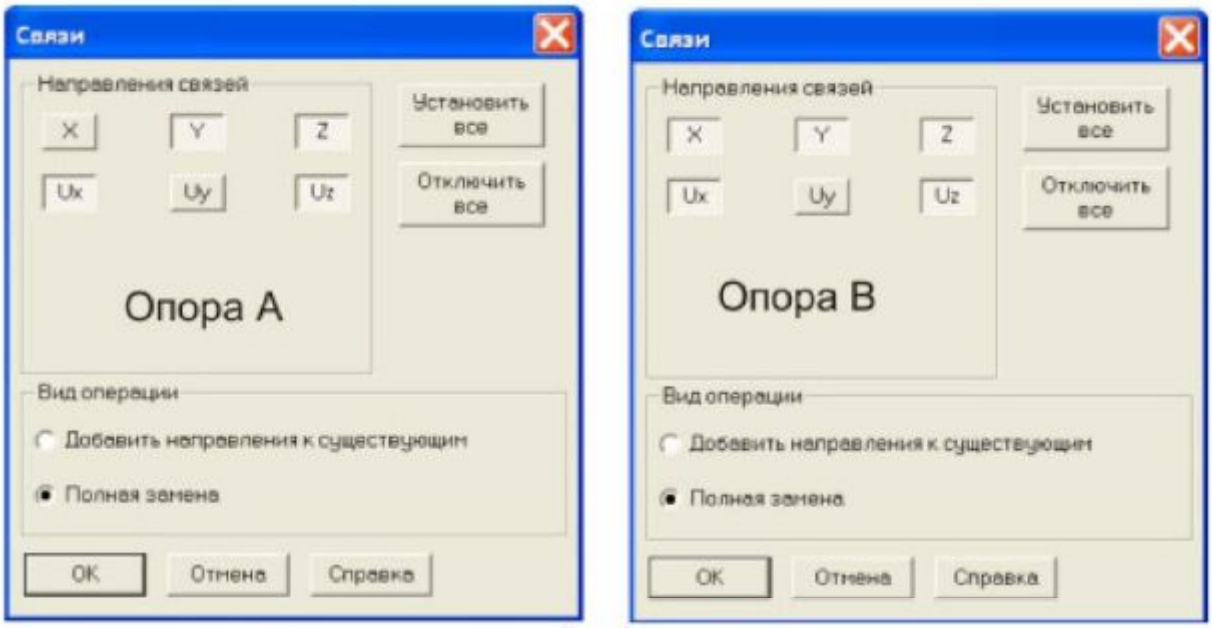


Рис.21

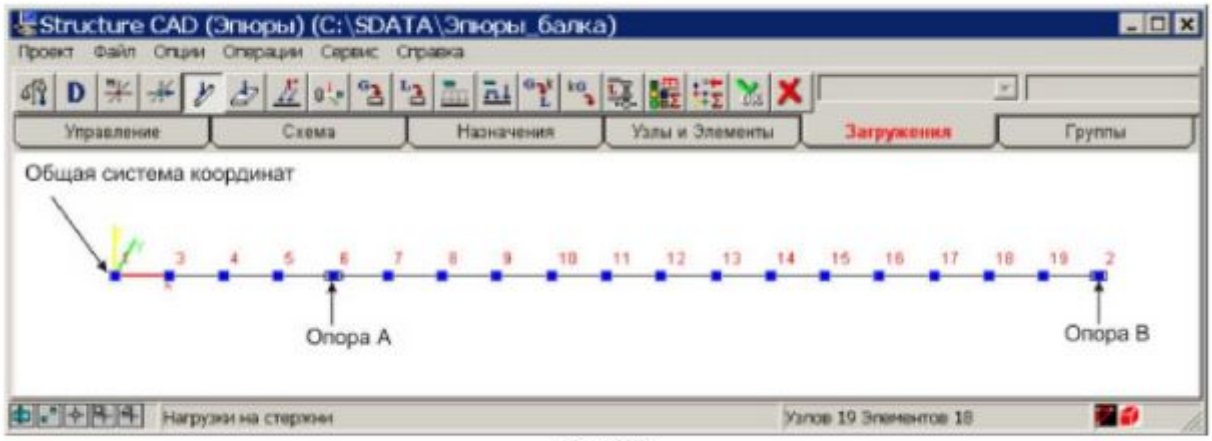


Рис.22

Нагрузка на балку задается в разделе «**Загружения**» (*рис.23*). Для назначения характеристик текущему загружению необходимо переключиться на соответствующую закладку, ввести информацию в текстовые строки и выставить в списках необходимые графы. Следует помнить, что доступными для работы являются только те окна, наименование которых совпадает с установленным для текущего загружения видом воздействия.

Контроль и фиксация всей введенной информации каждому из описываемых загружений выполняется нажатием на кнопку **OK** в нижней части диалогового окна. При этом, если введенная информация корректна, то группа окон закрывается, и управление передается главному окну препроцессора. В противном случае на экран выводятся окна предупреждений, в которых содержится информация об ошибке и указывается номер загружения, в характеристиках которого допущена ошибка.

Для отображения величин и направления введенных нагрузок активизируем кнопки фильтра , а для отображения общей системы координат – кнопку фильтра .

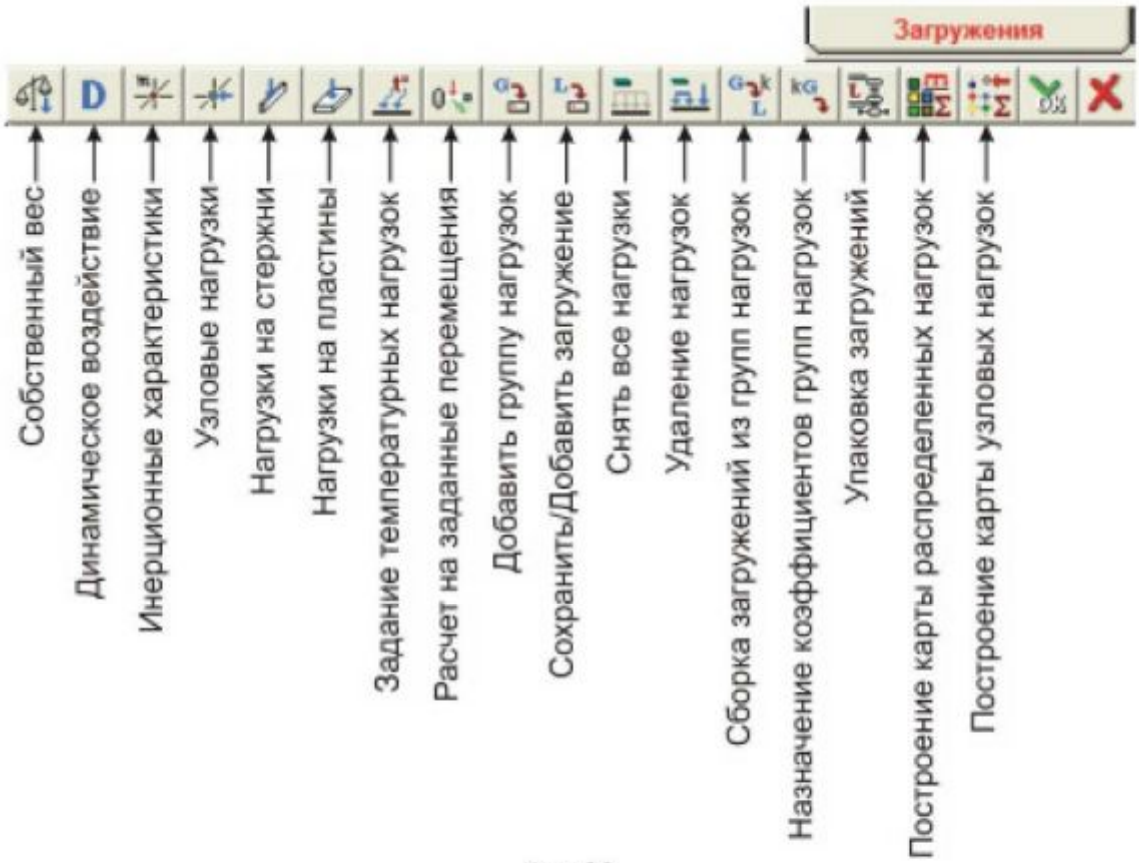


Рис.23

Активизируем кнопку **Узловые нагрузки** . Появится панель **Узловые нагрузки**, в полях ввода которой задаем направление и величину нагрузки в узлах конечно-элементной сетки и нажимаем клавишу **ОК** (*рис.24,*).

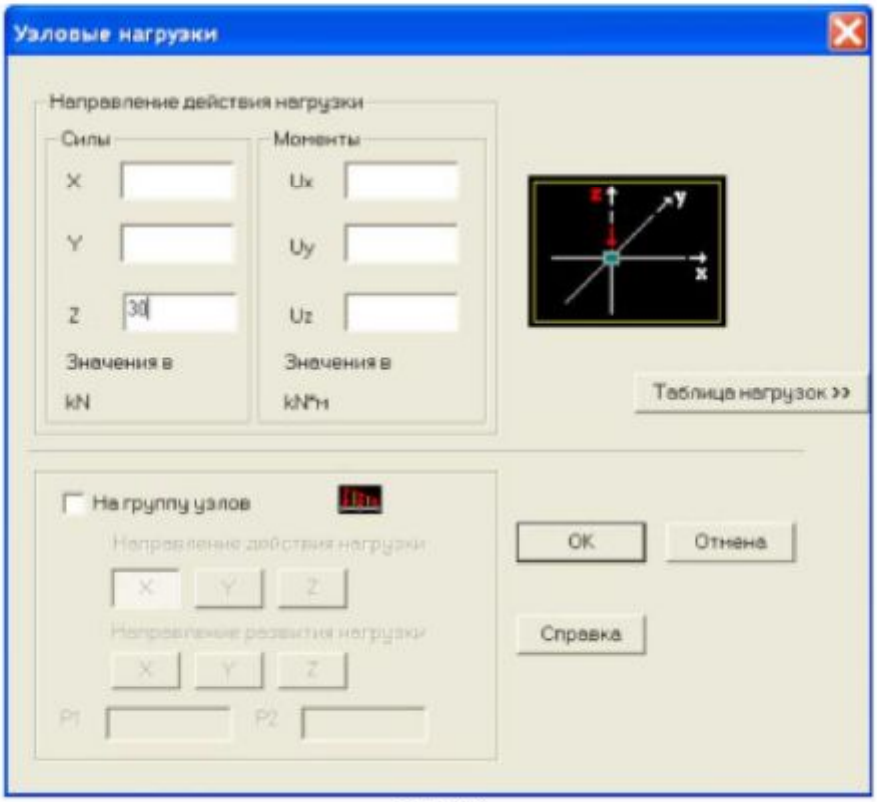


Рис.24

Для задания распределенной нагрузки активизируем кнопку **Нагрузка на стержень.** Появится панель **Задание нагрузок на стержневые элементы**, в полях ввода которой задаем направление и величину нагрузки и нажимаем клавишу **ОК** (*рис.25*).

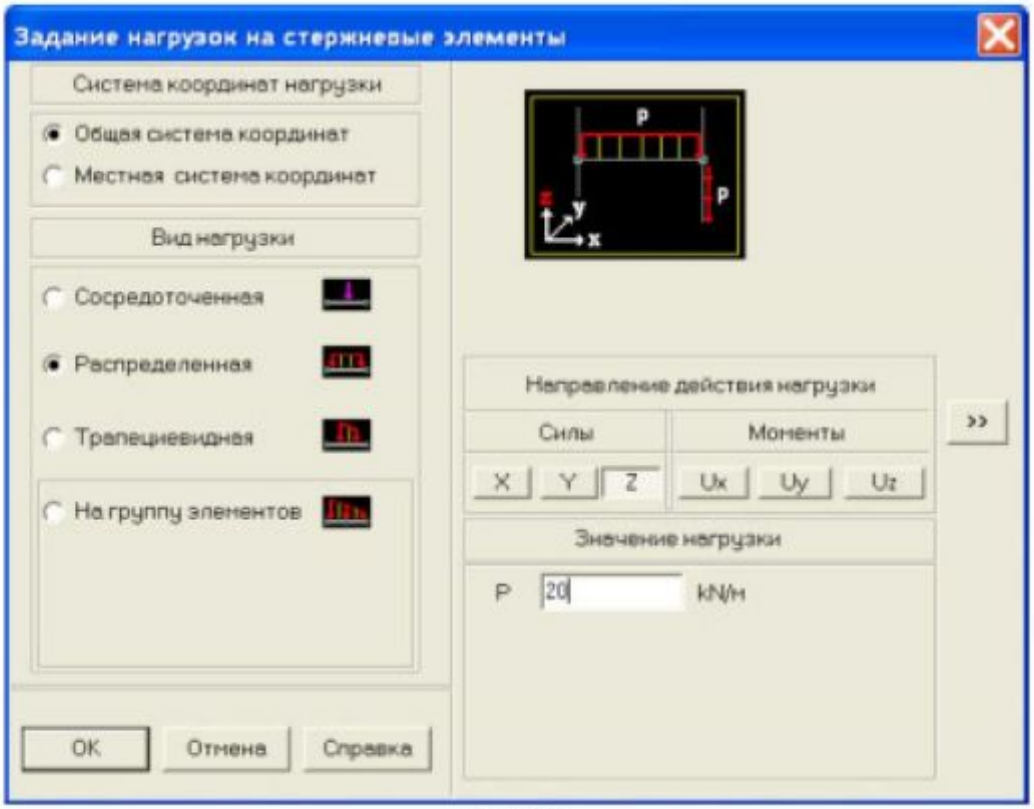


Рис.25

В результате выполненных операций расчетная схема примет вид, приведенный на *рис.26*.

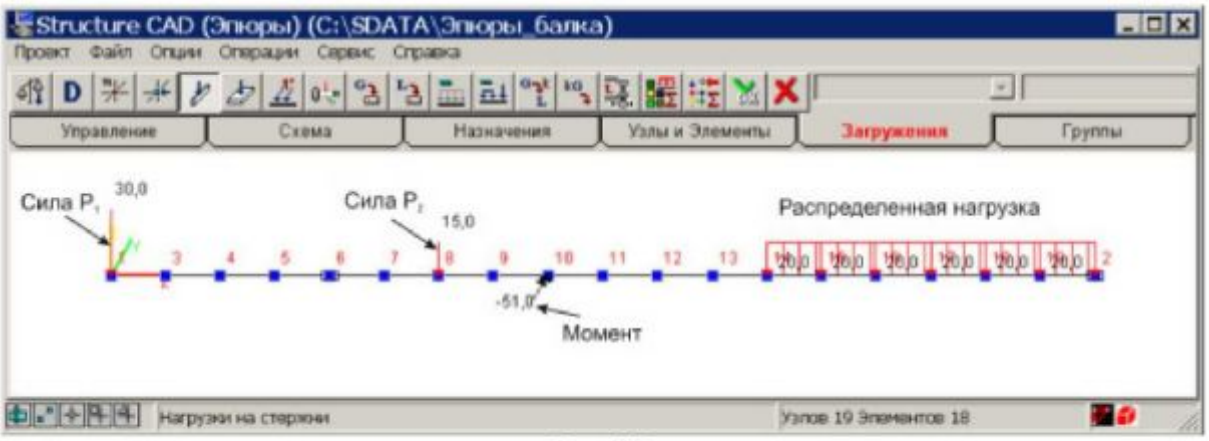


Рис.26

После выполнения всех этих операций переходим в раздел «**Управление**» и нажимаем кнопку «**Выйти в экран управления проектом**». Открывается главное окно конечно-элементного пакета SCAD (*рис.5*). В разделе расчетная схема щелкаем по знаку ⊞. Откроется список элементов расчетной схемы (*рис.27*). Если после

значка не стоит знак вопроса (за исключением **Условия примыкания**), то можно приступать к расчету.

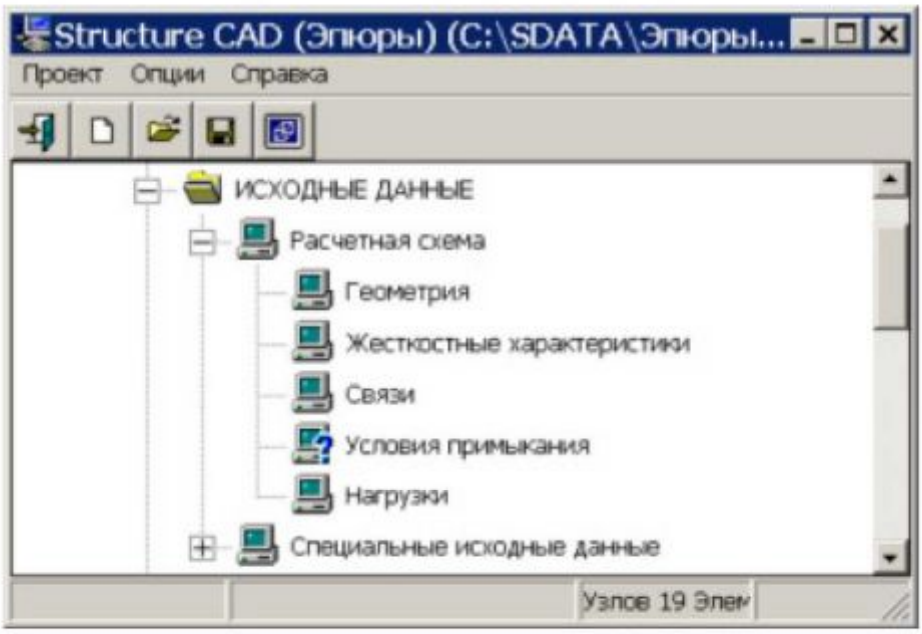


Рис.27

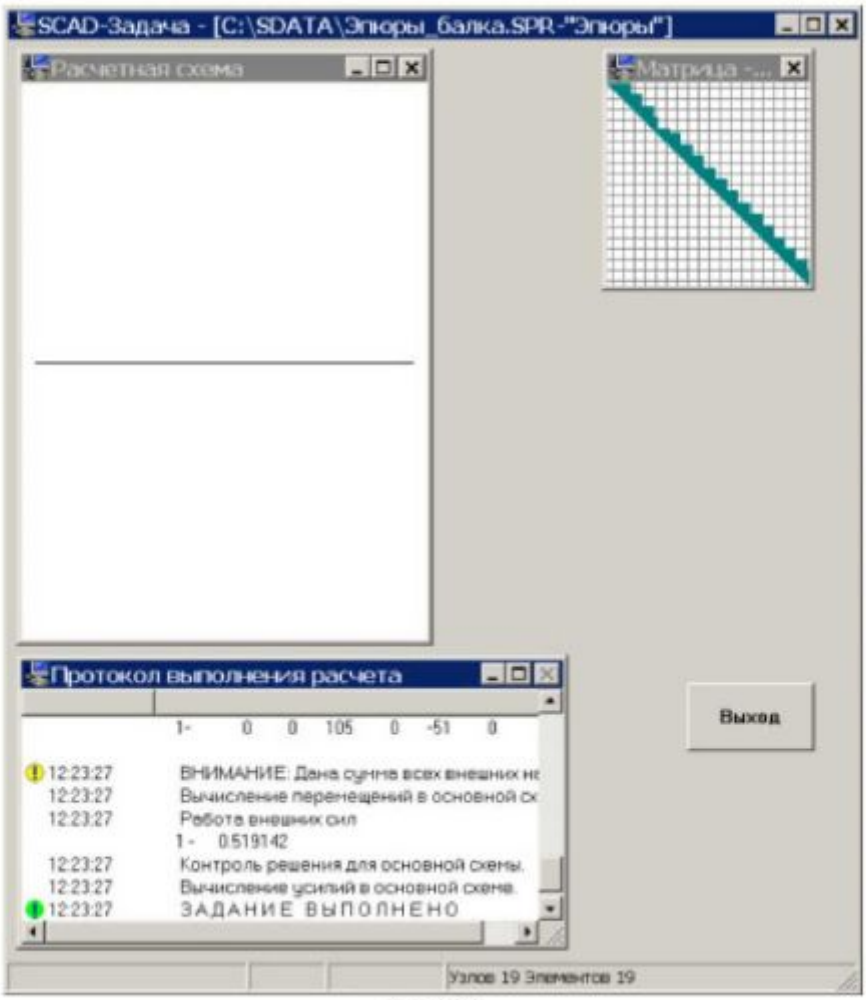


Рис.28

Щелкаем по кнопке «**Линейный**» и через несколько секунд, после выполнения расчета, появится окно с информацией о результатах расчета (*рис.28*). Нажимаем на клавишу **Выход**.

Результаты расчета можно посмотреть в разделе графический анализ. Щелчок по значку **Графический анализ** открывает рабочее окно **SCAD** имеющее разделы: **Управление**, **Деформации**, **Эпюры усилий**, **Поля напряжений**, **Постпроцессоры** и **Группы**, которые позволяют проанализировать напряженное и деформированное состояние пластины (*рис.29*).

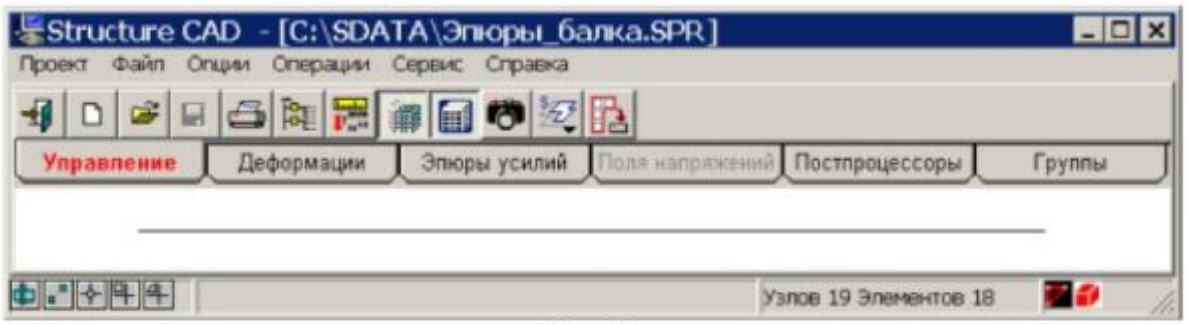


Рис.29

Открываем раздел **Эпюры усилий**. Активизируем кнопку **Эпюры усилий**, в окне **Выбор вида усилий** выбираем из списка внутренних усилий в поперечных сечениях балки поперечную силу Qz. В окне **Установка коэффициента масштабирования эпюр** выбираем цифру 2. В итоге в рабочем поле окна **SCAD** эпюра Q_z примет вид, приведенный на *рис. 30.*

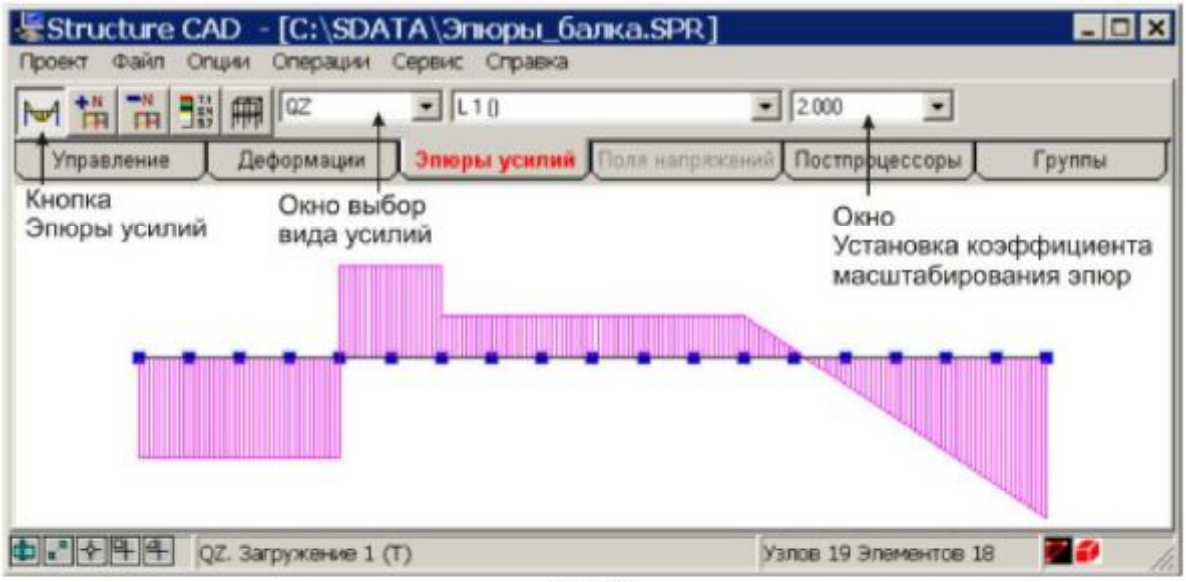


Рис.30

Выбирая в окне **Выбор вида усилий** из списка внутренних усилий в поперечных сечениях балки изгибающий момент MY получим эпюру M_y *рис.31*. Для отображения на эпюре величин изгибающего момента в поперечных сечениях балки надо активизировать фильтр Оцифровка изополей/изолиний. В программном продукте **SCAD** эпюра моментов строится на растянутых волокнах балки.

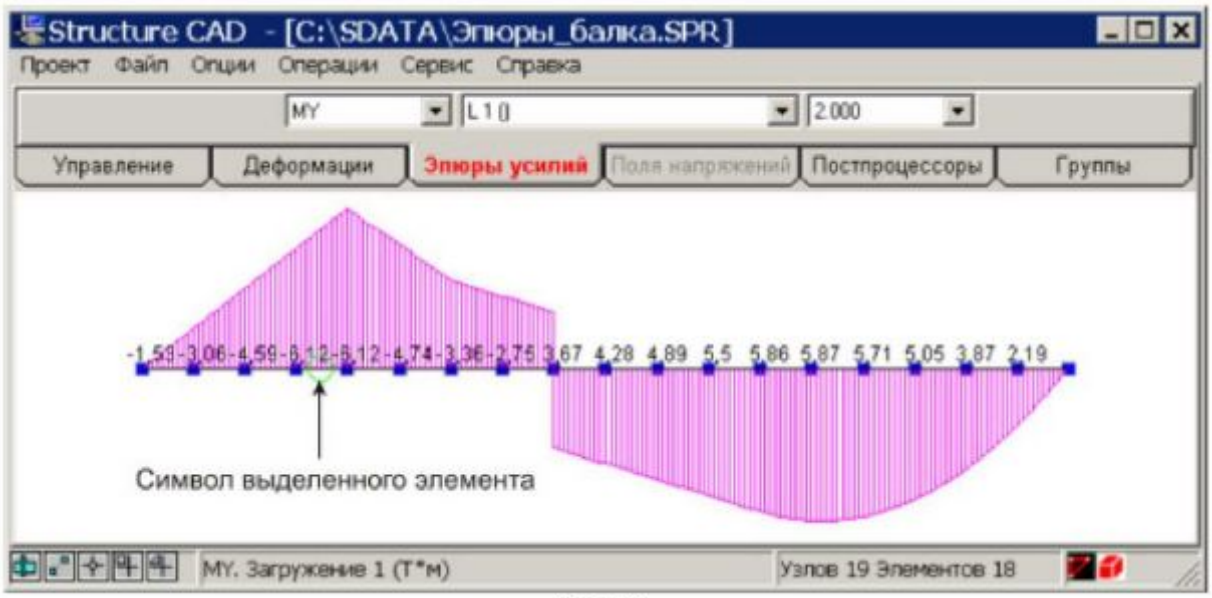


Рис.31

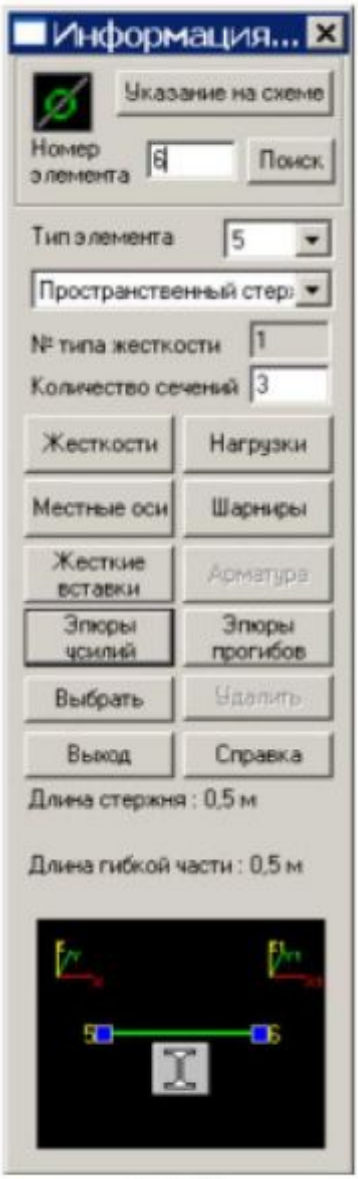


Рис.32

Как мы увидим в дальнейшем, полученные величины Q и M_y отличаются от точных, найденных стандартным методом сечений в курсе сопротивления материалов. Погрешность численных расчетов зависит от числа элементов, на которые была разделена балка. Увеличение числа элементов в разумных пределах обычно приводит к уменьшению этой погрешности.

Величины внутренних усилий можно оценить по информации, получаемой с помощью фильтра **Информация об элементе**. Щелчок по этой кнопке на панели **Фильтры отображения** приведет к открытию одноименной панели. Выделяя элемент на расчетной схеме балки, получим всю необходимую расчетчику информацию о данном элементе. Внешний вид панели для выделенного на *рис.31* шестого элемента приведен на *рис.32*.

Нажимая на клавишу **Эпюры усилий**, откроем окно, в котором представлены эпюры для всех шести внутренних силовых факторах (*рис.33*).

Для документирования исходных данных и результатов расчета **SCAD** предоставляет генератор таблиц в текстовом формате (результаты его работы отображаются в указанном текстовом редакторе) или специальную подсистему – **Документатор**, с помощью которой таблицы формируются и выводятся на печать в графическом формате или экспортируются в **MS Word** или **MS Excel.**

Общее управление генерацией таблиц осуществляется в диалоговом окне **Оформление результатов расчета** (*рис.34*), которое вызывается из раздела **Печать таблиц** группы *Результаты* в **Дереве проекта** (*рис.5*).

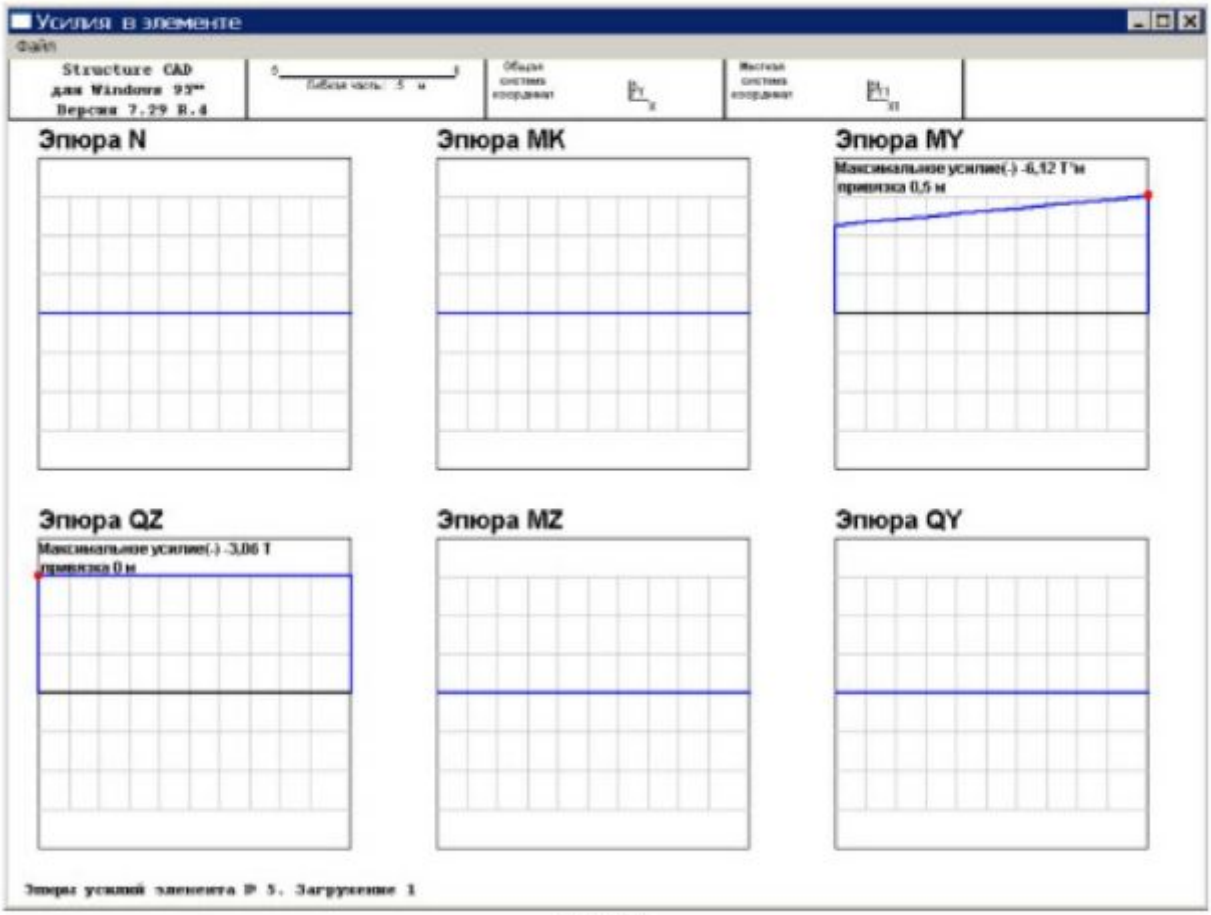

Усилия в элементе
Файл
Structure CAD
для Windows 95™
Версия 7.29 R.4
Эпюра N
Эпюра MK
Эпюра MY
Максимальное усилие(-) -6,12 Т*м
привязка 0,5 м
Эпюра QZ
Максимальное усилие(-) -3,06 Т
привязка 0 м
Эпюра MZ
Эпюра QY
Эпюра усилий элемента № 5. Загружение 1

Рис.33

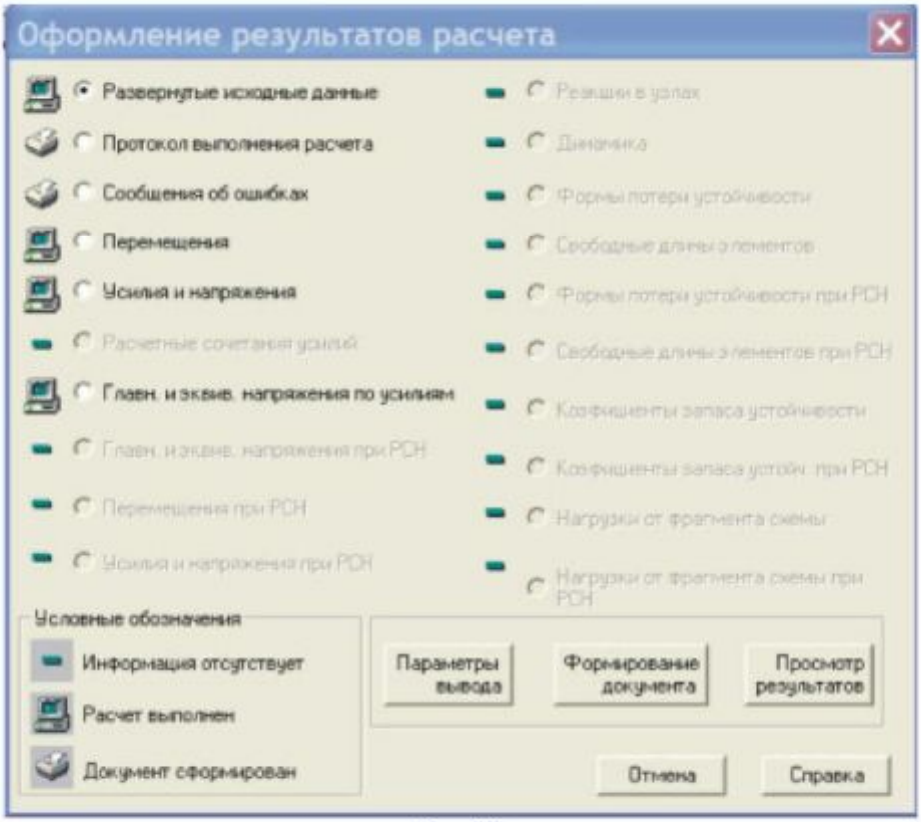

Оформление результатов расчета
Развернутые исходные данные
Протокол выполнения расчета
Сообщения об ошибках
Перемещения
Усилия и напряжения
Расчетные сочетания усилий
Главн. и эквив. напряжения по усилиям
Главн. и эквив. напряжения при РСН
Перемещения при РСН
Усилия и напряжения при РСН
Реакции в узлах
Динамика
Формы потери устойчивости
Свободные длины элементов
Формы потери устойчивости при РСН
Свободные длины элементов при РСН
Коэффициенты запаса устойчивости
Коэффициенты запаса устойч. при РСН
Нагрузки от фрагмента схемы
Нагрузки от фрагмента схемы при РСН
Условные обозначения
Информация отсутствует
Расчет выполнен
Документ сформирован
Параметры вывода
Формирование документа
Просмотр результатов
Отмена
Справка

Рис.34

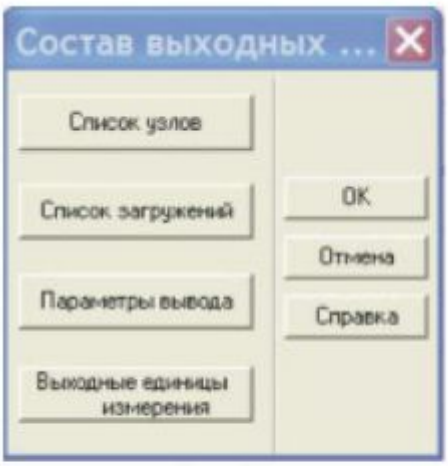


Рис.35

Для назначения правил формирования и оформления результатов используется кнопка **Параметры вывода**, после нажатия которой появляется диалоговое окно **Состав выходных таблиц** (*рис.35*). Из этого окна осуществляется доступ к следующим функциям назначения параметров:

- список узлов или элементов, для которых выводятся результаты;
- список загружений;
- параметры настройки генератора таблиц;
- выходные единицы измерения.

Параметры настройки задаются в диалоговых окнах, вызов которых выполняется нажатием соответствующих кнопок.

Список узлов/элементов задается в окне **Узлы/ Элементы** в зависимости от вида результатов (*рис.36*). По умолчанию на печать выводятся результаты для всех объектов схемы. В противном случае список объектов может быть введен в строке **Указанные номера узлов/элементов**. Для ввода списка необходимо активизировать соответствующую опцию. Список состоит из номеров объектов, разделенных пробелом. Если номера идут подряд, то промежуточные объекты не перечисляются, а указываются номера первого и последнего через знак "-". Например, 1 2 4-9 23 56 72-109.

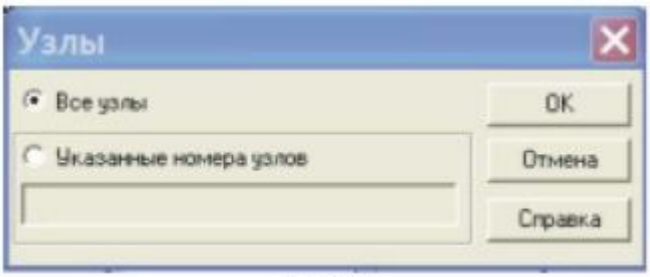


Рис.36

Для выбора номеров загружений используется диалоговое окно **Загружения** (*рис.37*), которое появляется после нажатия кнопки **Список загружений**. По умолчанию вывод результатов выполняется для всех загружений. Если печатаются результаты только заданных загружений, то они выбираются из списка после активизации опции **Указанные номера загружений**.

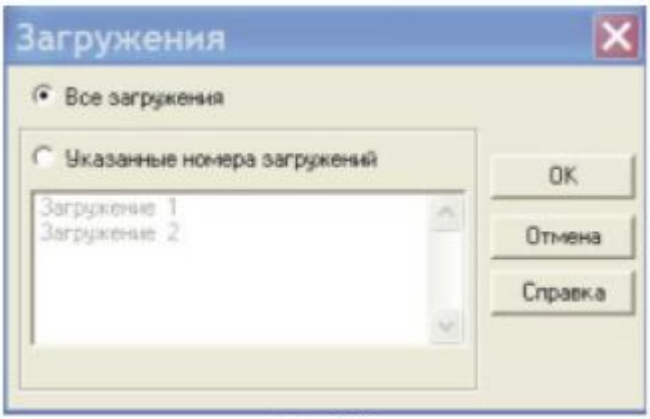
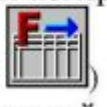


Рис.37

В окне **Параметры вывода** (*рис.38*), которое вызывается после нажатия одноименной кнопки, можно назначить количество строк на странице и ширину таблиц, точность вывода перемещений и усилий, выбрать тип таблицы, определить формат выходного файла, ориентацию страниц, размер шрифта и др.

Есть два типа таблиц. В таблицах первого типа (их опция помечена в окне пиктограммой) наименования силовых факторов или перемещений размещены в начале каждой строки, а в заглавиях столбцов помещены номера узлов или элементов. В таблицах второго типа (отмеченных пиктограммой ) в заглавиях столбцов помещаются наименования силовых факторов или перемещений, а в строках - номера элементов и узлов (*рис.38*).

Используя соответствующую маску вывода, можно настроить программу на печать только определенных видов перемещений или силовых факторов.

Вызов диалоговых окон с масками для соответствующих факторов выполняется кнопками **Перемещения**, **Усилия** и **Реакции** в группе **Маска вывода**.

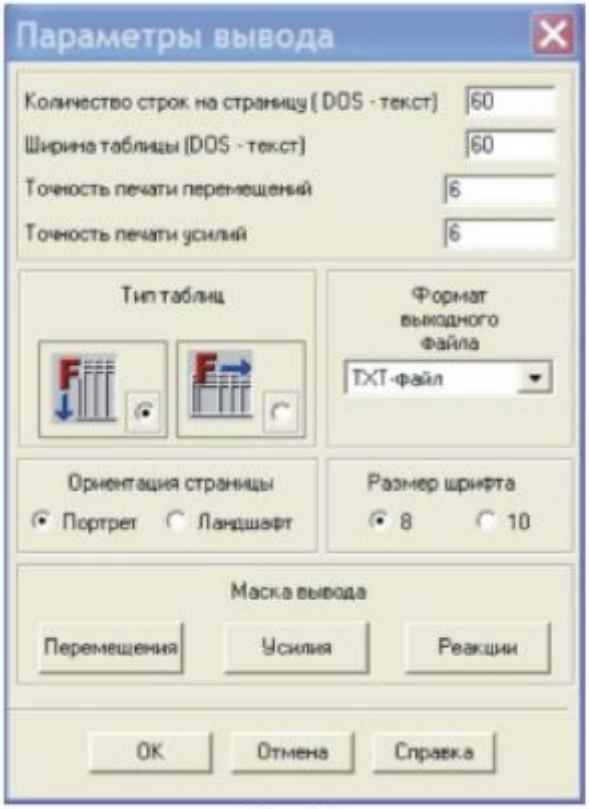


Рис.38

При формировании таблиц результатов необходимо:

- активизировать в **Дереве проекта** раздел **Печать таблиц** в группе **Результаты**;
- активизировать в диалоговом окне **Оформление результатов расчета** опцию с наименованием фактора (например, **Перемещения** или **Усилия и напряжения**); если информация есть, то рядом с наименованием опции стоит пиктограмма наличия информации – ;
- нажать кнопку **Параметры вывода** и задать необходимые параметры вывода (если параметры принимаются по умолчанию, этот шаг можно пропустить);
- нажать кнопку **Формирование документа** и дождаться появления рядом с наименованием фактора пиктограммы готовности таблицы – ;
- нажать кнопку **Просмотр результатов**, после чего появляется окно текстового редактора с таблицами результатов.

Перед вызовом функции печати таблиц необходимо выполнить настройку комплекса, установив в диалоговом окне **Настройка графической среды** на странице **Результаты** (окно вызывается из одноименного пункта в разделе меню *Опции*) наименование текстового редактора, в котором выполняется просмотр таблиц результатов.

Напоминаем, что существенным фактором, влияющим на качество представления результатов в таблицах, является выбор шрифта (Font). Удобочитаемость таблиц обеспечивает шрифт Courier (Cyrillic) или Courier New (Cyrillic), в которых все буквы и цифры имеют одинаковую ширину (т.н. непропорциональный шрифт).

Если таблица не помещается по ширине страницы, то можно уменьшить размер шрифта или перенастроить параметры страницы в текстовом редакторе, например, уменьшить отступы или изменить формат с книжного (портрет) на альбомный (ландшафт). Эти назначения можно сделать заранее при задании параметров в диалоговом окне **Параметры вывода**.

Генератор таблиц в текстовом формате формирует псевдотаблицы, которые не имеют четко выраженных столбцов и строк, как например, в электронных таблицах Excel или в таблицах редактора Word. Для получения полнофункциональных таблиц в комплексе предусмотрен специальный модуль – **Документатор**.

Документатор является самостоятельным модулем и позволяет формировать и выводить на печать таблицы высокого качества и сопутствующие им графические материалы, а также экспортировать их в электронные таблицы **MS Excel** или в формат

RTF (*Rich Text Format*) для последующей загрузки в графические редакторы, поддерживающие формат **RTF** (например, **MS Word**).

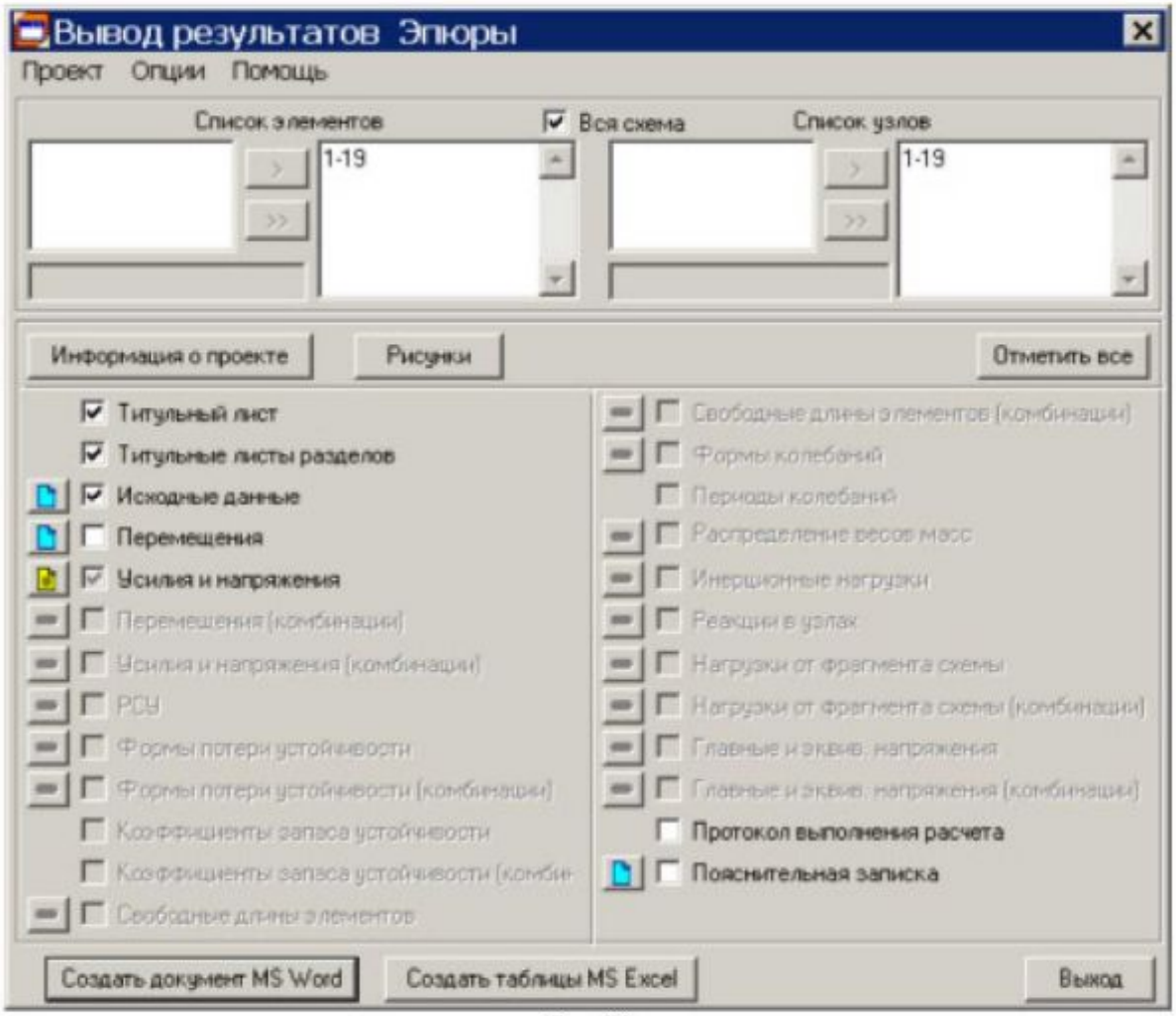


Рис.39

Вызов **Документатора** выполняется из раздела **Документирование** дерева проектов. При вызове автоматически устанавливается текущий проект, хотя предусмотрена возможность вызова и другого проекта. Управление **Документатором** осуществляется в диалоговом окне **Вывод результатов** (*рис.39*). Меню этого окна состоит из трех разделов:

- **Проект** – выполняются команды открытия и закрытия проекта, а также выход из **Документатора**;
- **Опции** – выбор вида и размера шрифта, а также инициализация режима нумерации страниц;

Справка – краткая информация по правилам работы с **Документатором**

Вид выводимой на печать информации назначается с помощью опций, стоящих слева от наименования информации. При вызове **Документатора** автоматически определяется набор доступных для документирования результатов и открывается доступ к соответствующим опциям. Для вывода на печать заданного набора таблиц с результатами или исходными данными следует активизировать опции с наименованиями нужных разделов. Если выводится вся информация, то нажимается кнопка **Отметить все**.

Если активна кнопка **Вся схема**, то в правых списках будут находиться перечни всех элементов и узлов схемы (при необходимости их можно откорректировать).

Для активных опций с наименованием выводимой информации открыт доступ к соответствующим им кнопкам вызова диалоговых окон управления выводом . Каждой управляющей кнопке соответствует диалоговое окно для настройки таблиц определенного вида. Все окна, кроме окна настройки таблиц исходных данных, имеют одинаковый набор управляющих элементов и единые правила работы.

Комментарии к таблицам могут размещаться перед или после таблиц и вводятся в диалоговом окне **Комментарии**.

Для подбора иллюстраций, помещаемых в выходной документ, используется диалоговое окно **Иллюстрации** (*рис.39*). Это окно может быть вызвано нажатием одноименной кнопки из любого окна настройки таблиц. Принцип работы с иллюстрациями довольно прост. В левом списке помещаются все файлы с расширением WMF (метафайл), которые есть в рабочем каталоге. Напомним, что метафайлы могут быть сформированы как в процессе создания схемы, так и при графическом анализе результатов расчета, используя кнопку в разделе **Управление** инструментальной панели.

Необходимые иллюстрации переводятся в список вывода (правый) нажатием кнопки **>**. Если нажать кнопку **Просмотр** левого или правого списков, то иллюстрации можно последовательно просмотреть в соответствующем окне.

Каждому рисунку, попавшему в правый список, можно дать комментарий. Для этого в списке надо отметить имя файла с рисунком, а затем ввести текст в поле **Комментарий**. Введенный текст запоминается и выводится вместе с рисунком. Для удаления файла из правого списка используется кнопка **<**.

Кнопки с двойной стрелкой пересылают все иллюстрации в список вывода или удаляют их из этого списка.

Работа в окне **Исходные данные** заключается в назначении данных, которые выводятся на печать. Данные разделены на две группы. С помощью кнопок, расположенных в верхней части окна, назначаются виды таблиц с информацией о различных характеристиках расчетной схемы. Расположенные справа кнопки служат для вывода на печать управляющей информации. В нижней части окна расположено поле для ввода комментариев к исходным данным.

Для предварительного просмотра таблиц используется кнопка **Просмотр** в окне **Вывод результатов**. После нажатия этой кнопки происходит формирование таблиц с учетом всех выполненных настроек, заданного вида и размера шрифта, иллюстраций и комментариев. Листание возможно только в сторону увеличения номеров страниц. При необходимости можно вывести на печать содержание текущей страницы, используя кнопку .

Таблицы могут формироваться в формате XLS-файлов для экспорта в электронные таблицы Excel (составная часть системы Microsoft Office) или в формате RTF – для последующей визуализации, обработки и печати в текстовом редакторе, например, Write, WORD или др. Экспортируются только таблицы с представлением наименований факторов (направлений перемещений или усилий и напряжений) по столбцам. Переход на эту форму представления таблиц выполняется автоматически независимо от настройки **Документатора**. При экспорте автоматически вызывается приложение, в которое загружается созданный файл.

Для рассмотренного нами случая таблицы усилий приведены ниже.

Максимальные усилия элементов расчетной схемы, т, м								
Наименование	MAX+				MAX-			
	Значение	Номер эл-та	Номер сечения	Номер загружения	Значение	Номер эл-та	Номер сечения	Номер загружения
N	0.	19	3	1	0.	19	3	1
MK	0.	19	3	1	0.	19	3	1

Максимальные усилия элементов расчетной схемы, т, м								
Наименование	MAX+				MAX-			
	Значение	Номер эл-та	Номер сечения	Номер загружения	Значение	Номер эл-та	Номер сечения	Номер загружения
MY	5,86136	14	3	1	-6,1162	6	1	1
QZ	2,75229	7	3	1	-4,89296	19	3	1
MZ	0,	19	3	1	0,	19	3	1
QY	0,	19	3	1	0,	19	3	1

Усилия и напряжения элементов, т, м								
Номер эл-та	Номер сечен.	Номер загруж.	Усилия и напряжения					
			N	MK	MY	QZ	MZ	QY
2	1	1	0,	0,	0,	-3,0581	0,	0,
	2	1	0,	0,	-,764525	-3,0581	0,	0,
	3	1	0,	0,	-1,52905	-3,0581	0,	0,
3	1	1	0,	0,	-1,52905	-3,0581	0,	0,
	2	1	0,	0,	-2,29357	-3,0581	0,	0,
	3	1	0,	0,	-3,0581	-3,0581	0,	0,
4	1	1	0,	0,	-3,0581	-3,0581	0,	0,
	2	1	0,	0,	-3,82262	-3,0581	0,	0,
	3	1	0,	0,	-4,58715	-3,0581	0,	0,
5	1	1	0,	0,	-4,58715	-3,0581	0,	0,
	2	1	0,	0,	-5,35168	-3,0581	0,	0,
	3	1	0,	0,	-6,1162	-3,0581	0,	0,
6	1	1	0,	0,	-6,1162	2,75229	0,	0,
	2	1	0,	0,	-5,42813	2,75229	0,	0,
	3	1	0,	0,	-4,74006	2,75229	0,	0,
7	1	1	0,	0,	-4,74006	2,75229	0,	0,
	2	1	0,	0,	-4,05198	2,75229	0,	0,
	3	1	0,	0,	-3,36391	2,75229	0,	0,
8	1	1	0,	0,	-3,36391	1,22324	0,	0,
	2	1	0,	0,	-3,0581	1,22324	0,	0,
	3	1	0,	0,	-2,75229	1,22324	0,	0,
9	1	1	0,	0,	-2,75229	1,22324	0,	0,
	2	1	0,	0,	-2,44648	1,22324	0,	0,
	3	1	0,	0,	-2,14067	1,22324	0,	0,
10	1	1	0,	0,	3,0581	1,22324	0,	0,
	2	1	0,	0,	3,36391	1,22324	0,	0,
	3	1	0,	0,	3,66972	1,22324	0,	0,
11	1	1	0,	0,	3,66972	1,22324	0,	0,
	2	1	0,	0,	3,97553	1,22324	0,	0,
	3	1	0,	0,	4,28134	1,22324	0,	0,
12	1	1	0,	0,	4,28134	1,22324	0,	0,
	2	1	0,	0,	4,58715	1,22324	0,	0,
	3	1	0,	0,	4,89296	1,22324	0,	0,
13	1	1	0,	0,	4,89296	1,22324	0,	0,
	2	1	0,	0,	5,19877	1,22324	0,	0,
	3	1	0,	0,	5,50458	1,22324	0,	0,
14	1	1	0,	0,	5,50458	1,22222	0,	0,
	2	1	0,	0,	5,74668	,713047	0,	0,
	3	1	0,	0,	5,86136	,203873	0,	0,
15	1	1	0,	0,	5,86136	,202854	0,	0,
	2	1	0,	0,	5,84862	-,30632	0,	0,
	3	1	0,	0,	5,70846	-,815494	0,	0,
16	1	1	0,	0,	5,70846	-,816513	0,	0,
	2	1	0,	0,	5,44087	-1,32568	0,	0,
	3	1	0,	0,	5,04587	-1,83486	0,	0,
17	1	1	0,	0,	5,04587	-1,83588	0,	0,
	2	1	0,	0,	4,52344	-2,34505	0,	0,
	3	1	0,	0,	3,87359	-2,85423	0,	0,

Усилия и напряжения элементов, т, м								
Номер эл-та	Номер сечен.	Номер загруж.	Усилия и напряжения					
			N	MK	MY	QZ	MZ	QY
18	1	1	0,	0,	3,87359	-2,85524	0,	0,
	2	1	0,	0,	3,09633	-3,36442	0,	0,
	3	1	0,	0,	2,19164	-3,87359	0,	0,
19	1	1	0,	0,	2,19164	-3,87461	0,	0,
	2	1	0,	0,	1,15953	-4,38379	0,	0,
	3	1	0,	0,	0,	-4,89296	0,	0,

2. Методика построения эпюр внутренних силовых факторов в программном продукте MathCAD[2]

Чтобы судить о сравнительной прочности бруса в различных сечениях, нужно знать закон изменения внутренних усилий по длине бруса. Этот закон может быть выражен в виде аналитических зависимостей или изображен графически в виде эпюр.

Эпюрой внутреннего силового фактора называется график, показывающий закон изменения внутреннего усилия в различных сечениях по длине бруса.

Каждая ордината эпюры в определенном масштабе представляет собой величину внутреннего усилия в соответствующем поперечном сечении бруса.

2.1. Дифференциальные зависимости между q, Q и M при изгибе балки [3]

Построении эпюр изгибающих моментов и поперечных сил значительно упрощается, если при этом пользоваться дифференциальными зависимостями между распределенной нагрузкой $\boldsymbol{q}$, поперечной силой $\boldsymbol{Q}$ и изгибающим моментом $\boldsymbol{M}$.

Рассмотрим прямой брус, находящийся под действием произвольной уравновешенной плоской системы сил *(рис.40).* За положительное направление интенсивности распределенной нагрузки примем направление вверх (в направлении оси z). В дальнейшем будем предполагать, что мы продвигаемся вдоль оси балки слева направо (т. е. в положительном направлении оси $\boldsymbol{x}$).

Двумя поперечными сечениями выделим из бруса элемент длиной $\boldsymbol{dx}$ так, чтобы на него не действовали внешние сосредоточенные силы и моменты. Пусть в левом сечении бруса, определяемом координатой $\boldsymbol{x}$, действуют внутренние усилия $\boldsymbol{M_y}$ и $\boldsymbol{Q_z}$. В правом же сечении, находящемся от левого на расстоянии $\boldsymbol{dx}$, внутренние усилия уже будут отличаться от усилий в левом сечении бруса на бесконечно малые величины $\boldsymbol{dM_y}$ и $\boldsymbol{dQ_z}$. Поэтому, выделяя этот элемент из бруса, следует к его граням приложить усилия: слева - $\boldsymbol{M_y}$ и $\boldsymbol{Q_z}$, а справа - $\left(\boldsymbol{M_y}+\boldsymbol{dM_y}\right)$ и $\left(\boldsymbol{Q_z}+\boldsymbol{dQ_z}\right)$, заменяющие действие отсеченных частей бруса. Этот элемент должен находиться в равновесии под действием внешней нагрузки q, а также указанных внутренних усилий *(рис.40, б).*

Условия равновесия системы сил, приложенной к элементу $\boldsymbol{1}$, имеют вид:

---

[2] Жилкин В.А. Применение системы MathCAD при решении задач прикладной механики. Часть 1. MathCAD. Челябинск: ЧГАУ, 2000. – 71 с.; Часть 2. Теоретическая механика. Статика. Челябинск: ЧГАУ, 2001. – 100 с.

[3] Жилкин В.А. Расчеты на прочность и жесткость. Основные понятия. Челябинск, ЧГАУ, 1991. – 104 с.

$$\sum Z = 0;\ \ -Q_z + q \cdot dx + (Q_z + dQ_z) = 0;$$
$$\sum M_o = 0;\ \ -M_y - Q_z \cdot dx - \frac{q \cdot (dx)^2}{2} + (M_y + dM_y) = 0 \qquad (1)$$

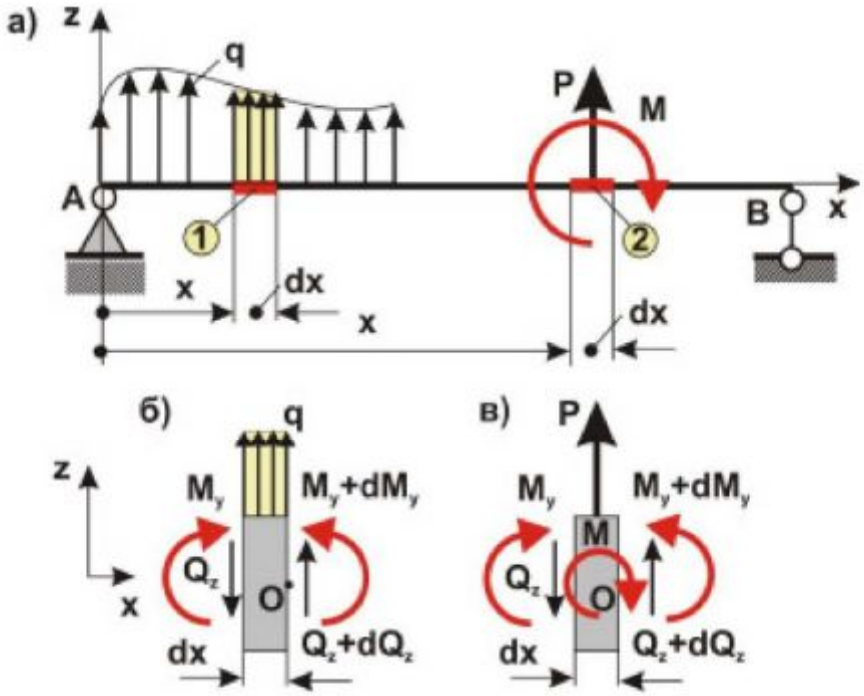


Рис.40

Из первого уравнения системы (1) следует

$$\boxed{q = -\frac{dQ_z}{dx}}. \qquad (2)$$

Первая производная от поперечной силы по абсциссе ***x*** *равна взятой с обратным знаком интенсивности распределенной нагрузки, перпендикулярной к оси бруса.*

Зависимость (2) неприменима в местах приложения сосредоточенной силы.

Из второго уравнения системы (1), пренебрегая величиной второго порядка малости $\lfloor q(dx)^2 \rfloor / 2$, находим:

$$\boxed{Q = -\frac{dM_y}{dx}}. \qquad (3)$$

Первая производная от изгибающего момента по абсциссе сечения балки равна взятой с обратным знаком поперечной силе.

Рассмотрим условия равновесия системы сил, приложенной к элементу ***2***. Сосредоточенная сила ***P*** и момент ***M*** приложены на расстояние ***dx / 2*** от левого поперечного сечения бруса:

$$\sum Z = 0;\ \ -Q_z + P + (Q_z + dQ_z) = 0;$$
$$\sum M_o = 0;\ \ -M_y - Q_z \cdot dx - M - \frac{P \cdot dx}{2} + (M_y + dM_y) = 0 \qquad (4)$$

Из первого уравнения системы (4) приращение поперечной силы

$$\boxed{dQ_z = -P}. \qquad (5)$$

В поперечных сечениях бруса, в которых приложена сосредоточенная нагрузка, поперечная сила изменяется на величину этой силы, на эпюре в этих сечениях наблюдается скачок на величину силы в направлении, обратном направлению действия силы.

Из второй зависимости системы (4), пренебрегая величинами первого порядка малости $\left(Q_z dx - P\frac{dx}{2}\right)$, получим

$$\boxed{dM_y = M}. \qquad (6)$$

В поперечных сечениях бруса в местах приложения сосредоточенного момента на эпюрах моментов будут наблюдаться скачки на величину моментов.

Соотношения (2, 3, 5, 6) носят название **дифференциальных зависимостей при изгибе.**

2.2. Алгоритм построения эпюр

A. Освобождают брус от связей. Действие связей заменяют реакциями связи.

B. Из условий равновесия системы сил приложенных к брусу определяют реакции связей.

C. Брус разбивается вдоль его оси на участки, в пределах которых характер внешней нагрузки не изменяется, т. е. границами участков являются точки приложения силовых факторов: сосредоточенных сил, моментов, распределенной нагрузки.

D. На каждом из участков брус мысленно рассекается на две части. Одна часть отбрасывается (обычно та, к которой приложена более сложная нагрузка, но мы всегда будем отбрасывать правую часть бруса; это позволит упростить написание программ в **MathCAD**'е), а действие отброшенной части заменяется реакциями связи - внутренними силовыми факторами M, Q и N. На расчетных схемах внутренние силовые факторы целесообразно показывать положительными.

E. Для отсеченной части записывают уравнения равновесия, из которых находят аналитические выражения для M, Q и N. В случае плоской системы сил сумма моментов всех сил системы записывается относительно центра тяжести рассматриваемого сечения.

F. Строят графики функций M, Q и N вдоль оси бруса в пределах рассматриваемого участка. Правильность поведения эпюр на каждом из участков проверяют с помощью дифференциальных зависимостей (2, 3, 5, 6).

2.3. Примеры и некоторые правила построения эпюр

Пример 1. Построить в **MathCAD** эпюры M, Q для балки, изображенной на *рис.41, а*.

Изображаем расчетную схему балки (*рис.41, б*). Для этого балку (объект равновесия) отсоединяем от связей, а действие связей заменяем реакциями связей. При определении опорных реакций распределенную нагрузку можно заменить ее равнодействующей $Q = 3q$. **Такая замена возможна только при определении опорных реакций!**

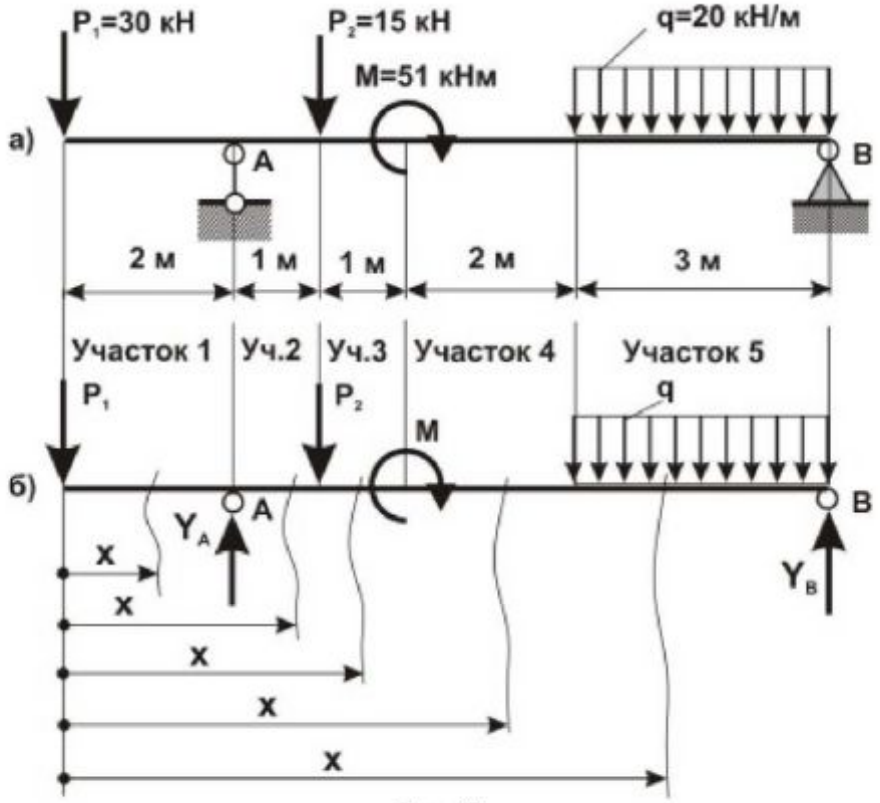


Рис.41

Длины участков обозначим соответственно: a, b, c, d и e. Длину с первого и до $(i+1)$- го участка включительно обозначим L_{1i} $(i=2,3,4)$. Длину балки - L.

Введём исходные данные.

Дано: $a := 2$ $b := 1$ $c := 1$ $d := 2$ $e := 3$

$L_{12} := a + b$ $L_{13} := L_{12} + c$ $L_{14} := L_{13} + d$ $L := L_{14} + e$

$P_1 := 30$ $P_2 := 15$ $M := 51$ $q := 20$

Определяем опорные реакции.

Определение опорных реакций:

$Y_A := 1$ $Y_B := 1$

Given $P_1 \cdot a - P_2 \cdot b - M - q \cdot e \cdot \left(L_{14} - a + \frac{e}{2}\right) + Y_B \cdot (L - a) = 0$

$P_1 \cdot L + P_2 \cdot (L - a - b) - M + q \cdot e \cdot \frac{e}{2} - Y_A \cdot (L - a) = 0$

$\begin{pmatrix} Y_A \\ Y_B \end{pmatrix} := \text{Find}(Y_A, Y_B)$ $Y_A = 57$ $Y_B = 48$

Определяем внутренние силовые факторы на каждом из участков, рассматривая равновесие отсеченной левой части бруса.

Например, выражения на первом и втором участках бруса будут иметь вид, приведенный ниже.

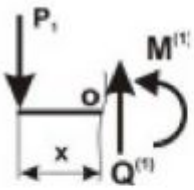


Рис.42

Участок 1. $0 \le x < a$

$$\sum Z = 0; \quad -P_1 + Q^1 = 0;$$

$$\sum M_o = 0; \quad -P_1 \cdot x - M^1 = 0.$$

Отсюда

$$Q^1 = P_1;$$

$$M^1 = -P_1 \cdot x.$$

Верхний индекс у обозначений перерезывающей силы и изгибающего момента не показатель степени, а номер участка.

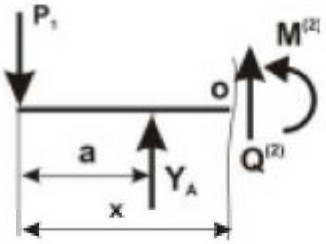


Рис.43

Участок 2. $a \le x < L_{12}$

$$\sum Z = 0; \quad -P_1 + Y_A + Q^2 = 0;$$

$$\sum M_o = 0; \quad -P_1 \cdot x + Y_A \cdot (x - a) - M^2 = 0.$$

Отсюда

$$Q^{(2)} = P_1 - Y_A;$$

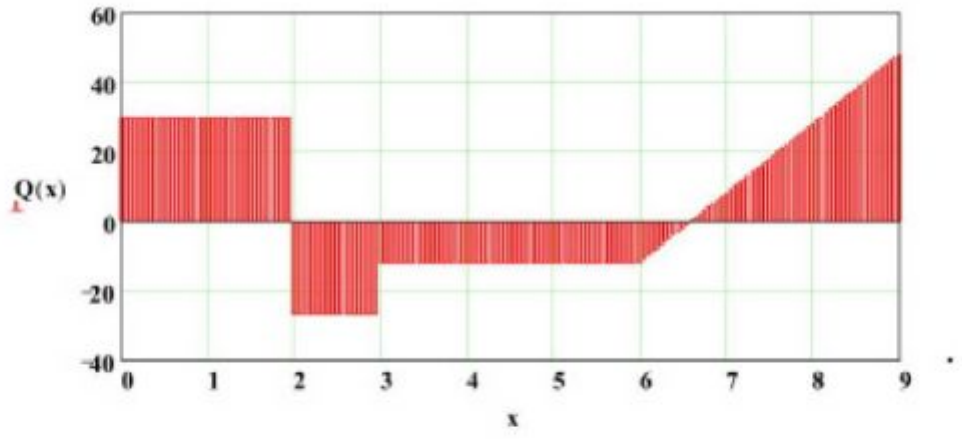
$$M^{(2)} = -P_1 \cdot x + Y_A \cdot (x - a).$$

Аналогично определяются выражения для внутренних силовых факторов и на остальных участках бруса.

В **MathCAD** эти вычисления выглядят так.

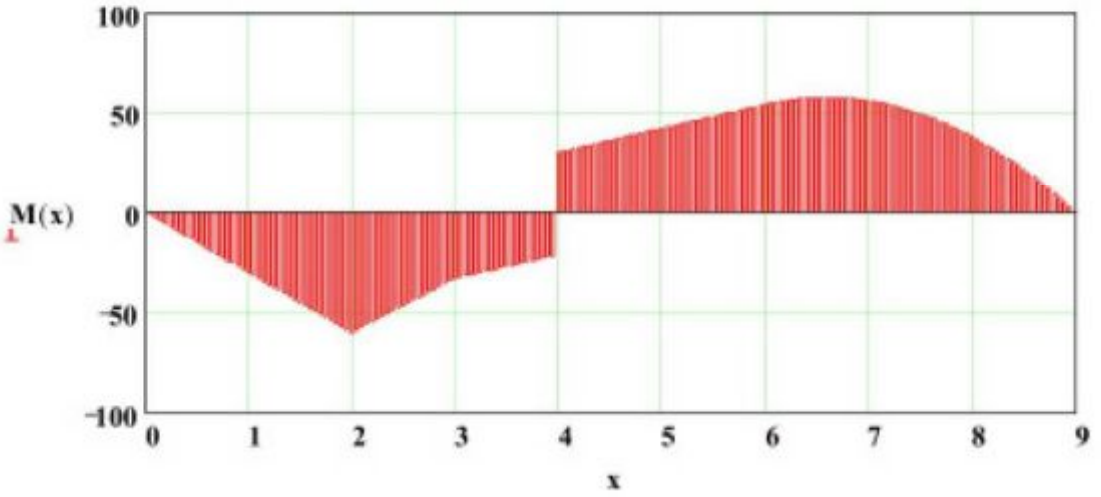
$$Q(x) := \begin{cases} P_1 & \text{if } 0 \le x < a \\ P_1 - Y_A & \text{if } a \le x < L_{12} \\ P_1 - Y_A + P_2 & \text{if } L_{12} \le x < L_{13} \\ P_1 - Y_A + P_2 & \text{if } L_{13} \le x < L_{14} \\ P_1 - Y_A + P_2 + q \cdot (x - L_{14}) & \text{if } L_{14} \le x \le L \end{cases}$$

$$x := 0, 0.05 .. L$$



Так как $Q = -(dM / dx)$, то в тех сечениях, где $Q = 0$, изгибающий момент достигает экстремальных значений. В нашем случае при $x = 6.6$ $Q = 0$, а $M = 57{,}6$ *кН·м*.

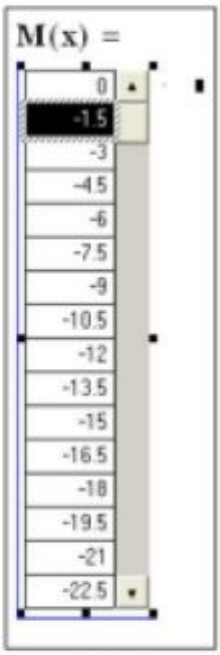
$$M(x) := \begin{cases} -P_1 \cdot x & \text{if } 0 \le x < a \\ -P_1 \cdot x + Y_A \cdot (x - a) & \text{if } a \le x < L_{12} \\ -P_1 \cdot x + Y_A \cdot (x - a) - P_2 \cdot (x - L_{12}) & \text{if } L_{12} \le x < L_{13} \\ -P_1 \cdot x + Y_A \cdot (x - a) - P_2 \cdot (x - L_{12}) + M & \text{if } L_{13} \le x < L_{14} \\ -P_1 \cdot x + Y_A \cdot (x - a) - P_2 \cdot (x - L_{12}) + M - \dfrac{q \cdot (x - L_{14})^2}{2} & \text{if } L_{14} \le x \le L \end{cases}$$



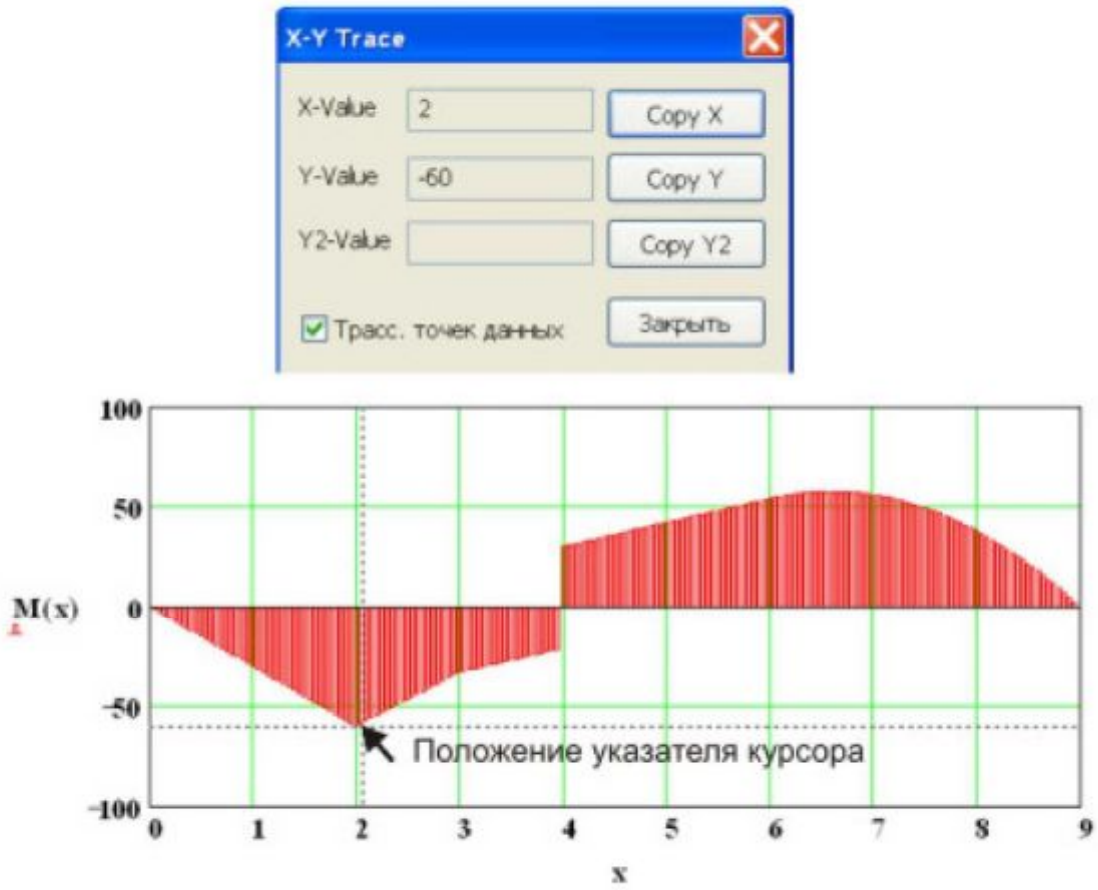
Для определения численных значений внутренних силовых факторов в системе **MathCAD** имеется несколько возможностей:

- можно набрать функцию с заданным аргументом

  $Q(2) = -27$ $M(2) = -60$;

- можно вывести таблицу всех значений 

;
- можно использовать возможности команды **Трассировки** (команда находится в меню правой клавиши мыши; указатель мыши должен совпадать с одной из точек графика функции)



На основании приведенных вычислений можно сформулировать несколько правил, которых следует придерживаться при построении эпюр.

Правило 1. *На участке бруса, где отсутствует распределенная нагрузка, поперечная сила имеет постоянное значение, а изгибающий момент меняется по линейному закону.*

Правило 2. *В сечении бруса, совпадающем с врезным шарниром (опора B на рис.41), изгибающий момент M равен нулю.*

Правило 3. *В сечении, в котором к брусу приложена сосредоточенная сила на эпюре* Q, *получается скачок на величину этой силы в направлении, обратном направлению силы, а на эпюре M будет перелом, причем острие перелома направлено в сторону, противоположную направлению действия силы.*

Правило 4. *В сечениях, где к брусу приложена сосредоточенная пара с моментом M, на эпюре M будет скачок на величину момента пары сил. Направление скачка будет зависеть от направления пары сил. Если пара сил стремится изогнуть брус выпуклостью вниз (предлагается, что в рассматриваемом сечении поставлена заделка), то скачок будет вверх, в противном случае - вниз. На эпюре Q наличие пары сил в рассматриваемом сечении никак не отражается*

Правило 5. *На участках бруса, вдоль которых действует равномерно распределенная нагрузка, поперечная сила меняется по линейному закону, а изгибающий момент - по закону квадратичной параболы, при этом выпуклость параболы обращена в сторону, противоположную направлению распределенной нагрузки.*

Пример 2. Построить эпюры Q и M для трехопорной балки с промежуточным шарниром и вычислить Q_{max} и M_{max}.

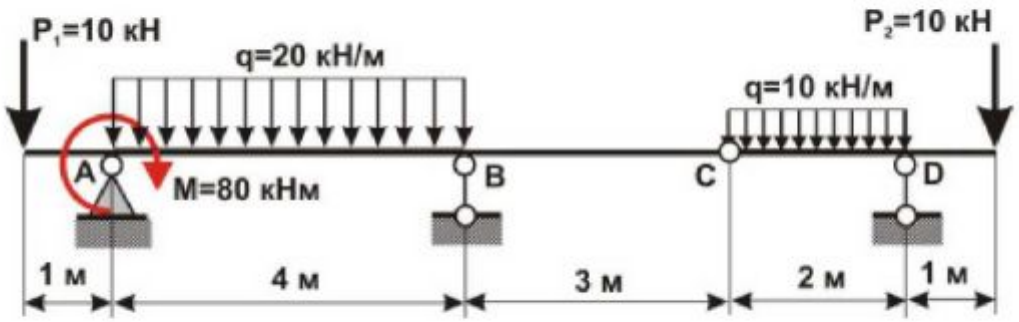


Рис.44

Данная задача решается так же, как и предыдущая, за исключением того что теперь надо составить не три, а четыре уравнения равновесия системы сил приложенных к балке: $\sum X = 0$; $\sum M_A = 0$; $\sum M_D = 0$; $\sum M_C^{\text{Для сил справа}} = 0$. Первое уравнение удовлетворяется тождественно, так как нет сил проектирующихся на горизонтальную ось, и, следовательно, для определения опорных реакций Y_A, Y_B и Y_C необходимо совместно решить три оставшихся уравнения равновесия.

Длины участков обозначим соответственно: a, b, c, d и e. Длину с первого и до $(i+1)$- го участка включительно обозначим L_{1i} $(i = 2,3,4)$. Длину балки - L.

Введём исходные данные.

$a := 1$ $b := 4$ $c := 3$ $d := 2$ $e := 1$ $L_{12} := a + b$

$L_{23} := b + c$ $L_{13} := L_{12} + c$ $L_{14} := L_{13} + d$ $L_{24} := L_{14} - a$ $L := L_{14} + e$

$P_1 := 10$ $P_2 := 10$ $M := 80$ $q_2 := 20$ $q_4 := 10$

Определяем опорные реакции.

$Y_A := 1$ $Y_B := 1$ $Y_D := 1$ Given

$$P_1 \cdot a - P_2 \cdot (L - a) - M - \frac{q_2 \cdot b^2}{2} - q_4 \cdot d \cdot \left(L_{23} + \frac{d}{2}\right) + Y_B \cdot b + Y_D \cdot L_{24} = 0$$

$$P_1 \cdot (L - a) - P_2 \cdot e + q_2 \cdot b \cdot \left(L_{24} - \frac{b}{2}\right) + \frac{q_4 \cdot d^2}{2} - M - Y_A \cdot L_{24} - Y_B \cdot (L_{24} - b) = 0$$

$$-P_2 \cdot (d + e) + Y_D \cdot d - \frac{q_4 \cdot d^2}{2} = 0$$

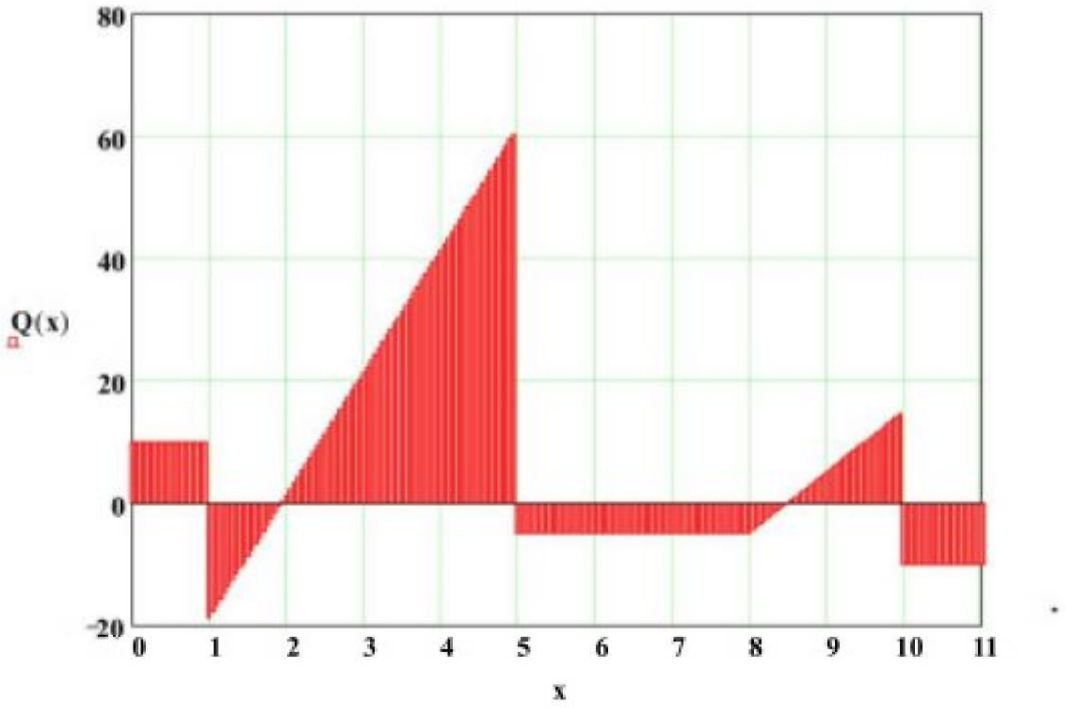
$\begin{pmatrix} Y_A \\ Y_B \\ Y_D \end{pmatrix} := \text{Find}(Y_A, Y_B, Y_D)$ $Y_A = 28.75$ $Y_B = 66.25$ $Y_D = 25$

Определяем внутренние силовые факторы на каждом из участков, рассматривая равновесие отсеченной левой части бруса.

Определение поперечных сил

$$Q(x) := \begin{cases} P_1 \text{ if } 0 \le x < a \\ P_1 - Y_A + q_2 \cdot (x - a) \text{ if } a \le x < L_{12} \\ P_1 - Y_A + q_2 \cdot b - Y_B \text{ if } L_{12} \le x < L_{13} \\ P_1 - Y_A + q_2 \cdot b - Y_B + q_4 \cdot (x - L_{13}) \text{ if } L_{13} \le x < L_{14} \\ P_1 - Y_A + q_2 \cdot b - Y_B + q_4 \cdot d - Y_D \text{ if } L_{14} \le x \le L \end{cases}$$

$x := 0, 0.05 .. L$ $\quad Q(0) = 10$ $\quad Q(4.9) = 59.25$ $\quad Q(11) = -10$



Максимальное значение поперечной силы $Q(4,9999) = 61,248$ *кН*.

Определение изгибающих моментов

Так как в данной задаче выражения для изгибающих моментов на некоторых участках балки имеют громоздкие выражения, то целесообразно предварительно определить эти выражения для каждого из участков, а только затем воспользоваться стандартной процедурой.

$$M_1(x) := -P_1 \cdot x \qquad M_2(x) := -P_1 \cdot x + Y_A \cdot (x - a) + M - \frac{q_2 \cdot (x - a)^2}{2}$$

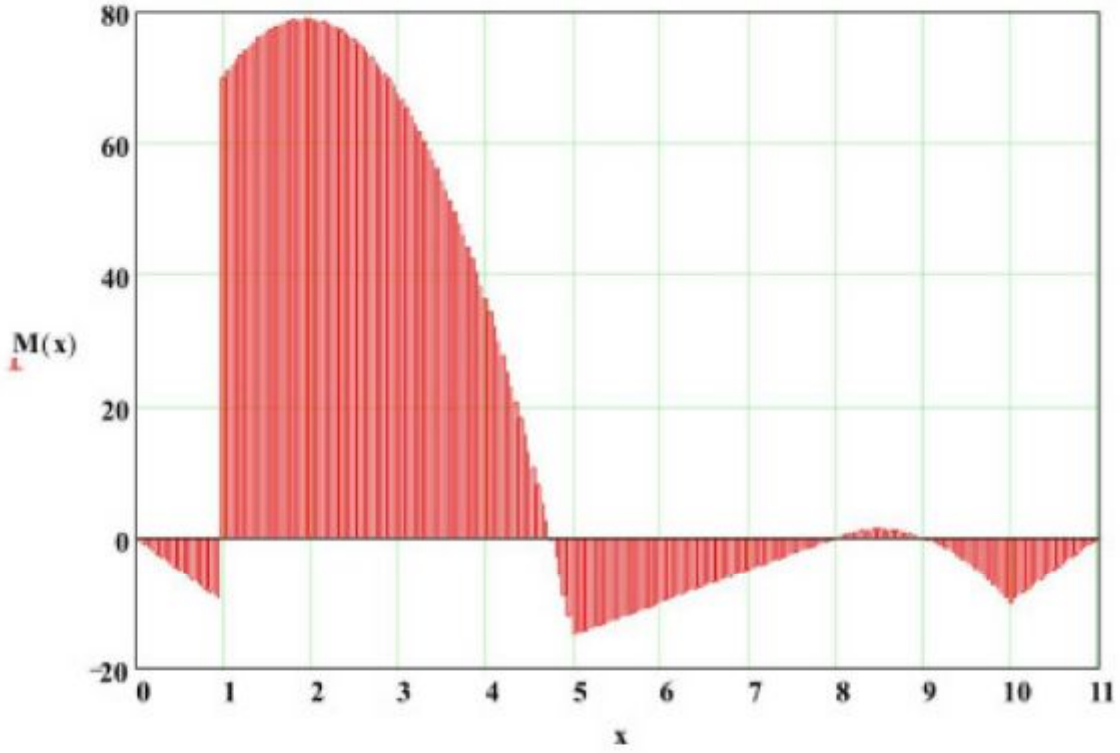
$$M_3(x) := -P_1 \cdot x + Y_A \cdot (x - a) + M - q_2 \cdot b \cdot \left(x - L_{12} + \frac{b}{2}\right) + Y_B \cdot (x - L_{12})$$

$$M_4(x) := M_3(x) - \frac{q_4 \cdot (x - L_{13})^2}{2}$$

$$M_5(x) := M_3(x) - q_4 \cdot d \cdot \left(x - L_{14} + \frac{d}{2}\right) + Y_D \cdot (x - L_{14})$$

$$M(x) := \begin{cases} M_1(x) & \text{if } 0 \le x < a \\ M_2(x) & \text{if } a \le x < L_{12} \\ M_3(x) & \text{if } L_{12} \le x < L_{13} \\ M_4(x) & \text{if } L_{13} \le x < L_{14} \\ M_5(x) & \text{if } L_{14} \le x \le L \end{cases}$$

$M(1) = 70$ $M(2) = 78.75$ $M(8) = 0$ $M(11) = 0$



Максимальный изгибающий момент $M(2)=78,75$ *кН·м*.

Пример 3. Построить эпюры внутренних силовых факторов в раме, изображенной на *рис.45, а*.

Дано:

$a := 4$ $b := 4$ $c := 2$ $d := 2$ $e := 2$ $f := 8$

$L_{12} := a + b$ $L_{34} := c + d$ $L_{35} := L_{34} + e$

$P_1 := 8$ $P_2 := 2$ $q := 1$ $M_k := 4$ $Q := q \cdot f$ $Q = 8$

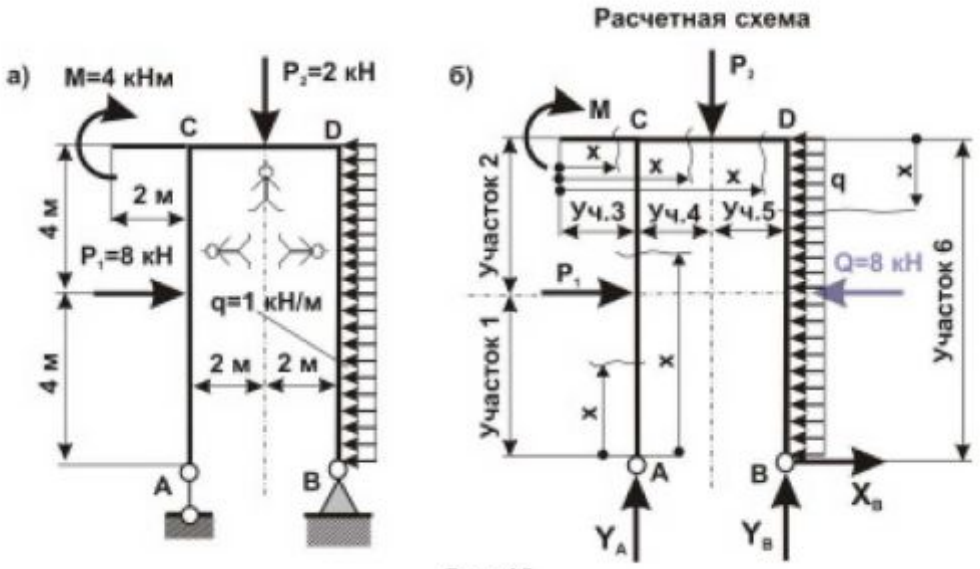


Рис.45

Отсоединяем раму от связей, действие связей заменяем реакциями связей. Для полученной расчетной схемы (*рис.45, б*) составляем условия равновесия для системы сил, приложенных к раме. Решая полученную систему уравнений, находим величины опорных реакций: Y_A, Y_B, X_B.

$Y_A := 1 \qquad X_B := 1 \qquad Y_B := 1$

Given $\qquad Y_A + Y_B - P_2 = 0 \qquad X_B + P_1 - Q = 0$

$$-P_1 \cdot a - M_k - P_2 \cdot c + Q \cdot a + Y_B \cdot (d + e) = 0$$

$$\begin{pmatrix} Y_A \\ Y_B \\ X_B \end{pmatrix} := \text{Find}(Y_A, Y_B, X_B) \qquad Y_A = 0 \qquad Y_B = 2 \qquad X_B = 0$$

Переходим к построению эпюр. Разбиваем раму на участки. В нашем случае их будет ***6*** .

Определение внутренних усилий и построение эпюр этих усилий для пространственных брусьев с ломаной осью производится методом сечений в том же порядке, что и для обычных балок. Предварительно выбирают на каждом из участков бруса естественную систему координат, ось x которой совпадает с продольной осью бруса, а оси y и z проходят через центр тяжести поперечного сечения, совпадающего с началом участка, и расположены в его плоскости.

Положительные направления осей выбираются произвольно. Аналогия между правилами построения эпюр в раме (брусе с ломаной осью) и в балке будет полной, если предположить, что наблюдатель всегда находится внутри рамы (см. *рис.45,а)* и повернут лицом к ее оси.

Поперечные силы, *расположенные в рассматриваемом сечении отсеченной части рамы положительны, если их направление совпадает с положительным направлением осей* y и z.

Продольные силы *N считаются положительными при растяжении и отрицательными - при сжатии.*

Для **изгибающих моментов** *правила знаков не устанавливают, а их эпюры изображают со стороны сжатых волокон бруса.*

Итак, перейдем к определению внутренних усилий на каждом из участков рамы.

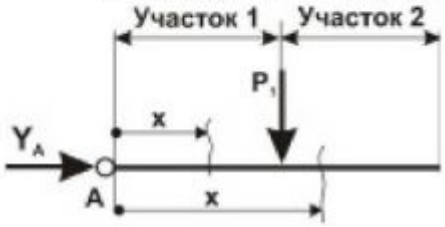


Рис.46

При применении системы **MathCAD** эпюры N, Q и M для рам построить традиционными способами не удается, так как ось бруса меняет направление на угол кратный $\pi/2$. В связи с этим в этом случае внутренние силовые факторы целесообразно вычислять вдоль прямолинейных участков.

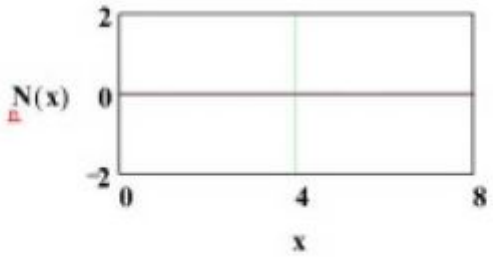
Определение внутренних силовых факторов на первом и втором участках (*рис.46*).

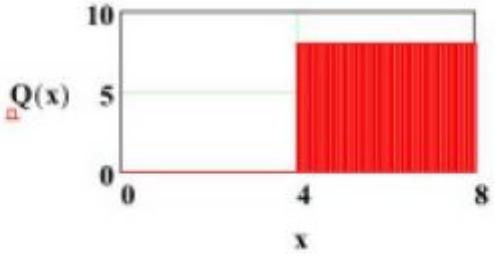
$$N(x) := \begin{cases} -Y_A & \text{if } 0 \le x < 4 \\ -Y_A & \text{if } 4 \le x \le 8 \end{cases} \qquad M(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \le x < 4 \\ -P_1 \cdot (x-4) & \text{if } 4 \le x \le 8 \end{cases}$$

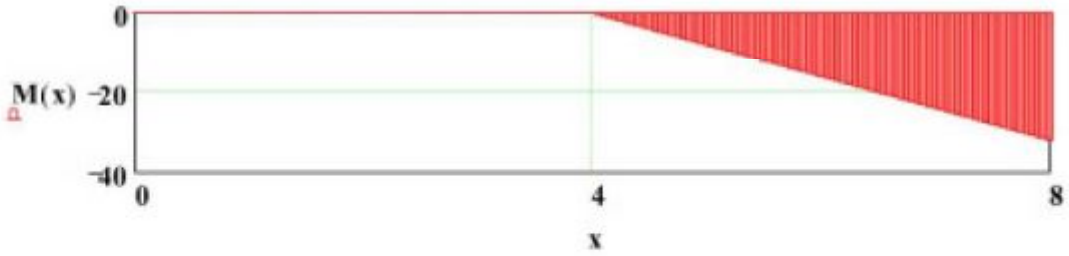
$$Q(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \le x < 4 \\ P_1 & \text{if } 4 \le x \le 8 \end{cases}$$

$x := 0, 0.05 .. L_{12}$

$N(8) = 0 \qquad Q(8) = 8 \qquad M(8) = -32$







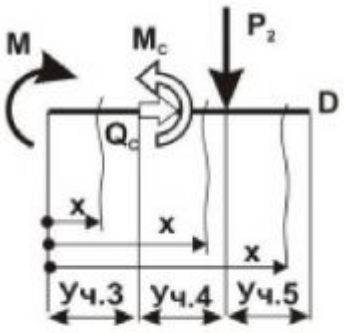


Рис.47

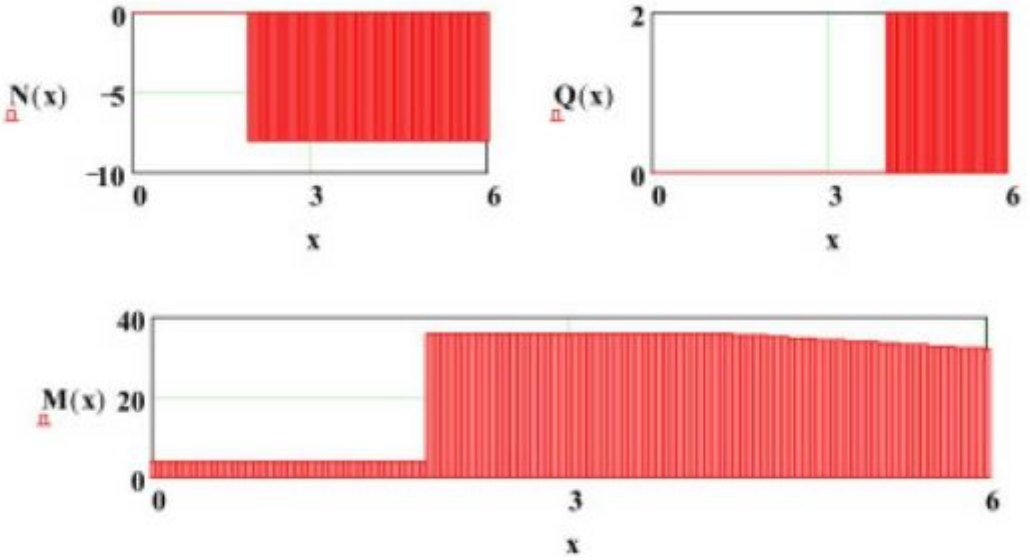
Определение внутренних силовых факторов на третьем, четвертом и пятом участках (*рис.47*).

При изображении расчетной схемы горизонтального участка рамы (ригеля) необходимо в точке C приложить нормальную (в нашем случае она равна нулю), поперечную силы и момент, действующие в крайнем верхнем сечении стойки AC.

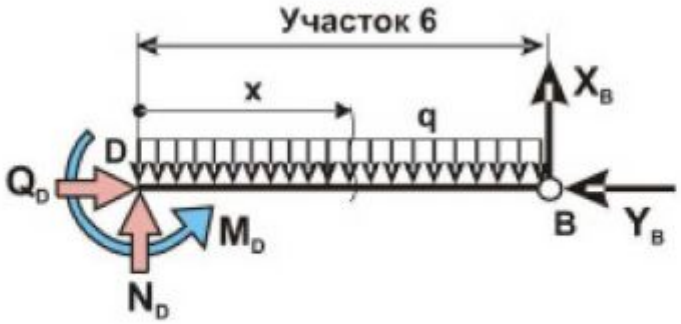
$$N(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \le x < c \\ -Q(8) & \text{if } c \le x < L_{34} \\ -Q(8) & \text{if } L_{34} \le x \le L_{35} \end{cases} \qquad Q(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \le x < c \\ 0 & \text{if } c \le x < L_{34} \\ P_2 & \text{if } L_{34} \le x \le L_{35} \end{cases}$$

$$M(x) := \begin{cases} M_k & \text{if } 0 \le x < c \\ M_k - M(8) & \text{if } c \le x < L_{34} \\ M_k - M(8) - P_2 \cdot (x - L_{34}) & \text{if } L_{34} \le x \le L_{35} \end{cases}$$

$x := 0, 0.05 .. L_{35}$ $N(6) = -8$ $Q(6) = 2$ $M(6) = 32$



Определение внутренних силовых факторов на шестом участке.



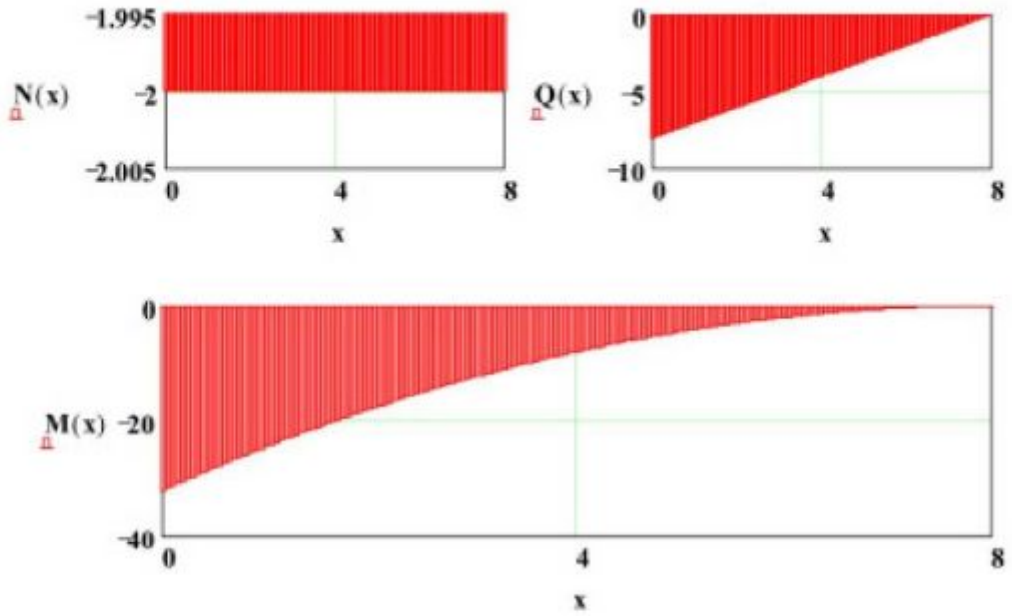
$N_D := 8$

$Q_D := 2$

$M_D := 32$

$$N(x) := -Q_D \qquad Q(x) := -N_D + q \cdot x \qquad M(x) := N_D \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} - M_D$$

$x := 0, 0.05 .. f$ $N(8) = -2$ $Q(8) = 0$ $M(8) = 0$



Используя вычисленную вдоль прямолинейных участков информацию о внутренних силовых факторах, строим эпюры N, Q и M для заданной рамы (рис.48).

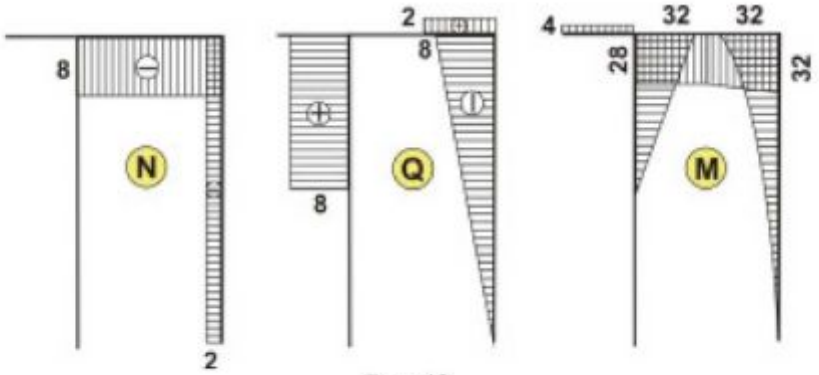


Рис.48

Порядок выполнения задания №2

1. Исходные данные к задаче студент выбирает самостоятельно из таблиц, которые прилагаются к задаче. При выборе исходных данных в качестве ключевых используются начальная буква имени и фамилии. Короткая фамилия для получения нужного набора ключевых букв повторяется вместе с инициалами.

Пример выбора исходных данных

Выбор исходных данных оформляется в виде таблицы, которая располагается перед условием задачи (студент Г. Котегов, задача №1).

Г.	К	о	т	е	г	о	в	Г.	К	о	т
Вариант	l_1	l_2	$\frac{a_1}{l_{1,2}}$	$\frac{a_2}{l_{1,2}}$	$\frac{a_3}{l_{1,2}}$	M	P	q			
2	1.4 м	5 м	0,6 м	0,8 м	0,2 м	5 кН·м	10 кН	20 кН/м	Не используются		

2. Пояснительная записка выполняется на стандартных листах формата *А4*, имеющих рамку (поля: слева - *20 мм*, сверху - *20 мм*, снизу - *25 мм*, справа - *5 мм*), в текстовом редакторе **Word**. Шрифт **Times New Roman**, размер шрифта *12* пунктов. Формулы набираются в **редакторе формул**. Чертежи и рисунки выполняются в графическом редакторе **CorelDraw** с соблюдением масштабных коэффициентов. Все расчеты выполняются в программном продукте **MathCAD**.
3. Перед решением задачи надо написать полностью её условие с числовыми данными, составить аккуратный эскиз расчётной схемы в масштабе и указать в нем в числах все величины, необходимые для расчёта.
4. Каждый этап решения задачи должен быть озаглавлен.
5. Решение должно сопровождаться краткими, последовательными и грамотными, без сокращения слов, объяснениями и чертежами, на которых все входящие в расчёт величины должны быть показаны в числах.
6. Необходимо указать единицы измерения всех величин; окончательные результаты выделять рамкой.
7. Не следует вычислять большое число значащих цифр, вычисления должны соответствовать необходимой точности. Все величины округляются до 3-4 значащих цифр.
8. Решение задачи заканчивается выводом.

Задача 1. Для заданных двух систем балок (*рис.49*) требуется написать выражение Q и M для каждого участка в общем виде, построить эпюры Q, M, найти Q_{max} и M_{max}. Данные взять из таблицы 1.

Задача 2. Построить эпюры Q и M в составной балке (*рис.50*). Данные взять из таблицы 2.

Задача 3. Для заданных схем рам (*рис.51*) построить эпюры N, Q и M. Данные взять из таблицы 3.

Данные к задаче 1

Таблица 1

№ п/п		Схема *по рис.* 49	l_1	l_2	Расстояние в долях пролёта $\frac{a_1}{l_{1,2}}$	$\frac{a_2}{l_{1,2}}$	$\frac{a_3}{l_{1,2}}$	M, кН·м	P, кН	q, $\frac{кН}{м}$
1.	а, б, в	1	1.1	6	0.1	0.9	0.1	10	10	10
2.	г, д, е, ё	2	1.2	7	0.2	0.8	0.2	20	20	20
3.	ж,з, и, й	3	1.3	3	0.3	0.7	0.3	3	3	3
4.	к, л, м	4	1.4	4	0.4	0.6	0.4	4	4	4
5.	н, о, п	5	1.5	5	0.5	0.5	0.5	5	5	5
6.	р, с, т	6	1.6	6	0.6	0.6	0.1	6	6	6
7.	у, ф, х	7	1.7	7	0.1	0.7	0.2	7	7	7
8.	ц, ч, ш	8	1.8	8	0.8	0.8	0.3	8	8	8
9.	щ, ъ,ы, ь	9	1.9	9	0.9	0.9	0.4	9	9	9
10.	э, ю, я	10	2.0	10	1.0	1.0	0.5	10	10	10

Данные к задаче 2

Таблица 2

№ п/п		Схема *по рис.* 50	l_1, м	l_2, м	Расстояние в долях пролёта $\frac{a}{l_1}$	$\frac{c}{l_1}$	$\frac{b}{l_2}$	M, кН·м	P, кН	q, $\frac{кН}{м}$
1.	а, б, в	1	2.2	2	0.20	0.30	0.2	1	1	1
2.	г, д, е, ё	2	2.4	3	0.25	0.25	0.3	2	2	2
3.	ж, з,и, й	3	2.6	4	0.30	0.20	0.4	3	3	3
4.	к, л, м	4	2.8	2.5	0.35	0.25	0.5	4	4	4
5.	н, о, п	5	3.0	3.5	0.40	0.30	0.6	5	5	5

№ п/п		Схема по рис. 50	l_1, м	l_2, м	Расстояние в долях пролёта			M, кН·м	P, кН	q, кН/м
					$\frac{a}{l_1}$	$\frac{c}{l_1}$	$\frac{b}{l_2}$			
6.	р, с, т	6	3.2	4	0.45	0.35	0.7	6	6	6
7.	у, ф, х	7	3.4	3	0.50	0.40	0.8	7	7	7
8.	ц, ч, ш	8	3.6	2	0.45	0.45	0.6	8	8	8
9.	щ, ъ,ы,ь	9	3.8	3	0.40	0.50	0.4	9	9	9
10	э, ю, я	10	4.0	4	0.35	0.45	0.2	10	10	10

Данные к задаче 3

Таблица 3

№ п/п		Схема по рис. 51	h, м	Расстояние в долях пролёта				M, кН·м	P, кН	q, кН/м
				$\frac{b}{h}$	$\frac{a}{h}$	$\frac{c}{h}$	$\frac{d}{b}$			
1.	а, б, в	1	2	0.5	0.2	0.2	0.2	1	1	1
2.	г, д, е, ё	2	3	0.6	0.3	0.3	0.3	2	2	2
3.	ж, з, и, й	3	4	0.7	0.5	0.4	0.4	3	3	3
4.	к, л, м	4	5	0.8	0.4	0.6	0.6	4	4	4
5.	н, о, п	5	6	0.9	0.4	0.6	0.6	5	5	5
6.	р, с, т	6	7	1.0	0.3	0.7	0.7	6	6	6
7.	у, ф, х, ц	7	8	1.1	0.4	0.8	0.8	7	7	7
8.	ч,ш,щ,ъ,	8	9	1.2	0.5	0.9	0.9	8	8	8
9.	ь ы, э, ю, я	9	10	1.3	0.2	1.0	1.0	9	9	9

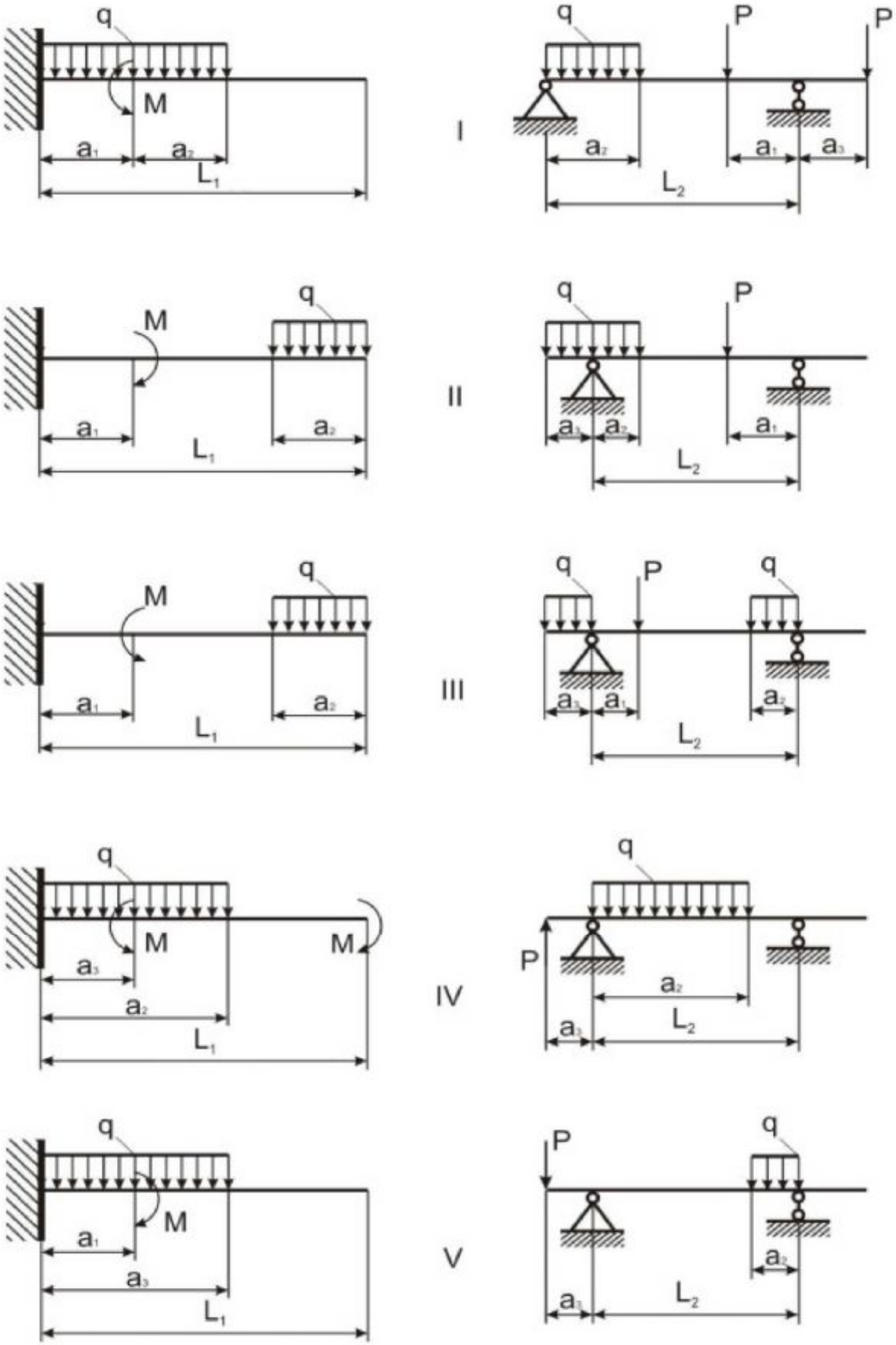

q
M
a1
a2
L1
I
q
P
P
a2
a1
a3
L2
II
q
M
q
a1
a2
L1
q
P
a3
a2
a1
L2
III
q
M
q
a1
a2
L1
q
P
q
a3
a1
a2
L2
IV
q
M
M
a3
a2
L1
q
P
a2
a3
L2
V
q
M
a1
a3
L1
P
q
a2
a3
L2

Рис.49

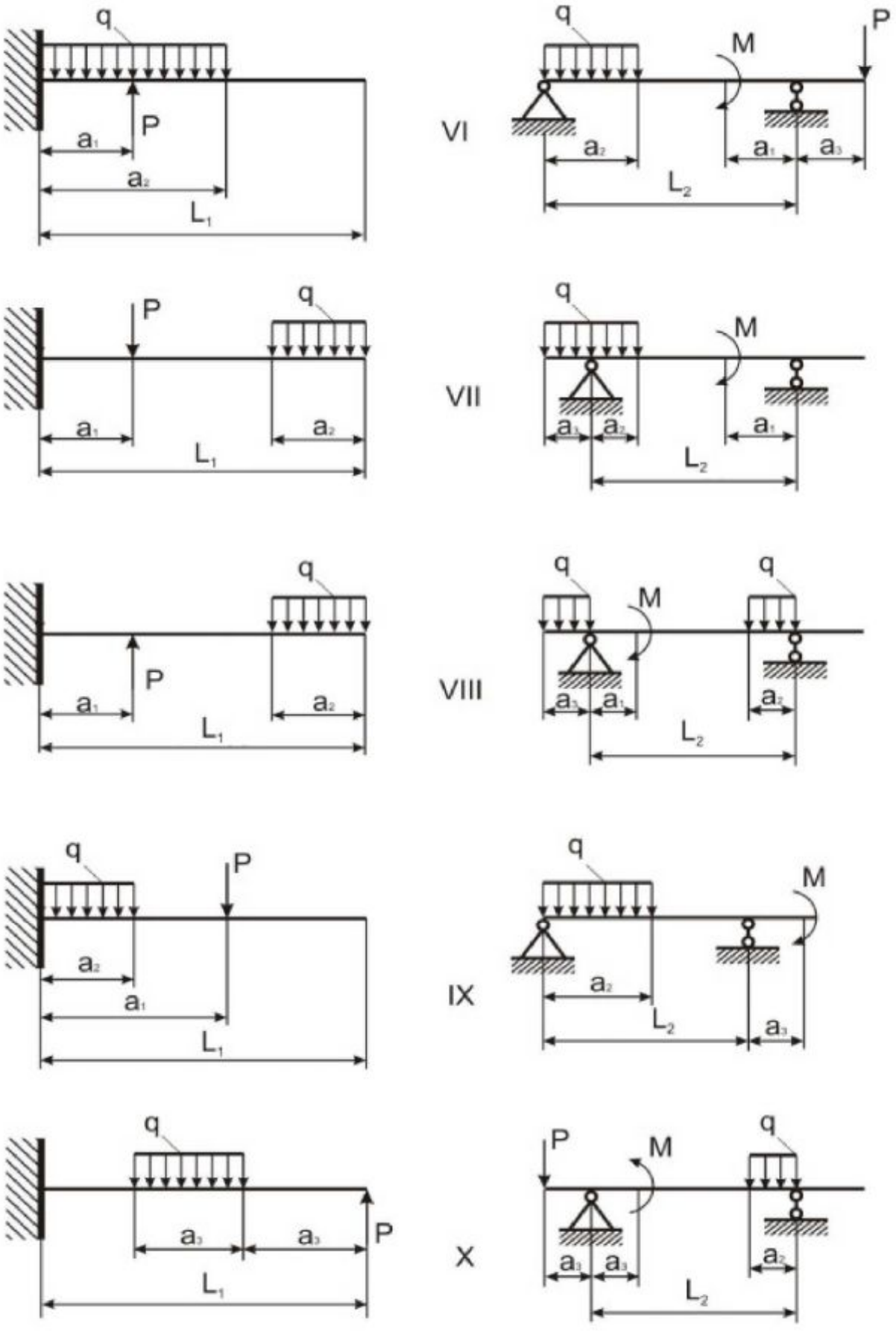


Рис.49 (продолжение)

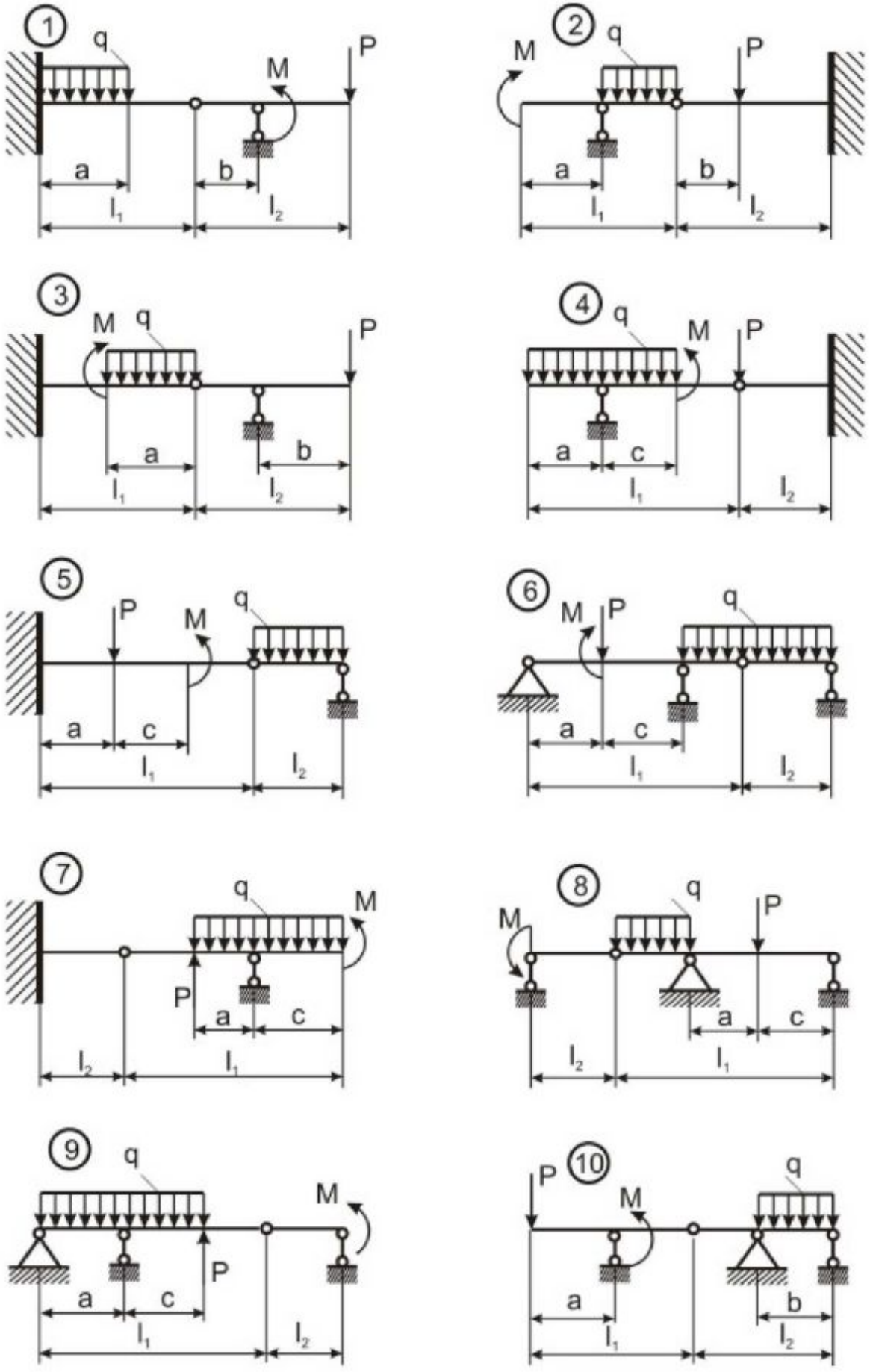

1
q
M
P
a
b
l1
l2
2
M
q
P
a
b
l1
l2
3
M
q
P
a
b
l1
l2
4
q
M
P
a
c
l1
l2
5
P
M
q
a
c
l1
l2
6
M
P
q
a
c
l1
l2
7
q
M
P
a
c
l2
l1
8
M
q
P
a
c
l2
l1
9
q
M
P
a
c
l1
l2
10
P
M
q
a
b
l1
l2

Рис.50

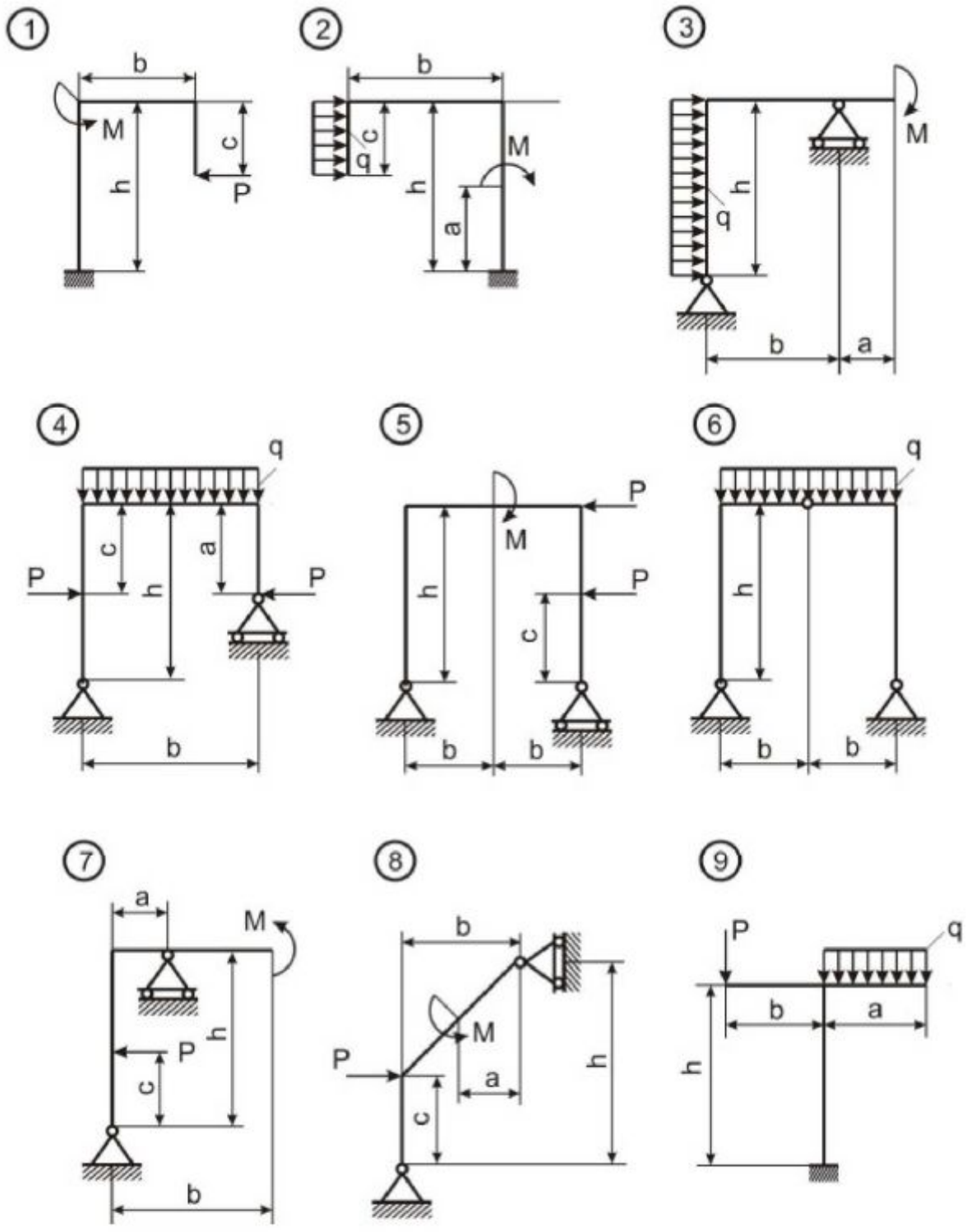

1
b
M
c
h
P
2
b
q
c
M
h
a
3
M
q
h
b
a
4
q
c
a
P
h
P
b
5
P
M
h
P
c
b
b
6
q
h
b
b
7
a
M
h
P
c
b
8
b
M
P
a
h
c
9
P
q
b
a
h

Рис.51

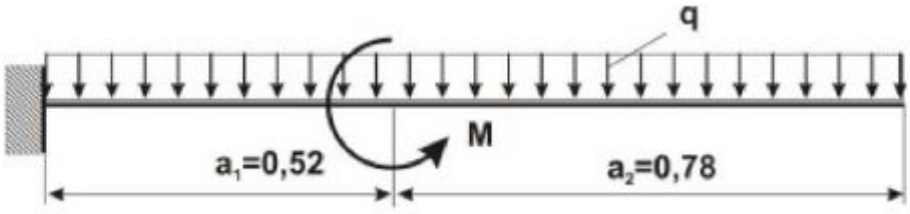
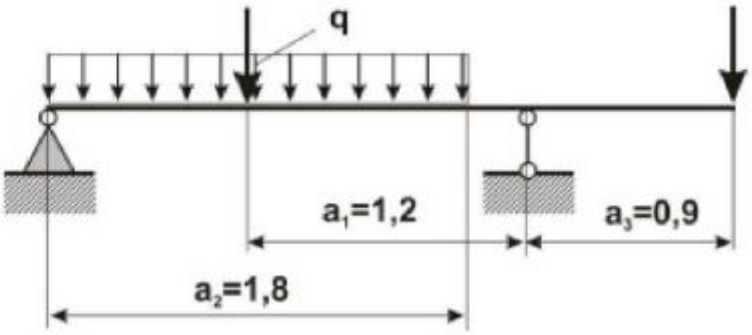
Пример выбора варианта к задаче 1

В	Ж	и	л	к	и	н	В	Ж	и	л	к
Вари-ант	l_1	l_2	$\frac{a_1}{l_{1,2}}$	$\frac{a_2}{l_{1,2}}$	$\frac{a_3}{l_{1,2}}$	M	P	q			
1	1.3 м	3 м	0,4 м	0,6 м	0,3 м	5 Кн*м	10 кН	3 кН*м	Не ис-пользуют-ся		

Из таблицы 1 выбираем размеры балок. Схема выбора приведена на рис.

№ п/п		Схема по рис. 1	l_1	l_2	Расстояние в долях пролёта $\frac{a_1}{l_{1,2}}$	$\frac{a_2}{l_{1,2}}$	$\frac{a_3}{l_{1,2}}$	M, кН·м	P, кН	q, $\frac{кН}{м}$
1.	а, б, в	1	1.1	6	0.1	0.9	0.1	10	10	10
2.	г, д, е, ё	2	1.2	7	0.2	0.8	0.2	20	20	20
3.	ж, з, и, й	3	1.3	3	0.3	0.7	0.3	3	3	3
4.	к, л, м	4	1.4	4	0.4	0.6	0.4	4	4	4
5.	н, о, п	5	1.5	5	0.5	0.5	0.5	5	5	5
6.	р, с, т	6	1.6	6	0.6	0.6	0.1	6	6	6
7.	у, ф, х	7	1.7	7	0.1	0.7	0.2	7	7	7
8.	ц, ч, ш	8	1.8	8	0.8	0.8	0.3	8	8	8
9.	щ, ъ, ы, ь	9	1.9	9	0.9	0.9	0.4	9	9	9
10.	э, ю, я	10	2.0	10	1.0	1.0	0.5	10	10	10

1. Расчетная схема 1. $L = 1{,}3$ м, $a_1 = 0{,}52$ м, $a_2 = 0{,}78$ м.



2. Расчетная схема 2. $L = 3\ м,\ a_1 = 1{,}2\ м,\ a_2 = 1{,}8\ м,\ a_3 = 0{,}9\ м,$